1963
1972

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 2 (16) Fasc. 1

IANUARIE—IUNIE 1957

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 2 (16) Fasc. 1

IANUARIE—IUNIE 1957

1989

F
7414

Budapesti Műszaki Egyetem
Központi Könyvtár
P 8014

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

COMITETUL DE REDACŢIE

Academician CORNEL MICLOŞI, prof. CORIOLAN DRĂGULESCU membru corespondent al Academiei R.P.R., prof. AUREL BÂRGLĂZAN membru corespondent al Academiei R.P.R., prof. GHEORGHE TH. GHEORGHIU, prof. CONSTANTIN N. AVRAM, prof. VICTOR GHEORGHIU, prof. GHEORGHE OSTROGOVICH, prof. ALEXANDRU ROGOJAN
Redactor responsabil: prof. GHEORGHE SILAŞ

Toate manuscrisele trimise spre a fi publicate în „Buletin" vor fi adresate tovarăşului profesor GH. SILAŞ „Institutul Politehnic Timişoara", Republica Populară Română, cu menţiunea „pentru Buletin".

Tous les manuscrits destinés a paraître dans le „Bulletin" seront adressées a M. le Prof. GH. SILAŞ, Institut Poliytechnique de Timişoara, Republique Populaire Roumaine, avec la mention „pour le Bulletin".

Все рукописи присылаемые для опубликования в „Бюллетене", адресовать на имя проф. Г. СИЛАШ, Политехнинеский институт в Тимишоаре, Румынская Народная Республика, с примечанием „для Бюллетеня"-

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN TIMIŞOARA

Seria II, Tomul 2 (16) Fascicolul 1, ianuarie—iunie 1957

SUMAR

Pag.

V. MIOC — Contribuţii la găsirea soluţiilor particulare şi generale ale unei ecuaţii de formă 9

A. BÂRGLĂZAN, m. coresp. Acad. R.P.R., I. PREDA, M. POPOVICI, O. POPA — Noi forme de tuburi de aspiraţie pentru turbinele hidraulice 17

V. GHEORGHIU, V. ANTON — Contribuţie la aplicarea teoremelor impulsului în regimul permanent al mişcării monodimensionale . 31

ŞT. ROSINGER — Contribuţie la studiul tăierii metalelor cu discul subţire 43

I. VLĂDEA — Contribuţie la studiul funcţionării turnurilor de răcire 47

A. BÂRGLĂZAN, m. coresp. Acad. R.P.R., V. DOBINDĂ, N. PELIGRAD, J. AVED, C. CIOCÎRLAN, F. GAMPE — Contribuţii la studiul şi cercetarea turbotransmisiilor hidraulice 65

A. BÂRGLĂZAN, m. coresp. Acad. R.P.R., I. ANTON, I. PREDA, V. ANTON — Cercetări asupra unor profile aerodinamice pentru construcţia maşinilor hidraulice 73

I. ANTON, C. ANTON, I. PREDA, M. POPOVICI — Verificarea legilor de similitudine la ventilatoarele axiale 87

I. ANTON — Similitudinea de cavitaţie la pompele centrifugale . . 97

I. HAIDU, O. GHEORGHIU — Contribuţie la problema determinării pe cale grafică a eforturilor unitare principale şi poziţiei planelor principale la starea generală de tensiune triaxială 103

E LEBOVICI — Contribuţie la problema măsurării puterilor mici în curent alternativ 125

Pag.

E. POP, S. CRIȘAN — Asupra calculului punților simple de curent continuu echilibrate 131

C. ȘORA, V. VĂZDĂUȚEANU — Unele probleme privind tracțiunea electrică cu energie cinetică înmagazinată 141

C. HONAE, R. ABRAMOVICI, B. DULHAZ, V. DUDILA — Contribuții la îmbunătățirea calității electro-porțelanului prin folosirea feldspatului de Munte-Rece 149

V. VĂZDĂUȚEANU, E. SERACIN — Probleme de acționare electrică la războaiele de țesut 161

A. SEMLYEN — Regimul de încălzire la electromagneții de curent alternativ 171

D. MATEESCU — Studiul solicitărilor în guseele grinzilor cu zăbrele cu metoda fotoelastică 183

I. TERȚEA — Calculul pierderii de tensiune în elementele precomprimate și încărcate centric în urma curgerii lente și a contracției betonului. 199

I. FILIMON — Calculul elementelor încovoiate de beton slab armat la apariția fisurilor 207

O. MIRȘU — Noi tipuri de betoane celulare 221

S. CETĂȚEANU — Coeficientul de siguranță la verificarea stabilității locale a inimii grinzilor metalice 231

C. BODASCHER — Cercetarea premizelor economice pentru folosirea blocurilor mari de beton în R.P.R. 247

V. COCHECI, I. HORESCU — Un nou procedeu de separare a oxidului de magneziu din Dolomită 251

V. LAȚIU — Contribuții la studiul micrografic al ruperilor de echilibru din masa unor banatite 265

V. LAȚIU — Contribuții la studiul micrografic al procesului de epidotizare și de spilitizare din rocile diabazice ale eruptivului Munții Drocea (regiunea Arad) 273

C. DRĂGULESCU, m. coresp. Acad. R.P.R., P. TRIBUNESCU — Solubilitatea arseniatului mixt de argint și taliu 283

G. BERGER — Dozarea fierului și permanganatului cu apa oxigenată stabilizată 289

D. BECHERESCU — O nouă metodă rapidă dozarea gravimetrică a cuprului 297

V. LAȚIU — Contribuții la studiul micrografic al eruptivului și al mineralizării apomagnetice din Valea Tisei din Munții Metalici Apuseni (regiunea Hunedoara) 301

C. SIMOI — Șocul elastic local ca șoc neelastic 309

C. SIMOI, T. SUHĂȚEANU, J. KREMMER — o dovadă experimentală a conservării impulsului în procesele de difuzie moleculară . . 313

E. KIMMEL, A. FRIDLOVSCHI — Obținerea amidonului solubil . . 319

E. PETROVICI — Asupra unei legături între compoziția moleculară și structura substanțelor organice 331

BULETIN SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
DE
L'INSTITUT POLYTECHNIQUE DE TIMIŞOARA

2 Sèrie, Tom 2 (16) Fascicole 1, Janvier—Juin 1957

SOMMAIRE

Page

V. MIOC — Contributions au sujet de la détermination des solutions particulières et générales d'une équation de la forme . . . 9

A. BÂRGLĂZAN, membre correspondant de l'Académie de la R.P.R., I. PREDA, M. POPOVICI, O. POPA — Nouvelles formes de diffuseurs-aspirateurs pour les turbines hydrauliques . . . 17

V. GHEORGHIU, V. ANTON — Contribution à l'application des théorèmes de l'impulsion dans le régime permanent du mouvement monodimensionnel 31

ŞT. ROSINGER — Contribution à l'étude du couplage des métaux au disque mince 43

I. VLADEA — Contribution à l'étude du fonctionnement des tours refrigerantes 47

A. BÂRGLĂZAN, membre correspondant de l'Académie de la R.P.R., V. DOBINDA, N. PELIGRAD, J. AVED, C. CIOCIRLAN, F. GAMPE — Contributions à l'étude des turbotransmissions hydrauliques 65

A. BÂRGLĂZAN, membre correspondant de l'Académie de la R.P.R., I. ANTON, I. PREDA, V. ANTON — Recherches sur quelques profils aérodynamiques pour la construction des machines hydrauliques. Station expérimentale 73

I. ANTON, V. ANTON, I. PREDA, M. POPOVICI — Vérification des lois de similitude pour les ventilateurs axiaux 87

I. ANTON — La similitude de cavitation dans les pompes centrifuges . 97

Page

I. HAIDU, O. GHEORGHIU — Beitrag zur zeichnerischen Bestimmung der Hauptspannungen und ihrer Richtungen im allgemeinen räumlichen Spannungszustand 103
E. LEBOVICI — Contribution au problème de la mesure des petites puissances en courant alternatif 125
E. POP, S. CRIŞAN — Sur le calcul des ponts simples de courant continu, équilibrés 131
C. ŞORA, V. VĂZDĂUŢEANU — Quelques problèmes au sujet de la traction électrique a l'énergie cinétique emmagasinée . . . 141
C. HONAE, R. ABRAMOVICI, B. DULHAZ, V. DUDILA — Beträge zur Verbesserung der Qualität von Elektroporzellan durch Verwendung von Feldspat aus Munte-Rece 149
V. VĂZDĂUŢEANU, E. SERACIN — Problèmes de la commande électrique des métiers à tisser 161
A. SEMLYEN — Le régime de chauffage pour les électroaimants de courant alternatif 171
D. MATEESCU — Studium über Spannungszustand in den Knotenblechen eines Fachwerkträgers mit Hilfe der Fotoelastizitäts methode 183
I. TERTEA — Le calcul des chutes de tension dans les éléments soumis à la précontrainte et à la traction centrées, dues au fluage et au retrait du béton 199
I. FILIMON — Le calcul à la fissuration des éléments en béton armé à faible pourcentage d'armature 207
O. MÎRŞU — Nouveaux types de bétons cellulaires 221
S. CETAŢEANU — Der Sicherheitskoeffizient bei der Stabilitätsberechnung der Stegbleche vollwandiger Träger 231
C. BODASCHER — Untersuchung der wirtschaftlichen Vorbedingungen bei der Anwendung von Grossbetonblöcken in R.V.R. . . . 247
V. COCHECI, I. HORESCU — Un nouveau procédé de séparation de l'oxyde de magnesium à partir de la dolomite 251
V. LAŢIU — Contributions à l'étude micrographique des ruptures d'équilibre dans la masse de quelques Banatites 265
V. LAŢIU — Contributions à l'étude micrographique du proccésus de l'épidotisation et de la spilitisation des roches diabases du l'éruptif des „Monts Drocea" (Dép. Arad) 273
C. DRĂGULESCU, membre correspondant de l'Académie de la R.P.R., P. TRIBUNESCU — La solubilité de l'arséniate mixte d'argent et de thallium 283
G. BERGER — Le dosage du fer et du permanganate avec l'eau oxygenée stabilisée 289
D. BECHERESCU — Une nouvelle méthode rapide pour le dosage gravimétrique du cuivre 297
V. LAŢIU — Contributions à l'etude micrographique de l'éruptif et de la minéralisation apomagmatique de la Vallée de Tisa dans les montagnes „Metalliques de l'ouest" (Rég. Hunedoara) . . . 301
C. SIMOI — Le choc elastique local comme choc non elastique . . 309
C. SIMOI, T. SUHAŢEANU, J. KREMMER — Une preuve experimentale de la conservation de l'impulsion dans les processus de diffusion thermique moleculaire 313
E. KIMMEL, A. FRIDLOVSCHI — L'obtention de l'amidon soluble 319
E. PETROVICI — Sur un liaison entre la composition moleculaire et la structure des substances organiques 331

НАУЧНО—ТЕХНИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА В ТИМИШОАРЕ

Серия II, Том 2 (16) Выпуск 1, январь—июнь 1957

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

В. МИОК — К определению частных и общих решений уравнения вида 9

А. БЭРГЛЭЗАН, член кореспонд. Акад. Наук Р. Н. Р., И. ПРЕДА, М. ПОПОВИЧ, О. ПОПА — Новые формы всасывающих труб для гидротурбин 17

В. ГЕОРГИУ, В. АНТОН — К применению теорем импульса в постоянном режиме одноразмерного движения 31

С. РОЗИНГЕР — Изучение резки металлов тонким диском . . 43

И. ВЛЭДЯ — К исследованию работы холодильных колонн . . 47

А. БЭРГЛЭЗАН, член кореспонд. Акад. Наук Р. Н. Р., В. ДОБЫНДА, Н. ПЕЛИГРАД, И. АВЕД, К. ЧОКЫРЛАН, Ф. ГАМПЕ — Изучение и исследование гидравлических турбопередач . 65

А. БЭРГЛЭЗАН, член кореспонд. Акад. Наук Р. Н. Р., И. АНТОН, И. ПРЕДА, В. АНТОН — Исследования некоторых аэродинамических профилей для конструкции гидравлических машин 73

И. АНТОН, В. АНТОН, И. ПРЕДА, М. ПОПОВИЧ — Проверка закона подобия осевых вентиляторов 87

И. АНТОН — Кавитационное подобие у центробежных насосов . 97

И. ХАЙДУ, О. ГЕОРГИУ — К вопросу о графическом определении главных единичных усилий и главных направлений общего состояния трехосевого напряжения 103

Е. ЛЕЙБОВИЧ — Об измерении малых мощностей переменного тока 125

Е. ПОП, С. КРИШАН — О вычислении простых уравновешенных мостов переменного тока 131

Стр.

К. СОРА, В. ВЭЗДЭУЦЯНУ — Вопросы касающиеся электрической тяги развиваемой аккумулированной кинетической энергией 141

К. ХОНАЕ, Р. АБРАМОВИЧ, Б. ДУЛХАЗ, В. ДУДИЛЭ — К улучшению качества электрофарфора при помощи полевого шпата из Мунте-Рече 149

В. ВЭЗДЭУЦЯНУ, Е. СЕРАЧИН — Вопрос применения электрической энергии для работы ткацких станков 161

А. ШЕМЛИЕН — Режим нагрева электромагнитов переменного тока 171

Д. МАТЕЕСКУ — Изучение нагрузок узловых связанных листов решетчатых балок посредством фотоэластического метода . 183

И. ТЕРТЯ — Расчет потери напряжения в предварительно сжатых и центрально нагруженных элементах в результате спокойного течения контракции бетона 199

И. ФИЛИМОН — Расчет растрескивания элементов малоармированного бетона 207

О. МЫРШУ — Новые типы ячеистых бетонов 221

С. ЧЕТЭЦЯНУ — Коэффициент безопасности при проверке местной устойчивости сердцевины металлических балок . . . 231

О. БОДАСКЕР — Изучение экономических возможностей использования больших бетонных блоков в Р. Н. Р. . . . 247

В. КОКЕЧ, И. ХОРЕСКУ — Новый метод выделения окиси магния из доломита 251

В. ЛАЦИУ — К микрографическому изучению нарушения равновесного состояния в массе некаторых банатитов . . . 265

В. ЛАЦИУ — К микрографическому исследованию эпидотического и спилитического процесса диабазических пород находящихся в вулканических породах горы Дроча 273

К. ДРЭГУЛЕСКУ, член коресп. Акад. Наук Р. Н. Р, П. ТРИБУНЕСКУ — Растворимость смешанных мышьяковистых соединений серебра и талия 283

Г. БЕРГЕР — Дозировка железа и марганцевой соли стабилизированной перекисью водорода 289

Д. БЕКЕРЕСКУ — Новый скорый метод гравиметрической дозировки меди 297

В. ЛАЦИУ — К микрографическому изучению вулканических пород и апомагматической минерализации в долине Тисы в горах Металич Апусень Хунедорской области 301

К. СИМОИ — Упругий местный удар расмотренный как неупругий 309

К. СИМОИ, Т. СУХЭЧЯНУ, И КРЕММЕР — Экспериментальное доказательство сохранения импульса в процессах термической молекулярной диффузии 313

Е. КИММЕЛ, А. ФРИДДОВСКИЙ — Получение растворимого амидона 319

Э. ПЕТРОВИЧ — О связи между молекулярным составом и строением органических веществ 331

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢII LA GĂSIREA SOLUŢIILOR PARTICULARE ŞI GENERALE ALE UNEI ECUAŢII CU COEFICIENŢI CONSTANŢI DE FORMA:

$$A_0\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+A_1\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+A_2\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}+A_3\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+A_4\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+A_5\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

DE

V. MIOC

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Să considerăm ecuaţia

$$A_0\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+A_1\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+A_2\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}+A_3\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+A_4\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+A_5\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0 \qquad (1)$$

în care A_i, $(i=0, 1....5)$ sînt constante, pentru a găsi unele soluţii ale acestei ecuaţii şi condiţiile în care admite soluţii, aplicăm metoda dată de prof. V. Alaci pentru ecuaţii cu derivate parţiale de ordinul al doilea. Această metodă constă în a căuta o soluţie de forma:

$$z=e^{\lambda x}\varphi(\alpha x+\beta y) \qquad (2)$$

în care funcţia φ e arbitrară, iar λ, α, β constante care urmează să fie determinate. Notînd

$$v=\alpha x+\beta y \qquad (3)$$

(2) se mai scrie

$$z=e^{\lambda x}\varphi(v). \qquad (2')$$

Calculînd derivatele parţiale ce intră în ecuaţia (1), avem:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}=e^{\lambda x}\left[\lambda^4\varphi(v)+4\alpha\lambda^3\frac{d\varphi}{dv}+6\alpha^2\lambda^2\frac{d^2\varphi}{dv^2}+4\alpha^3\lambda\frac{d^3\varphi}{dv^3}+\alpha^4\frac{d^4\varphi}{dv^4}\right]\\
&\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}=e^{\lambda x}\left[\beta^2\lambda^2\frac{d^2\varphi}{dv^2}+2\alpha\beta^2\lambda\frac{d^3\varphi}{dv^3}+\alpha^2\beta^2\frac{d^4\varphi}{dv^4}\right]\\
&\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}=\beta^4 e^{\lambda x}\cdot\frac{d^4\varphi}{dv^4}\\
&\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=e^{\lambda x}\left[\lambda^2\varphi(v)+2\alpha\lambda\frac{d\varphi}{dv}+\alpha^2\frac{d^2\varphi}{dv^2}\right]\\
&\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=e^{\lambda x}\left[\beta\lambda\frac{d\varphi}{dv}+\alpha\beta\frac{d^2\varphi}{dv^2}\right]\\
&\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\beta^2 e^{\lambda x}\cdot\frac{d^2\varphi}{dv^2}
\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

valori care înlocuite în (1), în care lăsăm factorul $e^{\lambda x}\neq 0$ de o parte, obţinem ecuaţia diferenţială:

$$(A_0\alpha^4+A_1\alpha^2\beta^2+A_2\beta^4)\frac{d^4\varphi}{dv^4}+2\alpha\lambda(2A_0\alpha^2+A_1\beta^2)\frac{d^3\varphi}{dv^3}+$$
$$+[\lambda^2(6A_0\alpha^2+A_1\beta^2)+A_3\alpha^2+A_4\alpha\beta+A_5\beta^2]\frac{d^2\varphi}{dv^2}+\lambda(4\alpha A_0\lambda^2+2A_3\alpha+A_4\beta)\frac{d\varphi}{dv}+$$
$$+\lambda^2(A_0\lambda^2+A_3)\varphi(v)=0\qquad(5)$$

care trebuind să fie identic verificată, ne dă sistemul de ecuaţii:

$$\left.\begin{aligned}
&A_0\alpha^4+A_1\alpha^2\beta^2+A_2\beta^4=0\\
&2\alpha\lambda(2A_0\alpha^2+A_1\beta^2)=0\\
&\lambda^2(6A_0\alpha^2+A_1\beta^2)+A_3\alpha^2+A_4\alpha\beta+A_5\beta^2=0\\
&\lambda(4A_0\alpha\lambda^2+2A_3\alpha+A_4\beta)=0\\
&\lambda^2(A_0\lambda^2+A_3)=0.
\end{aligned}\right\}\qquad(6)$$

Dacă notăm

$$\left.\begin{aligned}
&f(\alpha,\beta)=A_0\alpha^4+A_1\alpha^2\beta^2+A_2\beta^4\\
&g(\alpha,\beta)=A_3\alpha^2+A_4\alpha\beta+A_5\beta^2
\end{aligned}\right\}\qquad(6')$$

sistemul (6) ia forma:

$$\left.\begin{aligned}
&f(\alpha,\beta)=0\\
&2\alpha\lambda\frac{\partial f}{\partial\alpha}=0\\
&\frac{\lambda^2}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial\alpha^2}+g(\alpha,\beta)=0\\
&\lambda\left[\frac{\lambda^2}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial\alpha^3}+\frac{\partial g}{\partial\alpha}\right]=0\\
&\lambda^2\left[\frac{\lambda^2}{4!}\frac{\partial^4 f}{\partial v^4}+\frac{1}{2!}\frac{\partial^2 g}{\partial\alpha^2}\right]=0
\end{aligned}\right\}\qquad(6'')$$

Se observă că ultimele 3 ecuaţii admit rădăcina

I. $$\lambda=0 \tag{7}$$

ori ca sistemul (6″) să fie compatibil trebuie ca şi

$$\left.\begin{aligned} f(\alpha,\ \beta)&=0\\ g(\alpha,\ \beta)&=0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

care fiind omogen, se poate lua $\beta=1$, şi avem următoarele cazuri:

1. Fie α_1 şi α_2 rădăcinile comune ale ecuaţiilor

$$f(\alpha,\ 1)=0,\quad g(\alpha,\ 1)=0.$$

In acest caz ecuaţia (1) admite soluţia particulară

$$z=\varphi_1(\alpha_1 x+y)+\varphi_2(\alpha_2 x+y) \tag{9}$$

iar între coeficienţi avem relaţiile de condiţie:

$$\left.\begin{aligned} 2A_0A_3A_5&=A_0A_4^2+A_1A_3^2\\ A_0(A_3A_5^2-A_4^2A_5)&+A_3(A_2A_3-A_1A_5)=0. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

2. Presupunem că ecuaţiile (8) au o singură rădăcină comună α_1, în acest caz ecuaţia admite soluţia particulară

$$z=\varphi(\alpha_1 x+y) \tag{11}$$

cu o relaţie de condiţie între coeficienţi, care se obţin uşor, anulînd rezultantul ecuaţiilor (6′).

3. Fie α_1 o rădăcină dublă pentru amîndouă ecuaţiile (8). In acest caz ecuaţia (1) admite soluţia particulară:

$$z=\varphi_1(\alpha_1 x+y)+x\varphi_2(\alpha_1 x+y) \tag{12}$$

în care $\alpha_1=\alpha_2=-\frac{A_4}{2A_3}$ şi deci (12) se mai scrie

$$z=\varphi_1\left(y-\frac{A_4}{2A_3}x\right)+x\varphi_2\left(y-\frac{A_4}{2A_3}x\right). \tag{12′}$$

Relaţiile de condiţie sînt

$$\left.\begin{aligned} A_4^2-4A_3A_5&=0\\ A_1^2-4A_0A_2&=0\\ A_0\frac{A_4^4}{16A_3^4}+A_1\frac{A_4^2}{4A_3^2}+A_2&=0 \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

care se pot reduce la forma:

$$\left.\begin{aligned} A_4^2-4A_3A_5&=0\\ A_1^2-4A_0A_2&=0\\ A_0A_5^2+A_2A_3^2+A_1A_3A_5&=0. \end{aligned}\right\} \tag{13′}$$

4. Să presupunem că pe lîngă rădăcina $\lambda=0$ avem şi

$$g(\alpha,\ 1)=0. \tag{14}$$

In acest caz rezultă imediat condiţia

$$A_3=A_4=A_5=0 \tag{15}$$

iar ecuaţia (1) se reduce la grupul termenilor de ordinul 4, care conţine ecuaţia biarmonică drept caz particular,

$$A_0\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+A_1\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+A_2\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}=0. \tag{16}$$

Ecuaţia $f(\alpha,\ 1)=0$, ne dă 4 rădăcini care pot fi distincte sau duble şi avem:

a) Rădăcinile sînt distincte, ele au forma α_1, $-\alpha_1$, α_2, $-\alpha_2$, iar ecuaţia admite soluţie generală

$$z=\varphi_1(\alpha x+y)+\varphi_2(y-\alpha_1 x)+\varphi_3(\alpha_2 x+y)+\varphi_4(y-\alpha_2 x). \tag{17}$$

b) Rădăcinile sînt duble, ele au forma: α_1 şi $-\alpha_1$ iar ecuaţia admite soluţia generală

$$z=\varphi_1(\alpha_1 x+y)+x\varphi_2(\alpha_1 x+y)+\varphi_3(y-\alpha_1 x)+x\varphi_4(y-\alpha_1 x) \tag{18}$$

avînd şi relaţia:

$$A_1^2-4A_0A_2=0.$$

II. Fie: $\lambda\neq 0$.

Din (6″) ecuaţiile 3, 4 şi 5 ne dau

$$\lambda^2=-\frac{2!\,g(\alpha,\ 1)}{\dfrac{\partial^2 f}{\partial\alpha^2}}=-\frac{3!\dfrac{\partial g}{\partial\alpha}}{\dfrac{\partial^3 f}{\partial\alpha^3}}=-\frac{2\cdot 3!\dfrac{\partial^2 g}{\partial\alpha^2}}{\dfrac{\partial^4 f}{\partial\alpha^4}} \tag{19}$$

de unde avem două valori pentru λ pe care le notăm cu λ_1 şi $-\lambda_1$.

Dar ca sistemul să fie compatibil. trebuie ca

$$f(\alpha,\ 1)=0 \quad \text{şi} \quad \alpha\frac{\partial f}{\partial\alpha}=0, \tag{20}$$

ceea ce ne duce la cazurile:

1. $$f(\alpha,\ 1)=0,\quad \alpha=0.$$

Ecuaţiile 1 şi 4 din (6) ne dau condiţiile

$$A_2=A_4=0 \tag{21}$$

iar ecuaţiile 3 şi 5:

$$\left.\begin{aligned}\lambda^2A_1+A_5&=0\\ \lambda^2A_0+A_3&=0\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

din care avem

$$\frac{A_5}{A_1}=\frac{A_3}{A_0}=K \tag{22′}$$

în baza acestor condiţii ecuaţia (1) ia forma:

$$A_0\left(\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+K\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)+A_1\left(\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+K\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)=0 \tag{23}$$

în care dacă facem

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+Kz=u \tag{24}$$

ea devine

$$A_0\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+A_1\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0. \tag{25}$$

Ecuație ce se integrează cu aceeași metodă cu care am pornit în rezolvarea ecuației date, adică încercăm soluții de forma: $u=e^{ux}\varphi(\gamma x+\delta y)$, găsind soluțiile unice:

$$u=0 \text{ și } \gamma=\pm\sqrt{-\frac{A_1}{A_0}}.$$

Deci soluția generală a ecuației (25) este

$$u=\varphi(\gamma,\ x+y)+\psi(y-\gamma x) \tag{26}$$

în care φ și ψ sînt două funcții arbitrare.

Inlocuind în (24), obținem ecuația

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+Kz=\varphi(\gamma,\ x+y)+\psi(y-\gamma x) \tag{24'}$$

a cărei integrare se reduce la integrarea ecuației diferențiale

$$z''+Kz=\varphi(\gamma,\ x+y)+\psi(y-\gamma x) \tag{25'}$$

în care K, din condițiile (19), poate fi pozitiv sau negativ.

2. $$f(\alpha,\ 1)=0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial f}{\partial \alpha}=0.$$

In acest caz ecuația $f(\alpha, 1)=0$ are 2 rădăcini duble care sînt

$$\alpha=\pm\sqrt{-\frac{A_1}{2A_0}} \tag{26}$$

iar din (19)

$$\lambda=\pm\sqrt{-\frac{A_3}{A_0}}. \tag{27}$$

Relațiile de condiție sînt:

$$\left.\begin{aligned} &A_1^2-4A_0A_2=0\\ &2A_3=A_4\sqrt{-\frac{A_0}{A_1}}\\ &3A_1A_3+2A_0A_5+A_4\sqrt{-2A_0A_1}=0 \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

iar ecuația (1) admite soluția particulară

$$z=e^{\lambda_1 x}\varphi_1(\alpha_1 x+y)+e^{-\lambda_1 x}\varphi_2(\alpha_2 x+y). \tag{29}$$

Exemple:

1. Fie ecuaţia

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - 13\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + 36\frac{\partial^4 z}{\partial y^4} + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 5\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 6\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

Căutăm soluţii de forma

$$z = e^{\lambda x}\varphi(\alpha x + \beta).$$

Pentru $\lambda = 0$, avem ecuaţiile

$$\left.\begin{aligned} f(\alpha) &= \alpha^4 - 13\alpha^2 + 36 = 0 \\ g(\alpha) &= \alpha^2 - 5\alpha + 6 = 0 \end{aligned}\right\}$$

care au rădăcinile comune: $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 3$ şi deci ecuaţia admite soluţia particulară

$$z = \varphi_1(2x + y) + \varphi_2(3x + y).$$

2. Fie ecuaţia:

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - 3\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + 4\frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 0.$$

Pentru ca sistemul de ecuaţii să fie compatibil pentru $\lambda = 0$, trebuie ca

$$\alpha^4 - 3\alpha^2 - 4 = 0$$

care a fost obţinută din prima ecuaţie în care am făcut

$$\beta = 1.$$

Se obţin rădăcinile distincte

$$\alpha_1 = 2,\ \alpha_2 = -2,\ \alpha_3 = i,\ \alpha_4 = -i;\quad (i^2 = -1)$$

iar soluţia generală a ecuaţiei este

$$z = \varphi_1(y + 2x) + \varphi_2(y - 2x) + \varphi_3(y + ix) + \varphi_4(y - ix).$$

3. Ecuaţia

$$\frac{\partial^4 z}{\partial y^4} - 8\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + 16\frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 0$$

are ca rezolvantă, pentru $\lambda = 0$ ecuaţia

$$\alpha^4 - 8\alpha^2 + 16 = 0$$

ale cărei rădăcini sînt

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 2,\quad \alpha_3 = \alpha_4 = -2$$

şi deci soluţia generală este

$$z_1 = \varphi_1(2x + y) + x\varphi_2(2x + y) + \varphi_3(y - 2x) + x\varphi_4(y - 2x).$$

BIBLIOGRAFIE

V. Alaci, Problema biarmonică în Fizica matematică. — Revista „Studii și cercetări științifice" Academia R.P.R. Baza Timișoara An, I. (1954) nr. 1—4, pag. 11—18.

V. Alaci, Asupra unei clase de ecuații cu derivate parțiale și coeficienți constanți — Revista „Studii și cercetări științifice" Academia R.P.R. Baza Timișoara nr. 1—2, tom. 3. 1956, pag. 9 -15.

V. Alaci, O contribuție în domeniul ecuațiilor cu derivate parțiale și coeficienți constanți — „Comunicări științifice și tehnice" An. I, 1956. Institutul Politehnic, pag. 63—70.

CONTRIBUTIONS AU SUJET DE LA DÉTERMINATION DES SOLUTIONS PARTICULIÈRES ET GÉNÉRALES D'UNE ÉQUATION DE LA FORME :

$$A_0\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+A_1\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+A_2\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}+A_3\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+A_4\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+A_5\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

(RÉSUMÉ)

Étant donnée l'équation

$$A_0\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+A_1\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+A_2\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}+A_3\frac{\partial^2 z}{\partial^2 x}+A_4\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+A_5\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$$

on essaie des solutions de la forme

$$z=e^{\lambda x}\varphi(\alpha x+\beta y)$$

où φ est une fonction arbitraire. En écrivant que l'équation est *identiquement* vérifiée, on donne un système de 5 équations à 3 inconnues, d'où on déduit des valeurs pour λ, α et β.

Pour $\lambda=0$ on obtient des solutions particulières pour l'équation donnée.

Pour $\lambda=0$ et $g(\alpha,\ \beta)\equiv 0$ on obtient l'équation

$$A_0\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+A_1\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+A_2\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}=0$$

qui admet une solution générale et contient la biharmonique comme un cas particulier.

Pour $\lambda\neq 0$ on obtient toujours des solutions particulières pour l'équation du 4e ordre.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЧАСТНЫХ И ОБЩИХ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ВИДА :

$$A_0\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+A_1\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+A_2\frac{\partial^4 z}{\partial y}+A_3\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+A_4\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+A_5\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Будучи дано уравнение :

$$A_0\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+A_1\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+A_2\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}+A_3\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+A_4\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+A_5\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0.$$

найти решения вида :

$$z=e^{\lambda x}\varphi(\alpha x+\beta y).$$

где φ произвольная функция. Написав что уравнение тождественно удовлетворено, находим систему из пяти уравнений с тремя неизвестными, откуда определяются величины λ, α и β.

При $\lambda=0$ находим частные решения данного уравнения.

При $\lambda=0$ и $g(\alpha, \beta)\equiv 0$ находим уравнение

$$A_0\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}+A_1\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2}+A_2\frac{\partial^3 z}{\partial y^5}=0.$$

которое допускает общее решение и содержит бигармонику как частный случай.

При $\lambda\neq 0$ получаются тоже частные решения для уравнения четвертого порядка.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

NOI FORME DE TUBURI DE ASPIRAŢIE PENTRU TURBINELE HIDRAULICE

DE

AUREL BÂRGLĂZAN, membru coresp. al Acad. R.P.R., PREDA IOSIF, POPOVICIU MIRCEA şi POPA OCTAVIAN

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Atît în calculul şi construcţiunea, cît şi în funcţionarea turbinelor hidraulice, tubul de aspiraţie are un rol deosebit de important. Forma şi dispoziţia lui pe de o parte determină elemente importante de calcul şi construcţie ale turbinei, iar pe de altă parte influenţează în mare măsură randamentul turbinei, în funcţionarea ei. El face parte integrantă din turbină şi este locul unde îşi fac apariţia cele mai importante pierderi în procesul de transformare a energiei hidraulice în energia mecanică. Deci pentru îmbunătăţirea randamentului general al turbinei trebuie studiată forma lui în mod deosebit pentru fiecare caz în parte.

In general el este un ajutaj, un tub, de secţiune variabilă care conduce apa de la turbină la nivelul inferior. La ieşirea din turbină, respectiv la intrarea în tubul de aspiraţie, viteza absolută a apei v_2 fig. 1 este relativ mare şi cu atît mai mare cu cît n_s este mai mare, iar la ieşirea din tubul de aspiraţie v_y trebuie să fie cît mai mică posibil fără ca prin acest fapt evacuarea apei să fie împiedicată.

Ecuaţiunile care caracterizează fenomenul curgerii apei prin tubul de aspiraţie se pot scrie cu notaţiile din fig. 1.

$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + l = \frac{v_y^2}{2g} + \frac{p_y}{\gamma} + \sum_2^y h^p; \quad \frac{v_y^2}{2g} + \frac{p_y}{\gamma} = \frac{v_a^2}{2g} + \frac{p_{at}}{\gamma} + (l - h_2) + \sum_y^a h_p$$

sau

$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + l = \frac{v_a^2}{2g} + \frac{p_{at}}{\gamma} + (l - h_2) + \sum_2^y h_p + \sum_y^a h_p$$

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

pentru

$$\sum_{y}^{a} h_p = \frac{(v_y - v_a)^2}{2g} \quad \text{şi} \quad v_a \simeq 0$$

rezultă

$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + h_2 = \frac{p_{at}}{\gamma} + \frac{v_y^2}{2g} + \sum_{2}^{y} h_p$$

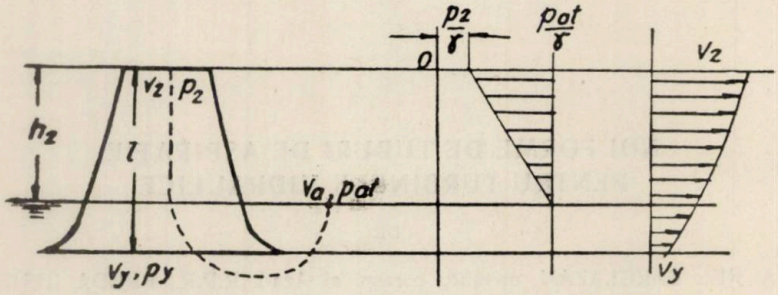


Fig. 1.

notînd

$$\eta_d = \frac{\frac{v_2^2}{2g} - \left(\frac{v_y^2}{2p} + \sum_{2}^{y} h_p\right)}{\frac{v_2^2}{2g}} \quad \text{şi cum} \quad \frac{v_2^2}{2g} = \Delta H$$

se poate scrie:

$$\eta_d = 1 - \frac{\frac{v_y^2}{2g} + \sum_{2}^{y} h_p}{\frac{v_2^2}{2g}} \quad \text{sau} \quad \frac{\frac{v_y^2}{2g} + \sum_{2}^{y} h_p}{H} = (1 - \eta_d)\Delta = t_5 + t_6$$

şi randamentul total al turbinei se poate scrie:

$$\eta_{tot} = 1 - [t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + (1 - \eta_d)\Delta].$$

Deci pentru ca randamentul total să fie mare, trebuie ca produsul $(1-\eta_d)\Delta$ să fie cît se poate de mic, respectiv η_d cît mai mare, mai ales la turbinele rapide unde Δ este relativ mare.

In general însă la ieşirea din turbină, respectiv la intrarea în tubul de aspiraţie, viteza absolută v_2 se poate scrie:

$$v_2^2 = v_{m2}^2 + v_{u2}^2.$$

Pentru pierderile de sarcină în tubul de aspiraţie se poate scrie:

$$\frac{v_y^2}{2g} + \sum_{2}^{y} h_p = (1 - \eta_d)\frac{v_2^2}{2g} = (1 - \eta_{du})\frac{v_{u2}^2}{2g} + (1 - \eta_{dm})\frac{v_{m2}^2}{2g}$$

sau

$$\frac{v_{my}^2}{2g}+\frac{v_{uy}^2}{2g}+\sum_2^y h_p=(1-\eta_d)\frac{v_2^2}{2g}=(1-\eta_{du})\frac{v_{u2}^2}{2g}+(1-\eta_{dm})\frac{v_{m2}^2}{2g}$$

şi

$$\eta_d=\frac{\eta_{dm}\frac{v_{m2}^2}{2g}+\eta_{du}\frac{v_{u2}^2}{2g}}{\frac{v_{m2}^2+v_{u2}^2}{2g}}$$

sau

$$\eta_d=1-\frac{\frac{v_{my}^2}{2g}+\frac{v_{uy}^2}{2g}+\sum_2^y h_p}{\frac{v_{m2}^2+v_{u2}^2}{2g}}$$

η_d depinde de $\frac{v_{my}^2}{2g}$ şi $\frac{v_{uy}^2}{2g}$ respectiv de sarcina viteză de la ieşirea din tubul de aspirație şi de suma pierderilor de sarcină din interiorul tubului de aspirație. Să analizăm aceste pierderi.

v_{mv} componenta meridională a vitezei absolute de la ieşire din tubul de aspirație calculată din ecuațiunea de continuitate

$$Sv_{my}=\frac{\pi D_2^2}{4}v_{m2}$$

depinde ca mărime medie de secțiunea S de la ieşire, care se alege în general în aşa fel ca viteza medie să fie circa 1 m/sec., deci şi pierderile corespunzătoare nu ar fi prea mari.

In realitate însă aici îşi face apariția turbulența caracterizată prin coeficientul de turbulență K dat de expresiunea:

$$K=\frac{\int v_{my}^3\,dS}{[v_{my}]^3S}$$ unde $[v_{my}]$=viteza medie corespunzătoare suprafeței S

care adeseori are valori cu mult mai mari decît 1 şi după cum se poate uşor vedea valoarea lui depinde de repartiția vitezelor absolute v_{my} din ultima secțiune a tubului de aspirație, repartiție care depinde de factori greu de definit.

Pierderile de sarcină relativă corespunzătoare vitezei absolute de la ieşire v_y se pot scrie:

$$t_6=\frac{v_y^2}{2gH}=t_6'+t_6''=\frac{v_{my}^2}{2gH}+\frac{v_{uy}^2}{2gH}$$

unde

$$t'_6=\frac{v_{my}^2}{2gH}=\frac{K\frac{[v_{my}]^2}{2g}}{H}=\frac{\sqrt[3]{K\left(\int v_{my}^3\,dS\right)^2}}{2gHS^{\frac{2}{3}}}.$$

Impărţind secţiunea de la ieşire în n părţi egale şi măsurînd viteza medie pentru fiecare secţiune elementară se obţine pentru K:

$$k=n^2\frac{\sum_1^n v_{mi}^3}{\left(\sum_1^n v_{mi}\right)^3}.$$

Pierderile corespunzătoare componentei tangenţiale a vitezei absolute de la ieşire sînt date de:

$$t''_6=\frac{v_{uy}^2}{2gH}$$

şi cum în tubul de aspiraţie cîmpul hidrodinamic este potenţial se poate scrie:

$$v_{u2}D_2=v_{uy}D_y$$

deci

$$t''_6=\frac{v_{u2}^2}{2gH}\left(\frac{D_2}{D_y}\right)^2$$

se observă deja că pentru ca $t_6=t'_6+t''_6$ să fie mic trebuie ca D_y să fie cît mai mare posibil.

Pierderile din interiorul tubului de aspiraţie se compun din două părţi

$$t_5=t'_5+t''_5=\frac{\sum_2^y h_p}{H}=\frac{\sum_2^y h_{pf}}{H}+\frac{\sum_2^y h_{pt}}{H}$$

$t'_5=\frac{\sum_2^y h_{pf}}{H}$ sînt pierderile relative datorită contactului lichidului real cu pereţii solizi ai tubului de aspiraţie

$$t'_5=\frac{16\lambda Q^2\sqrt{1+\frac{l^2}{100D_2^2}}}{\pi^2 g\,\mathrm{tg}\,\alpha\cdot l D_2^5 H}+\frac{2\lambda K_1^2\left[\frac{D_2}{8l\,\mathrm{tg}^3\alpha}-\frac{1}{4\,\mathrm{tg}^2\alpha}\ln\frac{D_2+2l\,\mathrm{tg}\,\alpha}{D_2}\right]}{gH\sqrt{1+\frac{l^2}{100D_2^2}}}$$

$$t'_5=\frac{16\lambda Q^2}{\pi^2 g\,\mathrm{tg}\,\alpha\cdot lD_2^5 H}+\frac{2\lambda K_1 D_2}{8gHl\,\mathrm{tg}^2\alpha}=\frac{\lambda}{gHl\,\mathrm{tg}\,\alpha}\left[\frac{1{,}6Q^2}{D_2^5}+\frac{K_1 D_2}{4\,\mathrm{tg}\,\alpha}\right]$$

unde

$$K_1 = v_{u2}\frac{D_2}{2} \quad \text{şi} \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{D_y - D_2}{2l}$$

deci

$$t'_5 = \frac{2\lambda}{gH(D_y - D_2)}\left[\frac{1{,}6Q^2}{D_2^5} + \frac{v_{u2}D_2^5}{4(D_y - D_2)}\right]$$

iar $t''_5 = \frac{\sum_2^y h_{pt}}{H}$ sînt pierderile datorită turbulenţei interioare.

Aceste pierderi depind de debit, respectiv de viteza apei, de lungimea tubului şi de raportul diametrelor de la intrarea şi ieşirea din tubul de aspiraţie

$$t''_5 = \frac{\sum_2^y h_{pt}}{H} = C_1\frac{v_2^2}{2gH}\frac{lD_2}{D_y}$$

$$t_5 = t'_5 + t''_5 = \frac{2\lambda}{gH(D_y - D_2)}\left[\frac{1{,}6Q^2}{D_2^5} + \frac{v_{u2}D_2^2}{4(D_y - D_2)}\right] + C_1\frac{v_2^2}{2gH}\frac{lD_2}{D_y} + C_2.$$

Un tub de aspiraţie care ar asigura pierderile minime, respectiv randamentul maxim al turbinei, trebuie să aibe dimensiunile principale şi rapoartele lor în aşa fel încît să satisfacă relaţiunea

$$\frac{\partial(t_5 + t_6)}{\partial\left(\frac{lD_2}{D_y}\right)} = 0$$

sau

$$\frac{\partial}{\partial\left(\frac{lD_2}{D_y}\right)}\left[\frac{2\lambda}{gH(D_y - D_2)}\left(\frac{1{,}6Q^2}{D_2^5} + \frac{v_{u2}D_2^2}{4(D_y - D_2)}\right) + C_1\frac{v_2^2}{2gH}\frac{lD_2}{D_y} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sqrt[3]{K\left(\int v_{my}^3 dS\right)^2}}{2gHS^{\frac{2}{3}}} + \frac{v_{u2}^2}{2gH}\left(\frac{D_2}{D_y}\right)^2\right] = 0.$$

Presupunînd funcţionarea pentru debit normal $Q_n = Q = \text{ct}$

$$K_1 = 0 \quad v_{u2} = 0$$

se poate scrie

$$\frac{\partial}{\partial\left(\frac{lD_2}{D_y}\right)}\left[\frac{3{,}2\lambda Q^2}{gH(D_y - D_2)D_2^5} + C_1\frac{v_2^2}{2gH}\frac{lD_2}{D_y} + \frac{\sqrt[3]{K\left(\int v_{my}^3\, dS\right)^2}}{2gHS^{\frac{2}{3}}}\right] = 0.$$

Din analiza posibilă, a expresiunii de mai sus, reiese că pentru un randament bun al turbinei, respectiv pierderi mici ale tubului de aspiraţie, este

bine ca lungimea tubului l să fie cît mai mică şi raportul diametrelor $\frac{D_y}{D_2}$ relativ mare.

Pentru cercetarea experimentală a concluziilor de mai sus s-a studiat, proiectat şi executat un tub nou de aspiraţie fig. 2 care are următoarele caracteristici: $l=2{,}5\,D_2$, $D_y=3\,D_2$, $l'=1{,}5\,D_2$, $l''=D$ şi $B=\frac{D_2}{2}$.

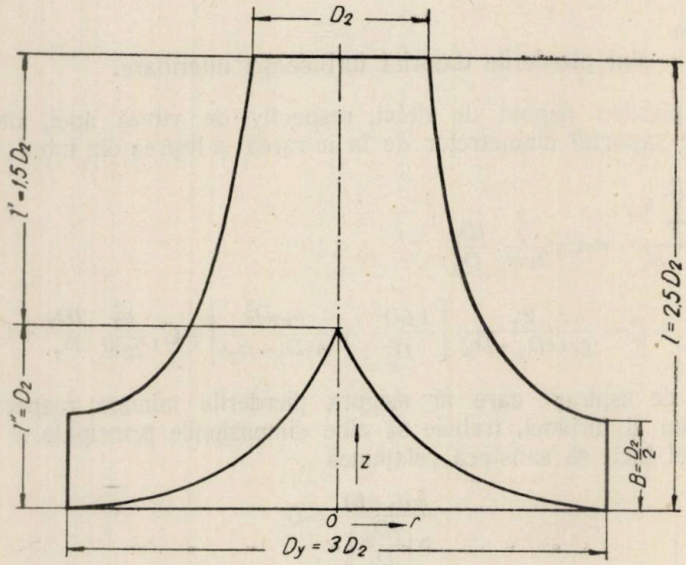


Fig. 2.

Curbele *I* şi *II* sînt date sub formă de tabele

I	z	40	35	30	25	20	15	10	9	8	7
	r	8	8,5	9,5	10,5	11,75	14	18	20	24	∞

II	z	16	15	10	5	4	3	2	1	0
	r	0	0,5	3	8	9	11	14	16	24

Se observă că la o astfel de construcţie l este mic şi $\frac{D_y}{D_2}$ mare şi prin introducerea conului mijlociu şi pericolul deslipirii apei de pereţii laterali este evitat în mare măsură.

Ecuația conturului *I* presupunînd în loc de *II* o placă se poate stabili pentru o mișcare axial simetrică din potențialul corespunzător

$$\varphi = e^{Kz} J_0(Kr)$$

unde

$$J_0(Kr) = 1 - \frac{K^2 r^2}{2^2} + \frac{K^4 r^4}{2^2 4^2} - \frac{K^6 r^6}{2^2 4^2 6} + \dots$$

și pentru funcțiunea de curent

$$\psi = \int_0^r r \frac{\partial \varphi}{\partial z} dr = \frac{1}{K} e^{Kz} \left[\frac{(Kr)^2}{2} - \frac{(Kr)^4}{2^2 4} + \frac{(Kr)^6}{2^2 4^2 6^2} - \dots \right]$$

curba obținută din ultima relațiune este mult diferită de curba *I* din fig. 2.

De aceea caracteristicile cîmpului hidrodinamic din tubul de aspirație din fig. 2, cu caracteristicile constructive perfect cunoscute, au fost stabilite pe cale grafică după cum urmează. În fig. 3 pe conturul dat s-au trasat meridianele suprafețelor de scurgere și curbele de egală viteză.

Admițînd în prima aproximație că de la $z = \infty$ pînă la prima secțiune a tubului de aspirație $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$ și că de la ultima secțiune a tubului de aspirație pînă la $r = \infty$ $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$ se stabilesc punctele de intersecție ale liniilor $\psi = ct$, (intersecții ale suprafețelor de scurgere cu planele meridiane) cu prima și ultima secțiune a tubului de aspirație.

Punctele din prima secțiune vor verifica relația

$$r_i \Delta n_i = ct$$

ar cele din a doua secțiune, prin faptul că $r = ct.$, vor verifica relația

$$\Delta n_i = ct.$$

Unind punctele ce rezultă, prin curbe continue și ghidîndu-ne după liniile $\psi = 0$ și $\psi = n$, care sînt atît frontiere ale cîmpului potențial axial simetric cît și linii de scurgere, obținem în prima aproximație alura curbelor ψ.

Corecția ce urmează a se aduce acestui cîmp rezultă din aplicarea expresiei:

$$Q = \int_0^n \frac{r}{\Delta s} dn$$

de-a lungul mai multor perechi de linii echipotențiale de viteză.

Pentru fiecare pereche de linii φ s-a trasat curba $\frac{r}{\Delta s}$ și apoi integrala sa $\int_0^r \frac{r}{\Delta s} dn$. Ordonata ultimului punct (care reprezintă debitul Q) s-a divizat în n părți egale corespunzătoare numărului de linii echipotențiale alese. Prin aceste puncte s-au dus drepte paralele cu abscisa și s-au determinat abscisele punctelor ce rezultă din intersecția lor cu curba integrală, fig. 4.

Punctele astfel obținute au reprezentat corecția căutată. Operația s-a repetat pînă cînd corecțiile rezultate au fost neglijabile ca mărime.

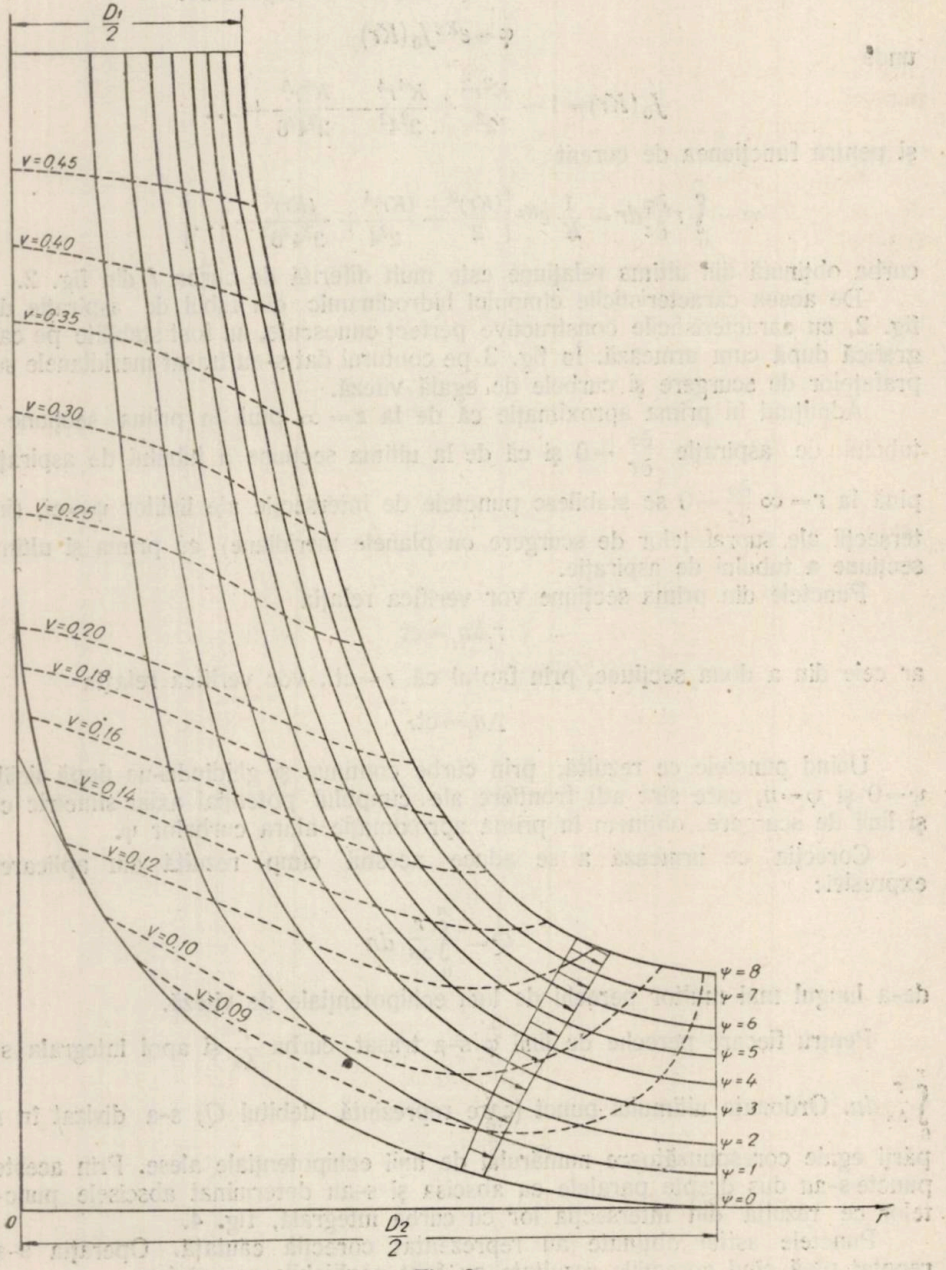

D1/2
v=0,45
v=0,40
v=0,35
v=0,30
v=0,25
v=0,20
v=0,18
v=0,16
v=0,14
v=0,12
v=0,10
v=0,09
ψ=8
ψ=7
ψ=6
ψ=5
ψ=4
ψ=3
ψ=2
ψ=1
ψ=0
r
0
D2/2

Fig. 3.

Pentru determinarea liniilor de egală viteză considerîndu-se $Q=1$ m³/sec, s-a pornit de la relaţia

$$\Delta Q=\frac{Q}{n}=2\pi r_i \Delta n_i V_{mi}$$

care s-a calculat într-un număr de 300 puncte.

Prin unirea punctelor de egală viteză s-au obţinut curbele din fig. 3.

Pentru determinarea coeficientului de turbulenţă K s-a ales o linie echipotenţială apropiată de ultima secţiune a tubului de aspiraţie, în lungul căreia s-a calculat repartiţia vitezelor V_{mi}.

Exprimînd coeficientul de turbulenţă cu ajutorul diferenţelor finite

$$K=\frac{\sum_1^n V_{mi}^3 \Delta s_i}{[V_m]^3 \sum_1^n \Delta s_i}$$

unde

$$\Delta s_i=2\pi r_i \Delta n_i \qquad V_{mi}=\frac{Q}{2\pi n}\cdot\frac{1}{r_i \Delta n_i}$$

$$[V_m]=\frac{Q}{\sum_1^n 2\pi r_i \Delta n_i}$$

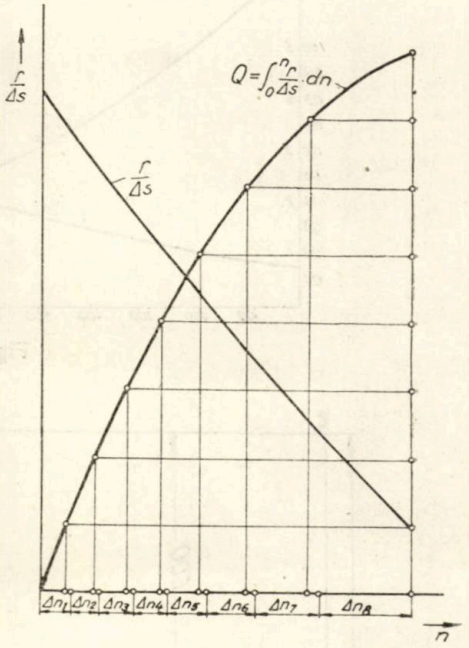


Fig. 4.

obţinem pentru K o expresie calculabilă pe cale grafică,

$$K=\frac{\sum_1^n \frac{1}{(r_i \Delta n_i)^2}\left(\sum_1^n r_i \Delta n_i\right)^2}{n^3}.$$

Calculul s-a efectuat cu ajutorul tabelului de mai jos, unde r şi h s-au citit pe fig. 3.

n	Δn	r	$r\Delta n$	$\frac{1}{r\Delta n}$
1	0,85	19,05	16,19	$3,5 \cdot 10^{-3}$
2	0,92	18,64	17,15	$3,4 \cdot 10^{-3}$
3	0,96	18,20	17,48	$3,27 \cdot 10^{-3}$
4	1,02	17,70	18,05	$3,07 \cdot 10^{-3}$
5	1,11	17,18	19,09	$2,745 \cdot 10^{-3}$
6	1,21	16,62	20,10	$2,475 \cdot 10^{-3}$
7	1,30	16,07	20,90	$2,29 \cdot 10^{-3}$
8	1,49	15,50	23,08	$1,875 \cdot 10^{-3}$
		$\Sigma =$	152,04	$22,625 \cdot 10^{-3}$

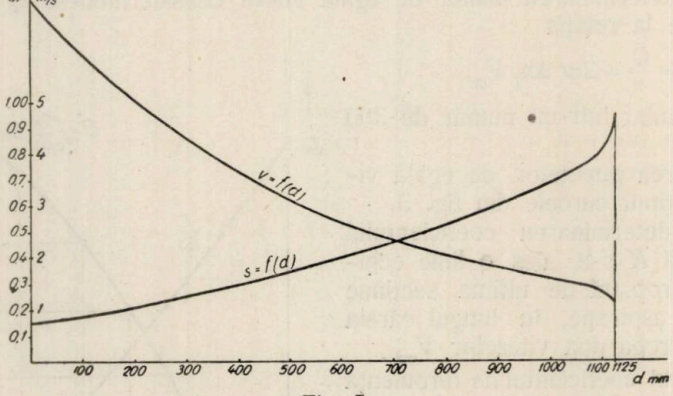

s m²
v m/s
1.00
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
5
4
3
2
1
v = f(d)
s = f(d)
400
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
1100
1125
d mm

Fig. 5.

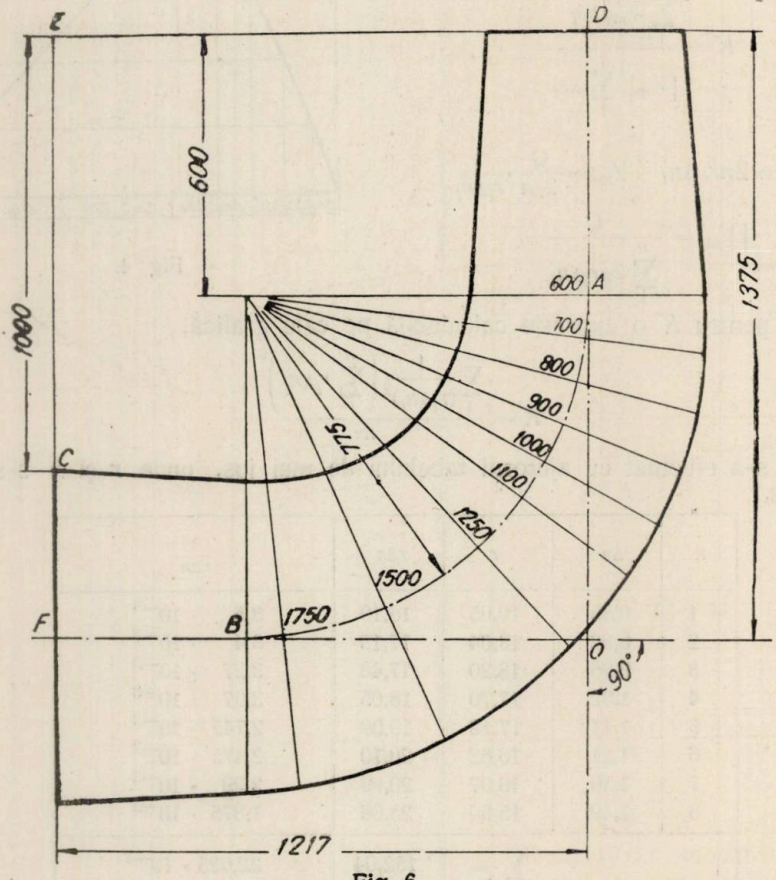

E
D
600
1000
600
A
1375
700
800
900
1000
1100
1250
1500
1750
775
C
F
B
O
90°
1217

Fig. 6.

Deci

$$K = \frac{22{,}625 \cdot 10^{-3} \cdot (152{,}04)^2}{8^3} = 1{,}024$$

valoare ce corespunde aproximaţiilor făcute.

Variaţia secţiunii şi a vitezei meridionale în acest tub sînt date în fig. 5.

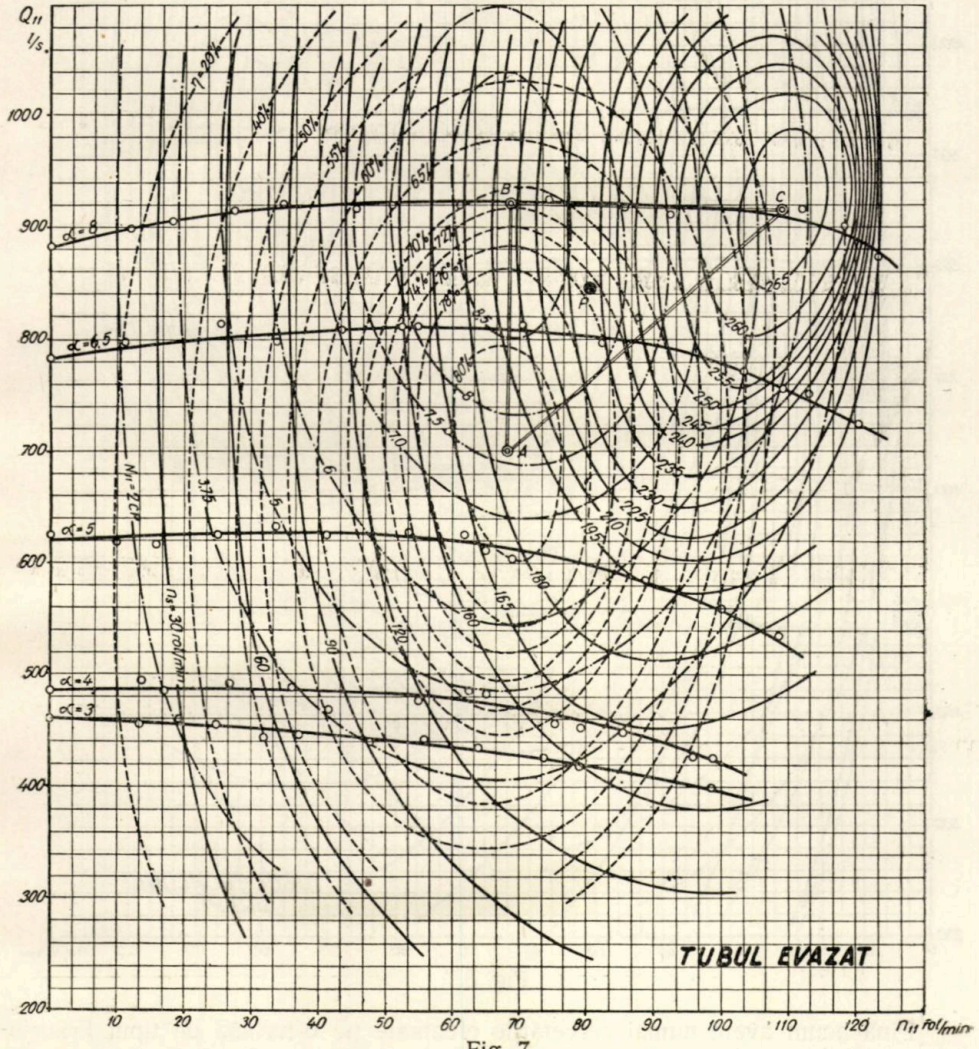


Fig. 7.

Pentru comparaţie s-au mai construit încă două tuburi de aspiraţie, unul normal tronconic cu secţiunile de intrare şi ieşire identice, şi unul curb de asemenea cu secţiunile de intrare şi ieşire identice şi de aceeaşi lungime, fig. 6.

Cercetările experimentale s-au făcut pe instalaţia reală din laborator, nu pe modele statice, cum se obişnuieşte în general, astfel că rezultatele obţinute sînt mai apropiate de realitate.

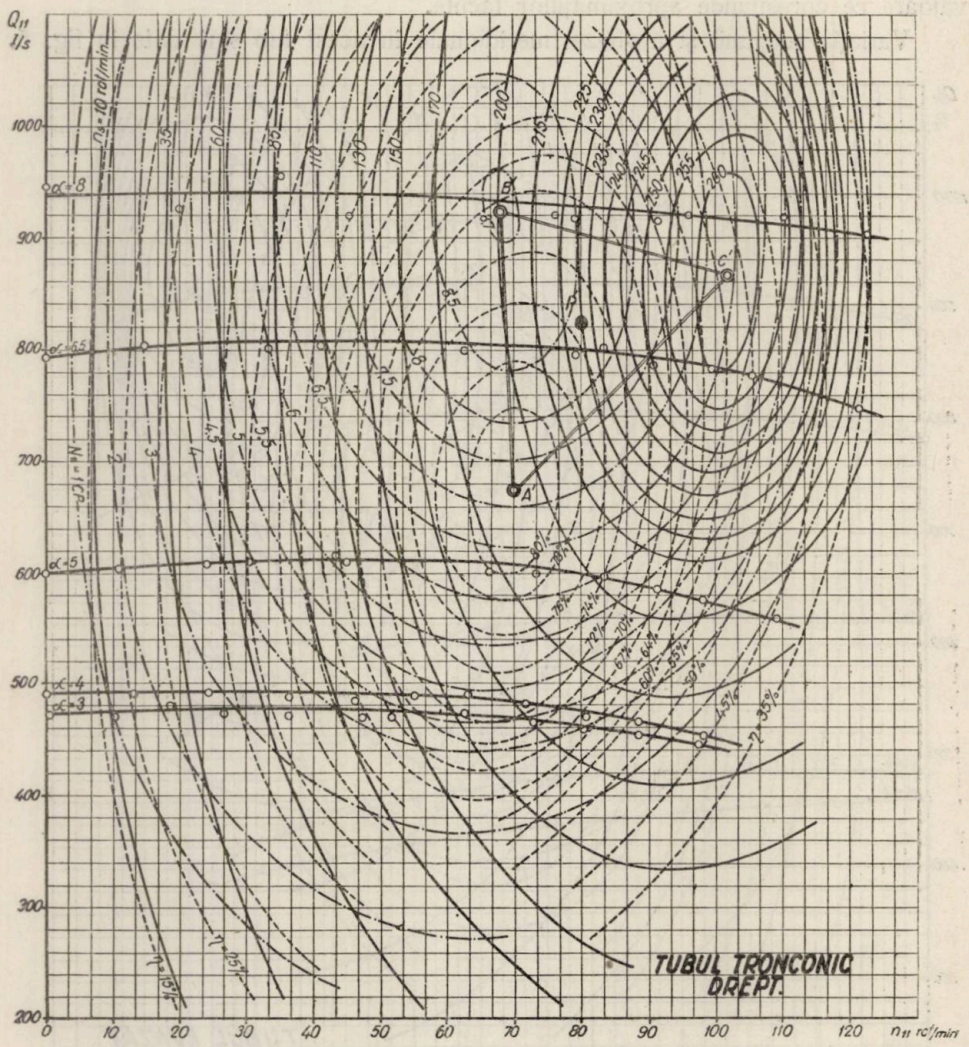


Fig. 8.

Pînă acum avem numai cercetările efectuate pe o turbină de tipul Francis şi cu două forme de tuburi de aspiraţie, simplu tronconic şi tipul nou mult lărgit la ieşire.

Din curbele universale fig. 7 şi 8 se pot trage următoarele concluziuni parţiale:

1. Punctele optime de funcţionare pentru cele două forme de tuburi sînt apropiate:

Tip	Q_{11}	n_{11}	N_{11}	n_s	%
I	820	80	8,37	231	75
II	846	82	8,22	234	75

2. Randamentele egale la punctul optim se datoresc faptului că rotorul este de tipul Francis.

3. Suprafaţele zonale optime sînt cu mult mai avantajoase pentru tubul nou de aspiraţie (fig. 2).

Se vede deci de la prima încercare parţială superioritatea noului tub de aspiraţie.

Rămîne ca verificările ulterioare pe turbine potrivite de tipul Kaplan şi pe modele la scări diferite să confirme în mai mare măsură concluziunile teoretice.

NOUVELLES FORMES DE DIFFUSEURS-ASPIRATEURS POUR LES TURBINES HYDRAULIQUES

(RÉSUMÉ)

On détermine la forme d'un nouveau diffuseur-aspirateur en établissant une fonction de rapport entre les pertes minimes, qui peuvent avoir lieu dans un tuyau d'aspiration, et ses caractéristiques géométriques.

НОВЫЕ ФОРМЫ ВСАСЫВАЮЩИХ ТРУБ ДЛЯ ГИДРОТУРБИН

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Путем определения функции связи между минимальными потерями, которые могут возникнуть во всасывающей трубе и ее геометрическими характеристиками, определяется форма новой всасывающей трубы.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢIE LA APLICAREA TEOREMELOR IMPULSULUI IN REGIMUL PERMANENT AL MIŞCĂRII MONODIMENSIONALE

DE

VICTOR GHEORGHIU şi ANTON VIORICA

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

1. INTRODUCERE

Teoremele generale ale impulsului în regimul permanent:

$$\frac{d\bar{I}}{dt} = \oint_S \rho \bar{v} dQ = \sum \bar{F}_{ext} \text{ şi } \frac{d\bar{K}}{dt} = \oint_S \rho \bar{r} \times \bar{v} dQ = \sum \bar{r} \times \bar{F}_{ext}$$

aplicate fluidului inclus de suprafaţa de control S, se pot scrie sub următoarele forme mai simple, în cazul unui segment de fir fluid limitat de secţiunile *1—2*:

$$\rho Q (\bar{v}_2 - \bar{v}_1) = \rho v_1^2 \bar{S}_1 + \rho v_2^2 \bar{S}_2 = \sum \bar{F}_{ext} \tag{1}$$

$$\rho Q (\bar{r}_2 \times \bar{v}_2 - \bar{r}_1 \times \bar{v}_1) = \rho v_1^2 \bar{r}_1 \times \bar{S}_1 + \rho v_2^2 \bar{r}_2 \times \bar{S}_2 = \sum \bar{r} \times \bar{F}_{ext} \tag{2}$$

Este de remarcat că enunţul acestor teoreme:

(1) — In regim permanent, rezultanta forţelor exterioare aplicate segmentului de fir fluid este egală cu impulsul fluxului masei prin secţiunea de ieşire mai puţin impulsul fluxului masei prin secţiunea de intrare şi

(2) — In regim permanent momentul rezultant al forţelor exterioare aplicate segmentului de fir fluid este egal cu momentul cinetic al fluxului masei prin secţiunea de ieşire minus momentul cinetic al fluxului masei prin secţiunea de intrare, — priveşte firul fluid de secţiune elementară şi avînd o repartiţie uniformă a densităţii, presiunii şi vitezei pe secţiune.

Cu toate acestea în hidromecanica aplicată, teoremele (1) şi (2) se extind şi asupra vînelor de lichid concretizate prin fenomenul mişcării monodimensionale din conducte, introducîndu-se în relaţii valorile medii pe secţiune ale mărimilor aferente.

Ne propunem să corectăm ecuaţiile (1) şi (2) ţinînd seama de repartiţia neuniformă a vitezelor pe secţiune, întrucît — în ipoteza mişcării monodimensionale — utilizarea valorilor medii pentru presiune este admisibilă.

2. TEOREMELE IMPULSULUI APLICATE VINEI LICHIDE ÎN REGIM PERMANENT

Fie un tub de curent, limitat de secţiunile plane *1* şi *2* de-a lungul căruia se dezvoltă o mişcare monodimensională, permanentă şi de neuniformitate redusă (fig. 1).

In acest caz, secţiunile *1* şi *2* luate normal pe liniile de scurgere, se confundă cu secţiunile vii ale curentului.

Admitem o repartiţie neuniformă, însă circular simetrică, a vitezelor.

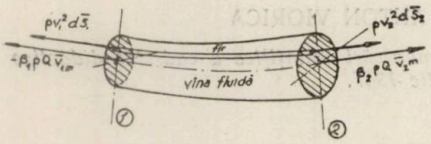


Fig. 1

Pentru un fir elementar component putem scrie:

$$\rho v_1^2\, d\bar{S}_1 + \rho v_2^2 d\bar{S}_2 = \sum \Delta \bar{F}_{ext}$$

şi integrînd pe secţiune:

$$\iint_{S_1} \rho v_1^2\, d\bar{S}_1 + \iint_{S_2} \rho v_2^2\, d\bar{S}_2 = \sum \sum \Delta \bar{F}_{ext}$$

Forţele hidrodinamice din primul membru se compun — în ipoteza secţiunilor plane şi a repartiţiei central simetrice a vitezelor după cum urmează:

$$\iint_{S_1} \rho v_1^2\, d\bar{S}_1 = \bar{n}_1 \iint_{S_1} \rho v_1^2\, dS_1 = \bar{n}_1 \beta_1 \rho v_{1m}^2 S_1 = -\beta_1 \rho Q \bar{v}_{1m}$$

$$\iint_{S_2} \rho v_2^2\, d\bar{S}_2 = \bar{n}_2 \iint_{S_2} \rho v_2^2 dS_2 = \bar{n}_2 \beta_2 \rho v_{2m}^2 S_2 = +\beta_2 \rho Q \bar{v}_{2m}\,.$$

In aceste relaţiuni:

$$v_m = \frac{\iint v\, dS}{S} \quad \text{şi} \quad \beta = \frac{\iint v^2 dS}{v_m^2\, S}\,. \tag{3}$$

Forţele hidrodinamice rezultante vor fi aplicate în centrele secţiunilor. In expresia $\sum \sum \Delta \bar{F}_{ext}$, forţele interioare se reduc şi rămîn forţele exterioare ale vînei fluide.

Scriind echivalenţa mecanică între sistemul forţelor exterioare şi sistemul forţelor hidrodinamice, obţinem:

Teorema 1-a

$$\sum \bar{F}_{ext} = \rho Q (\beta_2 \bar{v}_{2m} - \beta_1 \bar{v}_{1m}) \tag{4}$$

Teorema 2-a:

$$\sum \bar{r} \times \bar{F}_{ext} = \rho Q (\bar{r}_2 \times \beta_2 \bar{v}_{2m} - \bar{r}_1 \times \beta_1 \bar{v}_{1m}) \tag{5}$$

expresiile corectate ale ecuaţiilor (1) şi (2).

3. VERIFICARE EXPERIMENTALĂ: DETERMINAREA PIERDERII DE SARCINĂ LA CREŞTEREA BRUSCĂ A SECŢIUNII

a. Instalaţia experimentală

Schema instalaţiei experimentale este dată în fig. 2.

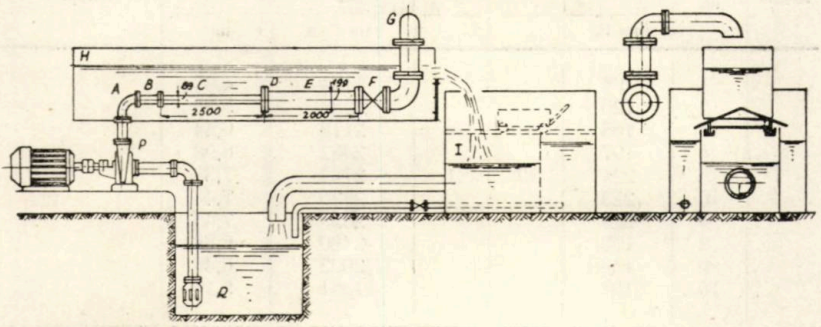


Fig. 2.

O pompă centrifugală P alimentează circuitul de conducte $ABCDEFG$ pe care s-a realizat o variaţie bruscă de secţiune în D. Conducta refulează într-un canal din tabelă H de unde apa este deversată într-un vas etalonat I şi se reîntoarce în rezervorul de alimentare R urmînd astfel un circuit închis. Variaţia debitului se realizează cu ajutorul unei vane fluture E.

Diametrul conductei C $d_1 = 89$ mm.

Diametrul conductei E $d_2 = 199$ mm.

Punctul D unde se produce variaţia bruscă de secţiune este situat la distanţa $l = 2{,}96$ m ($l = 22\ d$) faţă de cotul C pentru a nu se face simţită influenţa acestuia. Totodată piesa B este prevăzută pe toată lungimea ei cu un grătar de liniştire care are rolul de a dirija firele de fluid paralel, anihilînd mişcările turbionare.

b. Măsurătorile efectuate

Secţiunea în care s-au făcut măsurătorile este schiţată în fig. 3, unde se arată şi poziţia instrumentelor de măsură.

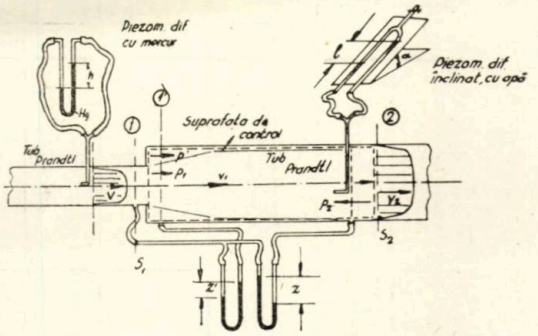


Fig. 3.

S-au măsurat următoarele elemente:

— Vitezele în secţiunile *1* şi *2* în mai multe puncte pe un diametru vertical. Instrumentele folosite au fost două tuburi Prandtl legate la două piezo-

metre diferențiale: unul cu mercur (secț. *1*), celălalt cu apă (secț. *2*). Rezultatele măsurătorilor sînt date în tabela 1.

Tabela 1

Tub Prandtl nr. 1

Regim	Punct nr.	h_{Hg}	α	sin α	$h=12{,}6\ h_{Hg}$	v	Obs.
		mm Hg			mm c · a	m/s	
I	1	94	90°	1	1184	4,82	
	2	126			1588	5,58	
	3	168			2118	6,44	
	4	197			2482	6,98	
	5	221			2784	7,38	
	6	223			2820	7,44	
	7	225			2835	7,45	
	8	192			2420	6,88	
	9	166			2092	6,40	
	10	108			1361	5,16	
II	1	85	90°	1	1071	4,58	
	2	110			1386	5,20	
	3	150			1890	6,09	
	4	170			2142	6,48	
	5	192			2419	6,88	
	6	197			2482	6,98	
	7	186			2343	6,78	
	8	172			2167	6,52	
	9	138			1739	5,84	
	10	93			1172	4,79	

Tub Prandtl nr. 2

Regim	Punct nr.	l_i	α	sin α	h	v	Obs.
		mm			mm	m/sec	
I	1	153	27°44,85′	0,463	71	1,18	
	2	190			88	1,313	
	3	192			89	1,320	
	4	194			90	1,328	
	5	195			90,4	1,330	
	6	190			88	1,313	
	7	155			71,8	1,186	
II	1	140	27°44,85′	0,463	60,2	1,126	
	2	166			77,8	1,229	
	3	168			78,3	1,235	
	4	172			76,0	1,250	
	5	171			77	1,245	
	6	167			75,5	1,231	
	7	116			54,6	1,025	

— Pierderea de sarcină dintre secţiunile *1—1'* şi *1—2* înregistrată de două piezometre diferenţiale cu mercur aşa cum se vede în fig. 3. Rezultatele măsurătorilor sînt trecute în tabela 2.

— Debitul, măsurat cu vasul etalonat.

Tabela 2

Mărimea	Unitatea	Regim I	Regim II	Obs.
z_i	mm Hg	127	113	
α_z		354 $M=19°54'$		
$\sin \alpha_z$		0,34		
z	mm Hg	43,2	38,4	
$\frac{p_2-p_1}{\gamma}=12{,}6\,z$	mm·c·a	544	484	
z_i'	mm Hg	31	28	
$\alpha_{z'}$		348 $M=19°33{,}6'$		
$\sin \alpha_{z'}$	mm Hg	10,38	9,36	
$\frac{p_1-p_1'}{\gamma}=12{,}6\,z'$	mm·c·a	131	118	
α_1		1,058	1,068	
α_2		1,068	1,052	
β_1		1,055	1,030	
β_2		1,035	1,035	

Pentru determinarea coeficientului $\beta=\frac{\int\int v^2 dS}{v_m^2\, S}$ s-au construit curbele de repartiţie a vitezelor (fig. 4 *a*) *b*) *c*) *d*) de-a lungul unei raze, plecînd de la observaţia că aceste curbe sînt simetrice faţă de axul conductei.

In fig. 5 (*abcd*) s-au construit următoarele curbe: $v=f(r^2)$ — pentru determinarea debitului, trasate cu linie plină. Debitul

$$Q=\pi\int_0^R v\,d(r^2)$$

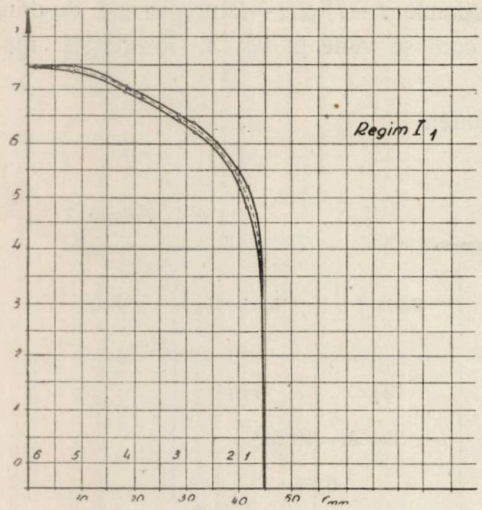


Fig. 4 *a*.

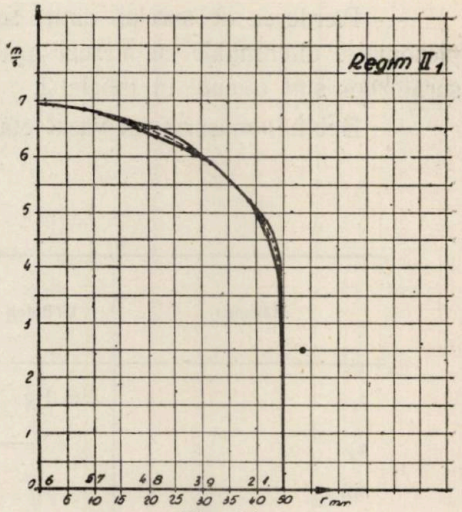


Fig. 4 *b*.

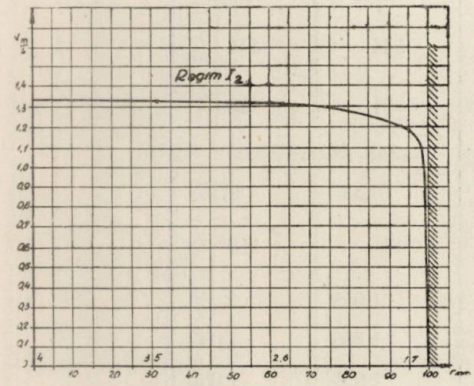


Fig. 4 *c*.

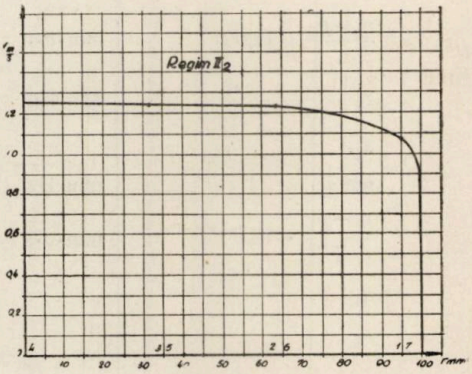


Fig. 4 *d*.

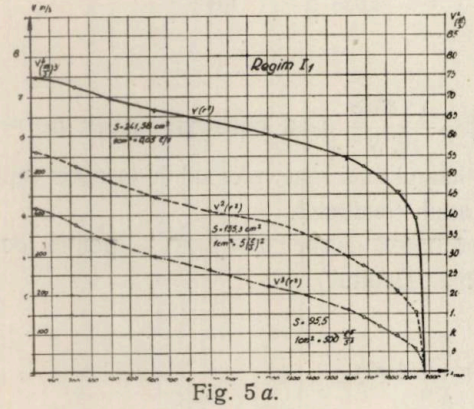


Fig. 5 *a*.

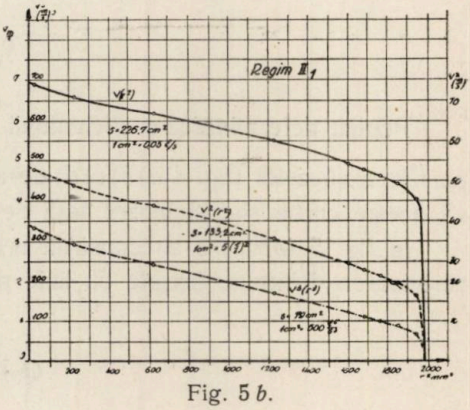


Fig. 5 *b*.

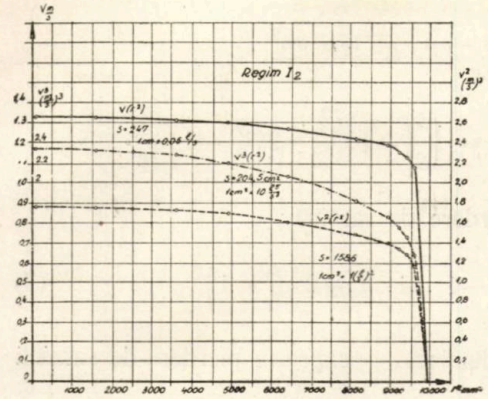


Fig. 5 *c*.

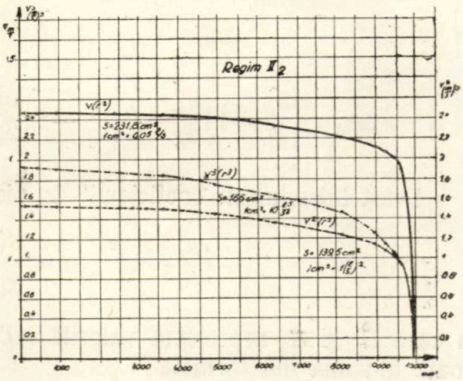


Fig. 5 *d*.

$v^2=f(r^2)$ — pentru determinarea coeficientului β trasate cu linie punctată:

$$\beta=\frac{\iint v^2 dS}{v_m^2 S}=\frac{\pi\int v^2 d(r^2)}{v_m^2 S}$$

$v^3=f(r^2)$ — pentru determinarea coeficientului de neuniformitate α trasate cu linie mixtă:

$$\alpha=\frac{\iint v^3 dS}{v_m^3 S}=\frac{\pi\int v^3 d(r^2)}{v_m^3 S}.$$

c$_1$. *Determinarea experimentală a pierderii de sarcină.*

Aplicînd teorema lui Bernoulli între secţiunile *1* şi *2* (fig. 3) obţinem:

$$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}=\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+\Delta h$$

$$\Delta h_{ex}=\frac{\alpha_1 v_1^2-\alpha_2 v_2^2}{2g}-\frac{p_2-p_1}{\gamma} \qquad (6)$$

relaţie care determină pierderea de sarcină Δh prin creşterea bruscă a secţiunii, în funcţiune de vitezele medii v_1 şi v_2 şi presiunile măsurate în *1* şi *2*.

c$_2$. *Metoda clasică de calcul a pierderii h, utilizînd vitezele medii.*

Termenul $\frac{p_2-p_1}{\gamma}$ din ecuaţia (6) se poate determina prin utilizarea formei scalare a ecuaţiei (1), după axa conductei:

$$\rho S_2 v_2 (v_2-v_1)=p_1 S_1-p_2 S_2 \quad \text{sau} \quad \frac{p_2-p_1}{\gamma}=\frac{2v_2(v_1-v_2)}{2g}.$$

Rezultă

$$\Delta h_0 = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - \frac{2v_2(v_1 - v_2)}{2g} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$$\Delta h_0 = \left(\frac{v_1^2}{v_2^2} - 1\right)\frac{v_2^2}{2g} - 2\left(\frac{v_1}{v_2} - 1\right)\frac{v_2^2}{2g} = \left(\frac{S_2^2}{S_1^2} - 1\right)\frac{v_2^2}{2g} - 2\left(\frac{S_2}{S_1} - 1\right)\frac{v_2^2}{2g}.$$

Dacă introducem coeficienţii de pierdere de sarcină:

$$\zeta_0 = \left(\frac{S_2}{S_1} - 1\right)^2 \quad \zeta' = \frac{S_2^2}{S_1^2} - 1 \quad \text{şi} \quad \zeta_0'' = 2\left(\frac{S_2}{S_1} - 1\right) \tag{7}$$

în care S_1 şi S_2 reprezintă valorile secţiunilor, — expresia pierderii de sarcină poate lua una din formele:

$$\Delta h_0 = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \zeta_0 \frac{v_2^2}{2g} = (\zeta_0' - \zeta_0'')\frac{v_2^2}{2g}. \tag{8}$$

Metoda clasică admite o distribuţie uniformă a vitezelor ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$) şi consideră egale presiunile medii luate imediat, înainte şi după secţiunea de discontinuitate ($p_1 = p'$).

c$_3$. *Metoda corectată de calcul a pierderii Δh, cunoscînd repartiţia vitezelor în secţiunile de intrare şi ieşire.*

Dacă proiectăm ecuaţia (4) pe axa conductei — pentru segmentul limitat de secţiunile *1'* şi *2* — obţinem:

$$\rho S_2 v_2 (\beta_2 v_2 - \beta_1 v_1) = p_1 S_1 - p_2 S_2 + p'(S_2 - S_1) =$$
$$= p_1 S_2 - p_2 S_2 + p'(S_2 - S_1) - p_1 (S_2 - S_1).$$

Rezultă

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{2v_2(\beta_1 v_1 - \beta_2 v_2)}{2g} - \frac{S_2 - S_1}{S_2}\frac{p_1 - p_1'}{\gamma} = 2\left(\beta_1 \frac{S_2}{S_1}\beta_2\right)\frac{v_2^2}{2g} - \frac{S_2 - S_1}{S_2}\Delta h'.$$

Ecuaţia (6) devine:

$$\Delta h = \left(\alpha_1 \frac{S_2^2}{S_1^2} - \alpha_2\right)\frac{v_2^2}{2g} - 2\left(\beta_1 \frac{S_2}{S_1} - \beta_2\right)\frac{v_2^2}{2g} + \frac{S_2 - S_1}{S_2}\Delta h'.$$

Dacă notăm:

$$\zeta' = \alpha_1 \frac{S_2^2}{S_1^2} - \alpha_2; \quad \zeta'' = 2\left(\beta_1 \frac{S_2}{S_1} - \beta_2\right); \quad \zeta = \zeta' - \zeta'' \quad \text{şi} \quad k = \frac{S_2 - S_1}{S_2}. \tag{9}$$

Putem scrie în final:

$$\Delta h = (\zeta' - \zeta'')\frac{v_2^2}{2g} + k\Delta h' = \zeta \frac{v_2^2}{2g} + k\Delta h'$$

relaţie în care $\Delta h'$ reprezintă pierderea de sarcină la trecerea din secţiunea *1* în zona de turbulenţă a secţiunii *1'*.

Cunoscînd pierderile $h\Delta_{ex}$, Δh_0, Δh — calculate prin formulele (6), (8) şi (10) — putem face o comparaţie între metoda clasică şi metoda corectată, pe baza erorilor relative ale pierderilor de sarcină luate în raport cu Δh_{ex}

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta\Delta h_0}{\Delta h_{ex}} = 100\,\frac{\Delta h_0 - \Delta h_{ex}}{\Delta h_{ex}}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Delta h}{\Delta h_{ex}} = 100\,\frac{\Delta h - \Delta h_{ex}}{\Delta h_{ex}}.$$

c$_4$. *Rezultate numerice.*

Rezultatele numerice sînt trecute în tabela 3.

Tabela 3

Pierderea de sarcină prin creşterea discontinuă a secţiunii circulare, $d_1 = 89$ mm $\rightarrow$ $d_2 = 199$ mm

Nr.	Mărimea	Unitatea	Regimul I	Regimul II	Observaţiuni
1	v_1	m/sec	6,17	5,79	mm* col. de apă
2	v_2	m/s	1,235	1,16	
3	$\frac{p_2 - p_1}{\gamma}$	mm*	544	484	
4	α_1		1,058	1,068	
5	α_2		1,068	1,052	
6	β_1		1,055	1,030	
7	β_2		1,035	1,035	
8	k		0,8	0,8	$k\Delta h'_{\mathrm{I}} = 104{,}8$
9	h'	mm*	131	118	$k\Delta h'_{\mathrm{II}} = 94{,}4$
10	ζ_0		16	16	
11	ζ'		25,38	25,648	
12	ζ''		8,48	8,23	
13	ζ		16,90	17,418	
14	$v_2^2/2g$	mm*	77,75	68,6	
15	Δh_{ex}	mm*	1429	1276	
16	Δh_0	mm*	1244	1097	
17	Δh	mm*	1418	1289	
18	$\Delta h_0 - \Delta h_{ex}$	mm*	— 185	−179	
19	$\Delta h - \Delta h_{ex}$	mm*	−11	+13	
20	ε_0	%	−13	−14	
21	ε	%	−0,77	+1,02	

4. CONCLUZIUNI

Ţinînd seama de rezultatele teoretice şi experimentale obţinute la studiul fenomenului de lărgire bruscă a secţiunii în conductele sub sarcină, ajungem la următoarele concluziuni:

a) Formula clasică (8), construită pe ipoteza repartiţiei uniforme a vitezelor precum şi a căderii nule de sarcină în secţiunea de discontinuitate, prezintă erori relative mari: $\varepsilon > 10\%$.

b) Relaţia (10), la deducerea căreia s-a ţinut cont de diagramele vitezelor şi de căderea de presiune în zona moartă din jurul jetului la intrare, permite determinarea pierderii de sarcină cu o eroare $\varepsilon \cong 1\%$.

c) Diferenţa

$$\Delta h - \Delta h_0 = (\zeta - \zeta_0)\frac{v_2^2}{2g} + k\Delta h'$$

nterpretată numeric în cadrul tabelei 3 ne arată că termenii din membrul 2 au aproximativ aceleaşi valori, ceea ce subliniază importanţa egală a ambelor ipoteze în metoda corectată.

In sfîrşit, prezenta lucrare demonstrează necesitatea introducerii formelor corectate ale ecuaţiilor fundamentale, în studiile teoretice şi cercetările experimentale de precizie, din domeniul hidrodinamicii.

Timişoara, martie 1957

BIBLIOGRAFIE

1. I. I. Agroschin, T. Dmitriev, F. I. Picalov, *Hidraulica 1953*, Ed. Energetică de Stat. Traducere din limba rusă.
2. K. Lemoine, Sur les elargissements brusques de petite amplitude. La Houille Blanche nr. 2, 1956.
3. W. Kaufmann, *Hydromechanik*, Berlin vol. II, 1935.

CONTRIBUTION À L'APPLICATION DES THÉORÈMES DE L'IMPULSION DANS LE RÉGIME PERMANENT DU MOUVEMENT MONODIMENSIONNEL

(RÉSUMÉ)

On présente les deux théorèmes de l'impulsion sous une forme corrigée, dans l'hypothèse d'un mouvement monodimensionnel, en tenant compte de la répartition non-uniforme des vitesses dans les sections.

La vérification expérimentale, concernant l'étude de la perte de charge à la croissance discontinue de la section des conduites sous pression, démontre la nécessité d'introduire, dans les recherches de laboratoire, les théorèmes fondamentaux de l'hydrodinamique, sous une forme corrigée.

К ПРИМЕНЕНИЮ ТЕОРЕМ ИМПУЛЬСА В ПОСТОЯННОМ РЕЖИМЕ ОДНОРАЗМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В гипотезе одноразмерного движения даются две теоремы импульса в исправленной форме, принимая во внимание неправильное распределение скоростей по сечению.

Экспериментальная проверка потери нагрузки при прерывистом росте сечения трубопроводов под давлением, указывает необходимость введения основных теорем гидродинамики в исправленной форме для лабораторных исследований.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢIE LA STUDIUL TĂIERII METALELOR CU DISC SUBŢIRE

DE

ROSINGER ŞTEFAN

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Tăierea metalelor cu disc subţire este cunoscut drept un procedeu rapid de tăiere. Timpul de maşină la acest procedeu, după cum se indică în literatura tehnică de specialitate, ajunge să reprezinte doar 5% din timpul de maşină al unui ferestrău mecanic cu mişcare rectilinie alternativă, respectiv 25% din cel al unui ferestrău circular.

Procesul de tăiere se realizează cu ajutorul unor discuri subţiri, confecţionate fie din abraziv cu liant de bachelită, fie din tablă de oţel carbon obişnuit, eventual slab aliat, — cărora se asigură viteze periferice de lucru pînă la 80, respectiv 110—130 m/sec.

Răspîndirea largă a acestui procedeu a fost împiedicată, de apariţia unor inconveniente atît în cazul utilizării discurilor abrazive, cît şi a celor metalice.

Fenomenele ce ne interesează în legătură cu inconvenientele procedeului sînt în special legate de uzura discului şi temperatura din secţiunea de tăiere a materialului.

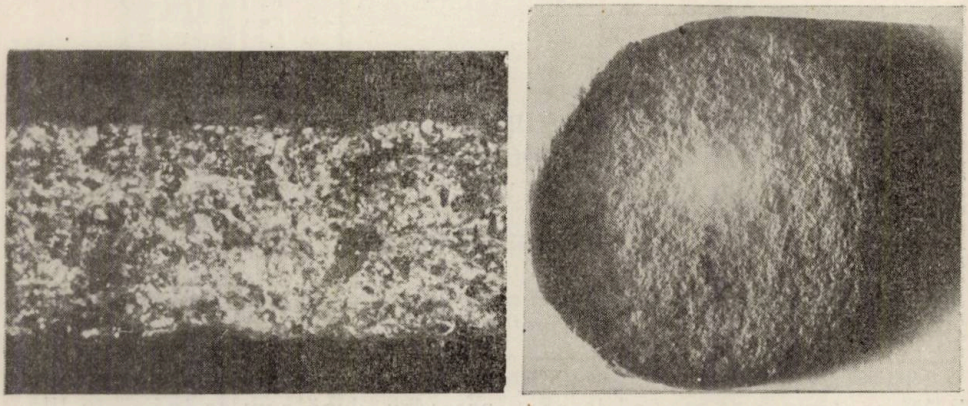
a) În cazul discului abraziv cu liant ceramic sau de bachelită apare un consum foarte mare de disc, ceea ce duce la o durată de serviciu redusă a acestora. Consumul discului abraziv în raport cu cantitatea de metal eliminată în procesul de tăiere, creşte o dată cu viteza de tăiere, atingînd mărimi de 150 şi chiar 200 mmc material de disc pentru eliminarea a 100 mmc metal.

La cele de mai sus trebuie să mai adăugăm, în legătură cu durabilitatea redusă a discurilor abrazive cu liant de bachelită, că acestea dispun de o foarte slabă rezistenţă în direcţie axială.

În ce priveşte temperatura de tăiere, ea este funcţie de secţiunea şpanului, viteza de tăiere şi capacitatea abrazivă a sculei. Temperatura din secţiunea de tăiere nu depăşeşte în nici-un caz 350—400 °C.

Tăietura realizată cu discul abraziv este relativ netedă şi ca urmare a temperaturii joase la care se realizează procesul, nu intervin nici modificări structurale în material.

b) În cazul discului metalic, consumul uneltei este redus, iar confecţionarea discului nu prezintă nici o dificultate. În acelaşi timp discurile metalice nu sînt aşa de sensibile la solicitări în direcţie axială, ca discurile abrazive.



a *b*

Fig. 1. Aspecte de structură de abraziv cu liant metalic:
a — liant de aluminiu; *b* — liant de oţel.

Tăierea cu discul metalic se realizează ca urmare a unei puternice încălziri locale a materialului din zona de tăiere şi îndepărtarea acestui material cu rezistenţă scăzută din partea părţii active a discului. Discul îşi menţine aproape nemodificate proprietăţile mecanice pe care le are la rece, avînd în vedere doar o slabă încălzire a lui, ca urmare a răcirii naturale sau în unele cazuri artificială care se aplică.

Temperatura materialului din zona de tăiere este apropiată de cea de topire, uneori chiar atingînd această valoare. Atît în primul caz, cînd prin disc se transmite o apăsare asupra materialului foarte plastic la această temperatură, cît şi în al doilea caz, apar bavuri foarte pronunţate atît pe suprafaţa tăiată, cît şi în exterior la ieşirea discului din material. Înlăturarea bavurilor formate prezintă asemenea greutăţi, că timpul cîştigat prin rapiditatea tăierii, se iroseşte prin curăţirea piesei.

Suprafaţa tăiată prezintă ondulaţii pronunţate, urme de topire, iar în cazul oţelurilor călibile şi modificări structurale pînă în anumită adîncime, ceea ce prezintă de asemenea un mare neajuns.

Din cauza inconvenientelor susindicate atît pentru cazul discurilor abrazive cu liant de bachelită, cît şi pentru cel al discurilor metalice, procedeul tăierii prin fricţiune experimentat în mai multe întreprinderi din ţara noastră a fost abandonat.

Privind înlăturarea inconvenientelor de mai sus, prezintă interes confecţionarea uneltei disc din abraziv cu liant metalic.

Propunînd această soluţie, am în vedere următoarele :

Datorită calităţilor de rezistenţă îmbunătăţite ale unui asemenea disc, se pot face următoarele aprecieri comparative în raport cu discurile cu liant ceramic sau de bachelită :

— uzură scăzută a discului, ca urmare a liantului de natură metalică ;

— rezistenţă sensibil mai ridicată a discului faţă de solicitările axiale, ceea ce permite şi reducerea grosimii discului. Acest lucru influenţează procesul în sensul reducerii perderilor de material prin tăiere ;

— rezistenţa mărită a discului permite mărirea vitezei periferice de lucru.

Ţinînd cont de asemenea de capacitatea abrazivă a acestui disc, putem conta în comparaţie cu discul metalic, pe :

— temperatură mult scăzută în zona de tăiere din material. Pentru discuri cu capacitate abrazivă ridicată se poate conta pe scăderea temperaturii sub cea de transformare A_1 evitînd astfel modificările structurale din material.

— calitate a suprafeţei mult îmbunătăţită şi în ce priveşte netezimea ei.

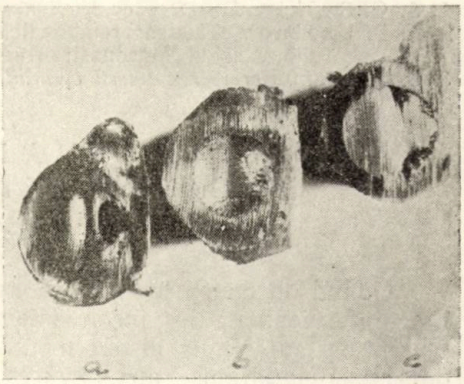


Fig. 2. Aspect comparativ privind netezimea suprafeţei în cazul ţevilor tăiate cu diferite discuri :

a — disc abraziv cu liant ceramic $v=18$ m/sec ; *b* — disc abraziv cu liant de aluminiu $v=18$ m/sec ; *c* — disc metalic de oţel $v=100$ m/sec.

Rezultatele unor prime încercări experimentale executate cu disc abraziv cu liant metalic dau indicii privind justeţea aprecierilor de sus, deşi discurile utilizate necesită încă simţitoare îmbunătăţiri privind tehnologia lor.

Date cifrice indicînd superioritatea tăierii executate prin disc abraziv cu liant metalic în raport cu discurile utilizate pînă în prezent, pot fi indicate de abia după punerea la punct a tehnologiei de fabricaţie a acestor discuri, — ceea ce prezintă o problemă aparte.

Totuşi, în baza încercărilor de pînă în prezent, pot prezenta următoarele informări privind unele cerinţe esenţiale care se impun discurilor :

1. Structura omogenă este pe deplin realizabilă, cu toată diferenţa de greutăţi specifice între abraziv şi liant.

2. Prelucrare posibilă numai foarte cu greu cu piatră de polizor, care însă se consumă şi ea foarte repede. Burghiul nu pătrunde în material. Plăcuţele de aliaj dur de pe cuţite se uzează imediat în contact cu materialul.

3. Fragilitate foarte simţitor scăzută. Chiar un disc de numai 3 mm grosime rezistă bine solicitărilor dinamice, spărgîndu-se numai sub acţiunea unor puternice lovituri de ciocan.

4. Există deplină posibilitate de a evita fenomenul de ungere, care apare la discurile de abraziv cu lianţi organici deja pe la 150—200 °C, la care temperatură acestea devin lipicioase.

5. Capacitatea abrazivă cunoaşte o uşoară scădere faţă de discul cu liant ceramic.

BIBLIOGRAFIE

1. A. G. Sulkin, *Ferestrae cu fricţiune* — Moscva, Izd. Otdel T.B.T.I. — 1946.
2. N. P. Ustinov, Tăierea prefabricatelor cu ajutorul ferestraielor cu fricţiune. Articol din „Vestnik Maşonostroienia" nr. 12—1949.
3. S. Crişan, *Cercetarea tăierii oţelului cu discuri subţiri de şlefuit.* Teză de doctorat.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DU COUPAGE DES MÉTAUX AU DISQUE MINCE

(RÉSUMÉ)

Quand on coupe les métaux avec un disque abrasif au liant de bakélite, interviennent les inconvénients d'une usure trop rapide du disque. Quand on emploie un disque métallique le coupage a une qualité inférieure due aux ondulations, aux bavures et aux modifications structurelles qui apparaissent.

Dans le présent travail, on propose l'emploi des disques abrasifs au liant métallique qui réunissent autant les qualités de résistance que celles de capacité abrasive élevée et permettent une usure réduite de l'outil tout en conservant de bonnes qualités à la surface coupée.

ИЗУЧЕНИЕ РЕЗКИ МЕТАЛЛОВ ТОНКИМ ДИСКОМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

При резке металлов образивным диском в котором вяжущим веществом является бакелит, изнашивается очень быстро диск; если же применять металлический диск — разрез получается некачественным из за волнообразности, заусениц и появляющихся изменений в структуре.

В работе предлогается использование образивных дисков, в которых вяжущим элементом является металл и которые совмещая в себе прочность и высокие образивные качества дают незначительный износ инструмента и поверхность разреза хорошего качества.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢIE LA STUDIUL FUNCŢIONĂRII TURNURILOR DE RĂCIRE

DE

I. VLADEA

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Funcţionarea turnurilor de răcire a fost studiată relativ puţin în literatura tehnică, iar proiectarea acestor accesorii ale centralelor termice s-a făcut mai ales pe baze empirice, de către anumite întreprinderi specializate. De aceea cunoaşterea acestor turnuri prezintă încă multe lacune. Dintre acestea, vor fi studiate în lucrarea de faţă următoarele: funcţionarea turnurilor cu tiraj artificial, pe timp de ceaţă şi pe timp călduros şi umed.

In literatura publicată pînă acum, se dă ca limită minimă a răcirii apei în turn temperatura termometrului umed, dar de fapt curbele de garanţie, pe baza cărora se recepţionează turnurile, sînt plasate mai sus, cum se vede în fig. 1. Se vede şi în această figură că, cu cît temperatura termometrului umed este mai mare, cu atît intervalul de răcire al apei în turn se deplasează spre temperaturi ridicate. Examinarea teoretică a acestei afirmaţii formează unul dintre obiectivele lucrării de faţă. Dacă temperatura aerului ambiant ar fi de 30°C, iar umiditatea de 85%, limita minimă de răcire a apei ar fi de 28°C, deci intervalul de răcire ar trebui practic plasat cam deasupra lui 36°C.

Notaţiile utilizate se pot citi pe fig. 2, unde se vede schema unui turn de răcire. Debitul orar de apă răcită este notat cu G [kg/h], iar debitul de aer necesar răcirii cu L [kg/h]. Suprafaţa de contact dintre aer şi apă în timpul răcirii e notată cu Ω [m^2], iar viteza relativă de trecere a aerului pe lîngă apă cu w [m/s]. Suprafaţa Ω poate fi realizată prin stropire (în picături), sau prin prelingere (în peliculă).

Transferul de căldură de la apă la aer depinde, ca la orice convecţie, în special de viteza relativă a aerului faţă de apă. Pînă în prezent există puţine determinări experimentale în acest sens. In cele ce urmează vor fi utilizate determinările lui Lohrisch [1], concretizate în fig. 3. Transferul de substanţă este

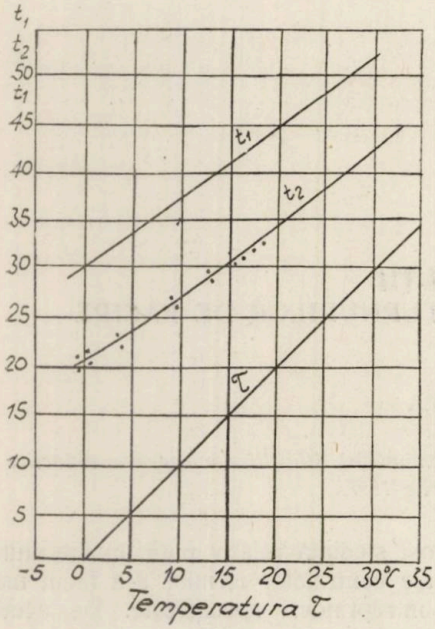


Fig. 1. Curbele experimentale de funcționare ale turnurilor de răcire.

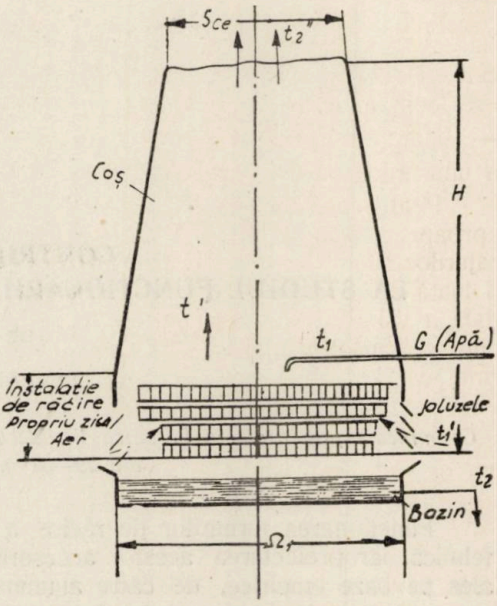


Fig. 2. Schema unui turn de răcire cu notațiile principale.

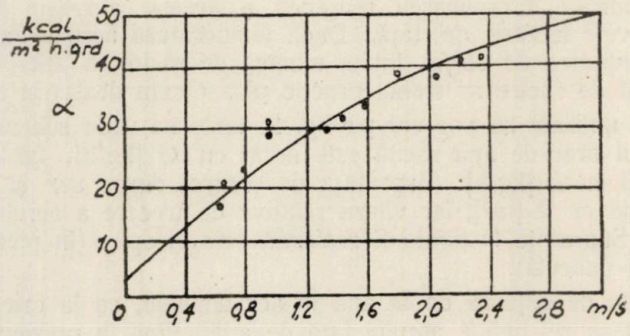


Fig. 3. Coeficientul α în funcție de w (după Lohrisch).

exprimat prin coeficientul σ [kg/m²·h], iar cel de căldură prin α [kcal/m²·h·grd]. Intre σ și α există relația

$$\frac{\alpha}{\sigma} = \varepsilon \cdot c_p, \tag{1}$$

unde

$$c_p = (1-x) \cdot c_{pa} + x \cdot c_{pv} \tag{2}$$

este căldura specifică a unui kilogram de aer umed. In formula (2), x [kg/kg] este conținutul de vapori de apă dintr-un kilogram de aer umed, c_{pa} [kcal/kg·grd] — căldura specifică a aerului uscat și c_{pv} [kcal/kg·grd] — căldura specifică a unui kilogram de vapori de apă.

Pentru presiuni parțiale mici ale vaporilor de apă în amestec, cum este aproape totdeauna cazul în funcționarea turnurilor de răcire, din cauza temperaturilor relativ scăzute, atinse chiar la ieșirea din turn, valoarea lui ε poate fi luată aproape de unitate. Astfel chiar la 45°C și la saturație, presiunea parțială a vaporilor de apă este de 71,88 mm Hg (977,1 kg/m²), deci abia 9,8% dintr-o atmosferă. Ipoteza („legea") lui Lewis [2] admite $\varepsilon = 1$, ceea ce reprezintă de fapt numai un caz particular al legii generale (1) [3]. Riguros vorbind, $\varepsilon = 1$ numai dacă $Re = \infty$.

Dacă se studiază mai amănunțit fenomenul schimbului de substanță între aer și apă, se poate scrie relația

$$\frac{\alpha}{\sigma} = \left(\frac{\lambda}{k \cdot \gamma \cdot c_p}\right)^{1-n} \cdot c_p \tag{3}$$

unde k [m²/h] este coeficientul de difuzibilitate mecanică al vaporilor de apă în aer, iar $n = 0{,}8$ este un exponent, care depinde de fapt de valoarea numărului Re. In consecință ε din formula (1) are expresia

$$\varepsilon = \left(\frac{a}{k}\right)^{1-n}. \tag{4}$$

„Legea" lui Lewis este deci adevărată numai dacă $n = 1$, sau $a = k$.

Determinarea experimentală a lui ε pentru diferiți parametri este una dintre problemele de bază ale studiului fenomenelor produse cu aerul umed. Pentru temperaturi ale aerului cuprinse între 10 și 40°C se poate lua $\varepsilon = -0{,}9 \ldots 1{,}00$.

Căldura înmagazinată de aer prin convecție de la apa care urmează a fi răcită este

$$W_{conv} = L \cdot c_p \cdot (t'_2 - t'_1) = \alpha \cdot \Omega \cdot \Delta t_m \tag{5}$$

unde Δt_m este diferența medie logaritmică de temperatură dintre apă și aer realizată în turn. Avînd în vedere că în turn curgerea are loc în contracurent, se poate scrie

$$\Delta t_m = \frac{(t_2 - t'_1) - (t_1 - t'_2)}{\ln \dfrac{t_2 - t'_1}{t_1 - t'_2}}. \tag{6}$$

Variația temperaturii apei în turn și a aerului va avea aspectul trasat în fig. 4, deoarece capacitatea calorică $E=G\cdot c$ a apei este totdeauna mai mare decît capacitatea calorică a aerului $E'=L\cdot c_p$.

Dacă se notează cu β raportul $\frac{E}{E'}=\frac{G}{L\cdot c_p}=\frac{1}{\lambda\cdot c_p}$, atunci temperatura aerului la ieșirea din turnul propriu zis va fi

$$t_2'=\frac{(1-\beta)\cdot t_2+(\beta-e^{-\alpha\cdot\Omega\cdot\frac{1-\beta}{E}})\cdot t_1}{1-e^{-\alpha\cdot\Omega\cdot\frac{1-\beta}{E}}}. \qquad (7)$$

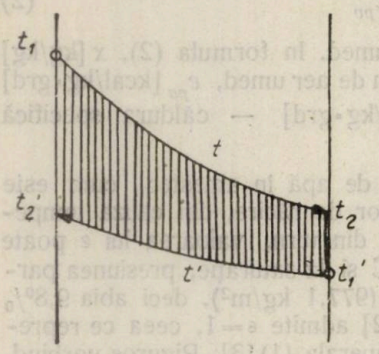


Fig. 4. Variația temperaturilor în recuperatoarele în contracurent.

În această formulă t_2 nu este temperatura reală de ieșire a apei din turn, ci este temperatura cu care ar părăsi apa turnul, dacă schimbul de căldură s-ar produce numai prin convecție. Acest schimb de căldură este exprimat prin formula integrală (5).

Dacă se notează raportul

$$\lambda=\frac{L}{G}, \qquad (8)$$

unde L [kg/h] este debitul de aer care trebuie să circule prin turn și G [kg/h] — debitul de apă, atunci se poate scrie

$$t_1-t_{2c}=\lambda\cdot c_p\cdot(t_2'-t_1') \qquad (9)$$

unde t_{2c} este temperatura de ieșire a apei din turn la convecția pură. Prin urmare

$$t_{2c}=t_1-\lambda\cdot c_p\cdot(t_2'-t_1'). \qquad (10)$$

Dacă se combină (10) cu (7), se obține

$$t_2'=\frac{\lambda\cdot c_p\cdot t_1'\cdot(1-\beta)+t_1\cdot(1-e^{-\alpha\cdot\Omega\cdot\frac{1-\beta}{E}})}{1+\lambda\cdot c_p\cdot(1-\beta)-e^{-\alpha\cdot\Omega\cdot\frac{1-\beta}{E}}}. \qquad (11)$$

Această formulă permite calculul temperaturii t_2' de ieșire a aerului din turnul propriu zis, numai pe baza cunoașterii temperaturii t_1' de intrare a aerului și t_1 de intrare a apei în turn. Exponentul lui e este totdeauna pozitiv, deoarece, în cazul turnurilor de răcire $\beta>1$.

Debitul de aer L [kg/h], care trebuie să circule prin turn, se poate calcula global și destul de corect cu ajutorul formulei

$$L=\frac{G\cdot\Delta t}{i_2-i_1}\ [\text{kg/h}] \qquad (12)$$

unde $\Delta t = t_1 - t_2$ este răcirea apei în turn, i_2 — entalpia unui kilogram de aer umed la ieșirea din turn și i_1 — entalpia aerului la intrarea în turn. In consecință această entalpie se poate scrie

$$i_1 = (1 - x_1) \cdot c_{pa} \cdot t'_1 + x_1 \cdot (c_{pv} \cdot t'_1 + r_1). \tag{13}$$

și

$$i_2 = (1 - x_2) \cdot c_{pa} \cdot t'_2 + x_2 \cdot (c_{pv} \cdot t'_2 + r_2). \tag{14}$$

Dacă se calculează valoarea lui λ, dată de formula (8), pentru mai multe turnuri de răcire executate, se obține o cifră cuprinsă între 0,55...0,65, avînd media plasată între 0,61...0,62. Pe de altă parte, căldura specifică a aerului umed este $c_p \cong 0{,}245$ kcal/kg·grd, așa că se poate scrie

$$\beta = \frac{G}{L \cdot c_p} = \frac{1}{\lambda \cdot c_p} = 7{,}42 \ldots 6{,}28$$

cu media plasată între 6,7 și 6,6. Dacă se introduc aceste valori în formula (11), se obține

$$t'_2 \cong \frac{0{,}85 \cdot t'_1 + (e^{5{,}6 \cdot \frac{\alpha \cdot \Omega}{G}} - 1) \cdot t_1}{e^{5{,}6 \cdot \frac{\alpha \cdot \Omega}{G}} - 0{,}149}. \tag{11 a}$$

Temperatura dată de formula (11) sau (11 a) este puțin mai mare decît cea reală, obținută în turnuri, deoarece la determinarea ei a fost neglijată căldura luată de apa care se evaporă de la aerul care circulă prin turn. Cum această căldură este însă neglijabilă, și greșeala care se face este de mică importanță.

In fig. 5 este trasată valoarea lui t'_2 calculată cu formula (11a) în funcție de α, deci și de w (luată din diagrama experimentală din fig. 3), petru trei valori ale lui t_1, ($t_1 = 30°C$, 40°C și 50°C). Calculele au fost făcute pentru un turn cu prelingere cu $\Omega = 80\,000$ m² și cu $G = 5\,500$ m³/h. După cum se vede de aici, importanța creșterii lui α, deci a vitezei relative a aerului față de apă este mai accentuată pînă la $\alpha = 25$ kcal/m²·h·grd dar mai departe curbele merg asimptotic spre valoarea maximă, care este t_1. O creștere a vitezei relative de circulație a aerului prin turn peste limita corespunzătoare lui $\alpha = 25$ nu are deci sens și ea necesită numai energie sporită pentru antrenare. In fig. 6 s-a trasat temperatura t'_2 în funcție de α și de λ pentru cazul cînd $t'_1 = 20°$, $\varphi_1 = 0{,}7$ și $t_1 = 40°C$. Se vede că, cu cît trece relativ mai mult aer prin turn, deci cu cît λ este mai mare, cu atît valoarea lui t'_2 este mai mică, ceea ce era de altfel de așteptat.

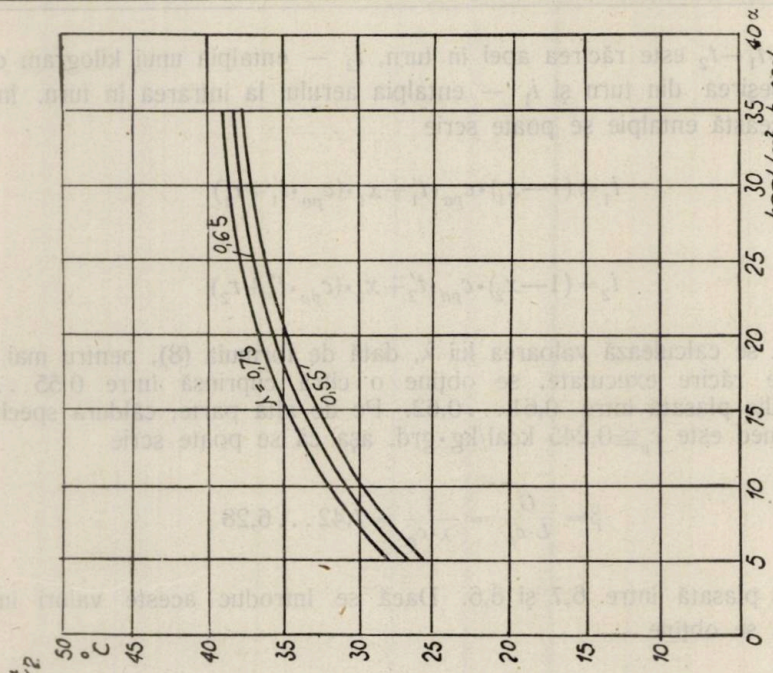


Fig. 6. Influența lui α și λ asupra valorii lui t_2'.

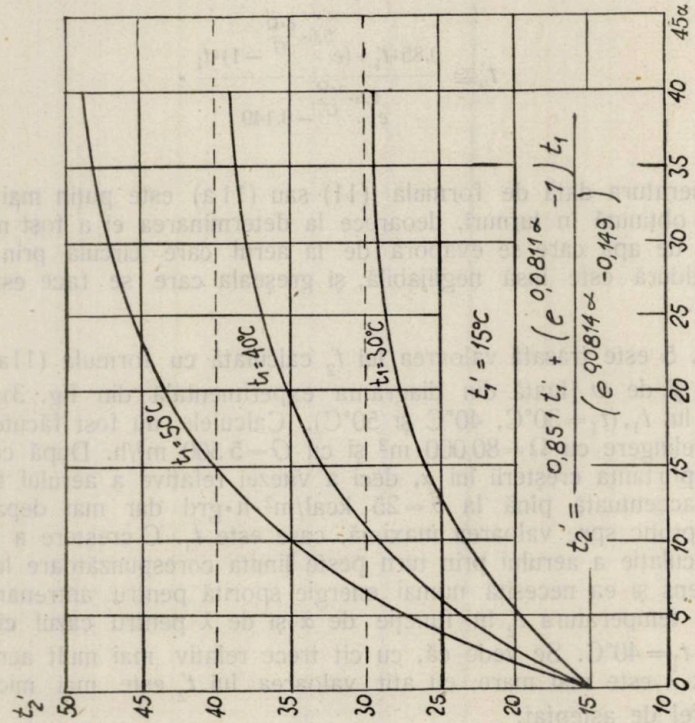


Fig. 5. Influența lui α și t_1 asupra valorii lui t_2'.

Temperatura apei la ieşirea din turn (în bazinul de colectare) nu este dată de formula (10), deoarece în acest caz s-a considerat numai schimbul de căldură prin convecție. Pentru determinarea valorii exacte a acestei temperaturi, trebuie să se ia în considerare şi cedarea de căldură prin evaporarea unei părți din apă. Dacă x_1 [kg/kg] este conținutul de vapori de apă al aerului la intrarea în turn şi x_2 — conținutul la ieşirea din turn, se poate scrie

$$W_{evap}=L\cdot r\cdot(x_2-x_1)=\sigma\cdot r\cdot\int_{\Omega}(x'-x)\cdot d\Omega \qquad (15)$$

unde x' este conținutul de vapori al stratului limită de contact dintre apă şi aer, iar x — conținutul de vapori din masa de aer. In general valoarea lui x' corespunde saturației la temperatura apei, care ea însăşi este variabilă în lungul suprafeței Ω. Conținutul x de vapori de apă din masa de aer variază de la x_1 la valoarea x_2, ultima fiind de obicei aproape egală cu x_2', adică cu valoarea de saturație la temperatura t_2' a aerului la ieşire.

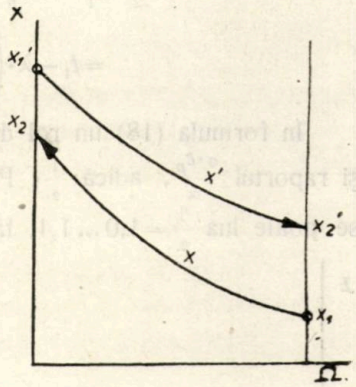


Fig. 7. Variația umidității aerului în lungul turnului (x' umiditatea în stratul limită de lîngă apă şi x în aerul mai îndepărtat de stratul de apă).

Curba superioară din fig. 7 reprezintă variația lui x' în funcție de suprafața Ω, iar curba inferioară reprezintă variația lui x. Curba lui x' este dată de tabele şi are o alură bine determinată şi invariabilă. Curba lui x depinde însă de umiditatea relativă a aerului ambiant (punctul din dreapta jos) şi de modul cum aerul se îmbogățeşte cu vapori de apă. In figură s-a trasat curba inferioară pentru cazul cînd: $t_1'=15°C$ şi $\varphi_1=0{,}6$, iar $t_2'=25°C$ şi $\varphi_2=1{,}0$.

Ținînd seamă de formulele (5) şi (15), se poate scrie pentru temperatura t_2 expresia:

$$t_2=t_1-\lambda\cdot c_p\cdot(t_2'-t_1')-\lambda\cdot r\cdot\frac{\sigma\cdot c_p}{\alpha}\cdot\int_{t_1'}^{t_2'}\frac{x'-x}{t-t'}\cdot dt'. \qquad (16)$$

Raportul $\frac{(x'-x)}{(t-t')}$ de sub semnul integral poate fi înlocuit cu raportul constant $\frac{\Delta x_m}{\Delta t_m}$, dacă se pune

$$\Delta x_m=\frac{(x_2'-x_1)-(x_1'-x_2)}{\ln\frac{x_2'-x_1}{x_1'-x_2}} \qquad (17)$$

unde mărimile notate cu indice superior se referă la apă, iar cele fără indice se referă la aer. Expresia pentru Δt_m este dată de formula (6). In ambele expresii intervine însă valoarea lui t_2, care este necunoscută. De aceea rezolvarea acestor ecuații se va face numai prin aproximații succesive.

Cu ajutorul acestor expresii se poate scrie acum:

$$t_2 = t_1 - \lambda \cdot c_p \cdot (t_2' - t_1') - \lambda \cdot r \cdot \frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha} \cdot \frac{\Delta x_m}{\Delta t_m}(t_2' - t_1') =$$

$$= t_1 - \lambda \cdot \left(c_p + r \cdot \frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha} \cdot \frac{\Delta x_m}{\Delta t_m} \right) \cdot (t_2' - t_1'). \qquad (18)$$

In formula (18) un rol destul de important îl joacă, printre alte mărimi şi raportul $\frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha}$, adică $\frac{1}{\varepsilon}$. Pentru turnurile de răcire s-a văzut mai înainte că se poate lua $\frac{1}{\varepsilon} = 1{,}0 \ldots 1{,}1$, fără a face o eroare mai mare de cca 5%. Cazul în care $\frac{1}{\varepsilon} = 1{,}0$ corespunde stării de saturaţie la ieşirea aerului din turnul propriu zis, adică pentru $\varphi_2 = 1{,}0$, iar cazul cu $\frac{1}{\varepsilon} = 1{,}1$ corespunde ieşirii suprasaturate a aerului din turn (încărcat cu ceaţă). Pentru rezolvarea ecuaţiei (18) se poate utiliza metoda grafică. Astfel pentru cazul particular cînd $\varepsilon = 1$ se recurge la diagrama $I-t$ a aerului umed (fig. 8). Punctul A din această figură corespunde stării iniţiale a aerului, care va avea mărimile de stare: t_1', i_1 şi φ_1. Calculîndu-se cu formula (11) valoarea lui t_2', se duce o paralelă la axa ordonatelor prin punctul de pe abscisă cu temperatura t_2'. La intersecţia acestei paralele cu curba limită ($\varphi = 1$) a diagramei se va afla punctul B cu temperatura t_2', entalpia i_2 şi umiditatea relativă φ_2. (Se face abstracţie de faptul că în diagramă este trasată entalpia I_{1+x} şi nu i, ceea ce nu constituie o eroare sensibilă). Acum se poate utiliza cu succes, pentru determinarea în primă aproximaţie a lui t_2, formula (12), care se poate scrie şi sub forma

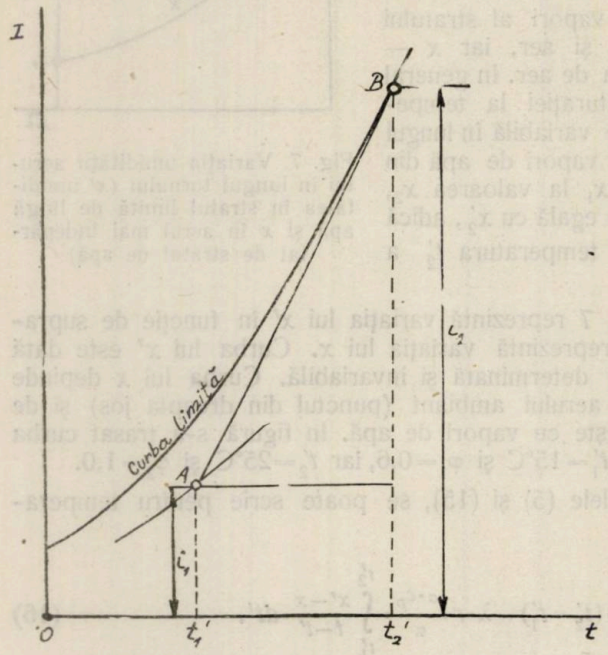


Fig. 8. Variaţia entalpiei aerului într-un turn cînd $\frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha} = 1$.

$$t_2 = t_1 - \lambda \cdot (i_2 - i_1). \qquad (19)$$

Prin aceasta se reduce simţitor numărul tatonărilor necesare pentru rezolvarea ecuaţiei (18).

SUPRAFAȚA DE CONTACT DINTRE AER ȘI APĂ

In formula (11) și (15) intervine suprafața de contact dintre aer și apă Ω ca un factor de cea mai mare importanță. Această suprafață poate fi realizată prin stropire și prin prelingere. Stropirea apei produce picături de diferite mărimi, dar numărul de picături se repartizează în funcție de diametrul lor după *clopotul lui Gauss*. In consecință se poate admite că marea majoritate a picăturilor are diametrul d, deci suprafața de contact cu aerul πd^2. Dacă n este numărul de picături cu diametrul mediu d, debitul de apă G[kg/h] va fi realizat de expresia

$$G = n \cdot \frac{\pi d^3}{6} \cdot \gamma,$$

de unde rezultă

$$\Omega' = \frac{6G}{1\,000\,d} [\mathrm{m^2/h}] \tag{20}$$

unde s-a pus $\gamma = 1\,000$ kg/m³. Formula (20) dă suprafața Ω' în m²/h, deoarece nu s-a luat în considerare viteza de cădere a picăturilor de apă în turn.

Dacă picăturile de apă ar cădea în vid, viteza lor, după parcurgerea unei înălțimi h [m], ar fi

$$w' = 60\sqrt{2g \cdot h} \ [\mathrm{m/h}] \tag{21}$$

unde $g = 9{,}81$ m/s². Din cauza viscozității aerului viteza reală de cădere se micșorează, ceea ce s-ar putea introduce în formula (21) printr-o micșorare a lui g. Această micșorare se poate scrie ținînd seama de coeficientul c_x, care dă rezistența de formă a picăturii. Forța de frecare a picăturii în aer va fi egală cu masa picăturii înmulțită cu accelerația fictivă g' căutată, deci

$$c_x \cdot \frac{\gamma_l \cdot w^2}{2g} \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^3}{6} \cdot \frac{\gamma_a}{g} \cdot g'$$

unde w [m/s] este viteza reală de cădere a picăturii, γ_l [kg/m³] — greutatea specifică a aerului și γ_a [kg/m³] — greutatea specifică a apei. Rezultă deci

$$g' = \frac{3}{4} \cdot c_x \cdot \frac{\gamma_l}{\gamma_a} \cdot \frac{w^2}{d} \cdot \tag{22}$$

Scriind ecuația

$$w^2 = 2(g - g') \cdot h = 2\left(g - \frac{3}{4} c_x \cdot \frac{\gamma_l}{\gamma_a} \cdot \frac{w^2}{d}\right) \cdot h,$$

rezultă valoarea reală a vitezei de cădere a picăturii

$$w = 60\sqrt{\frac{4g \cdot h \cdot \gamma_a \cdot d}{2\gamma_a \cdot d + 3c_x \cdot \gamma_l \cdot h}} \ [\mathrm{m/h}]. \tag{23}$$

Pentru picăturile de apă în cădere se poate lua $c_x \cong 0{,}08$.

Dacă aerul are o viteză ascendentă, atunci viteza reală de cădere a picăturii va fi egală cu diferența dintre cele două viteze. Dacă aerul are viteza ascendentă

$$w_a = 60\sqrt{\frac{4}{3}\cdot\frac{\gamma_a}{\gamma_l}\cdot\frac{g}{c_x}\cdot d}\ [\text{m/h}], \tag{24}$$

picătura de diametru d va rămîne suspendată în aerul cu greutatea specifică γ_l, iar dacă viteza aerului va fi mai mare decît valoarea dată de expresia (24), picătura va fi antrenată de aer în mișcare ascendentă.

Dacă apa se prelinge pe suprafața de răcire într-o peliculă descendentă, se poate scrie pentru grosimea peliculei

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3\eta\cdot G}{p\cdot\gamma_a^2}}\ [\text{m}] \tag{25}$$

unde η [kg·h/m²] este viscozitatea dinamică a apei, γ_a [kg/m³] — greutatea specifică a apei și p [m] — perimetrul total al peliculei de apă în cădere. Formula (25) se poate deduce prin adaptarea raționamentului făcut de Nusselt pentru a determina grosimea peliculei de condensat, în cazul unui perete vertical. Pentru apă la 40°C se poate pune: $\eta = 0{,}2394$ [kg·h/m²], iar la 20°C, $\eta = 0{,}3672$ kg·h/m².

Viteza cu care lichidul se prelinge în jos este dată de formula

$$w = \frac{\gamma_a}{3\eta}\cdot\delta^2\ [\text{m/h}]. \tag{26}$$

Dacă w_a [m/h] este viteza ascendentă a aerului prin turn, viteza relativă w dintre aer și apă va fi în acest caz

$$w = w + w_a = \frac{1\,000\delta^2}{3\eta} + w_a\ [\text{m/h}]. \tag{27}$$

Suprafața de contact dintre apă și aer va fi

$$\Omega = \frac{3\eta\cdot G\cdot H}{\gamma^2\cdot\delta^3},\ [\text{m}^2] \tag{28}$$

unde H [m] este înălțimea peliculei de prelingere a apei în turn. Pentru apă la 40°C, se poate scrie

$$\Omega = 7{,}182\cdot\frac{G\cdot H}{\delta^3}\cdot 10^{-7}\ [\text{m}^2] \tag{28a}$$

URMĂRIREA FUNCȚIONĂRII TURNULUI DE RĂCIRE IN DIAGRAMA $I-t$

Din ecuațiile (12) și (18) se poate scrie

$$\Delta i = c_p\cdot\Delta t' + r\cdot\frac{\sigma\cdot c_p}{\alpha}\cdot\frac{\Delta x_m}{\Delta t_m}\cdot\Delta t' \tag{29}$$

unde am notat cu $\Delta t' = t_2' - t_1'$. Creșterea de entalpie a aerului la trecerea prin turn este compusă deci din doi termeni: primul termen se datorește con-

vecției pure, iar al doilea termen evaporării. Primul termen depinde numai de c_p și de $\Delta t'$. Expresia lui c_p poate fi scrisă

$$c_p=(1-x)\cdot c_{pa}+x\cdot c_{pv}. \tag{30}$$

Cum valoarea lui x variază relativ puțin în cursul trecerii aerului prin turn, tot astfel poate varia și valoarea lui c_p. Pentru calcule mai exacte se poate lucra însă cu o valoare medie a lui c_p:

$$c_{pm}=\left(1-\frac{x_1+x_2}{2}\right)\cdot c_{pa}+\frac{x_1+x_2}{2}\cdot c_{pv}. \tag{31}$$

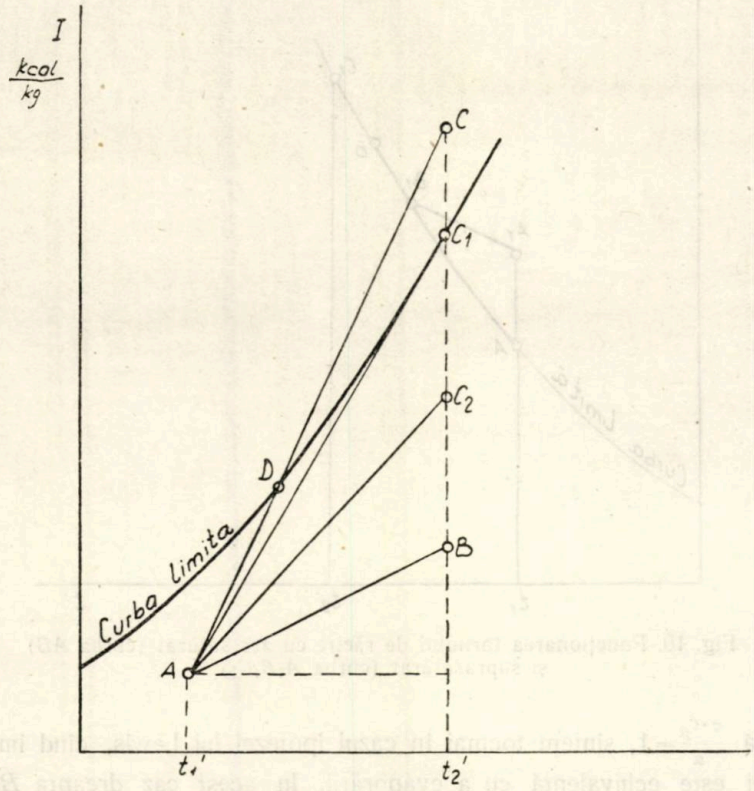


Fig. 9. Variația entalpiei aerului într-un turn pentru diverse valori ale raportului lui Lewis.

In diagrama $I-t$ (fig. 9) se trasează din punctul A, cu coordonatele t_1' și i_1, o dreaptă cu coeficientul unghiular c_{pm} pînă în punctul B, care corespunde creșterii de entalpie $c_p\cdot\Delta t'$. Din acest punct se poate duce o familie de drepte, corespunzînd diferitelor valori ale raportului $\frac{\sigma\cdot c_p}{\alpha}$. Dacă acest raport este mai mare ca unitatea, punctul final C_1 se va afla mai sus, decît atunci cînd raportul

este mai mic decît unitatea, pentru aceeaşi valoare a lui $\Delta t'$. In cazul cînd $\frac{\sigma \cdot c_p^a}{\alpha} > 1$, punctul C se va afla deasupra curbei limită, deci dreapta BC, va tăia curba limită în punctul D. Aerul din turn se va încărca în acest caz la saturaţie cu umiditate înainte de-a părăsi turnul, iar surplusul va ieşi cu aerul sub formă de ceaţă, deoarece micile picături formate prin condensarea surplusului vor fi antrenate chiar în cazul tirajului artificial.

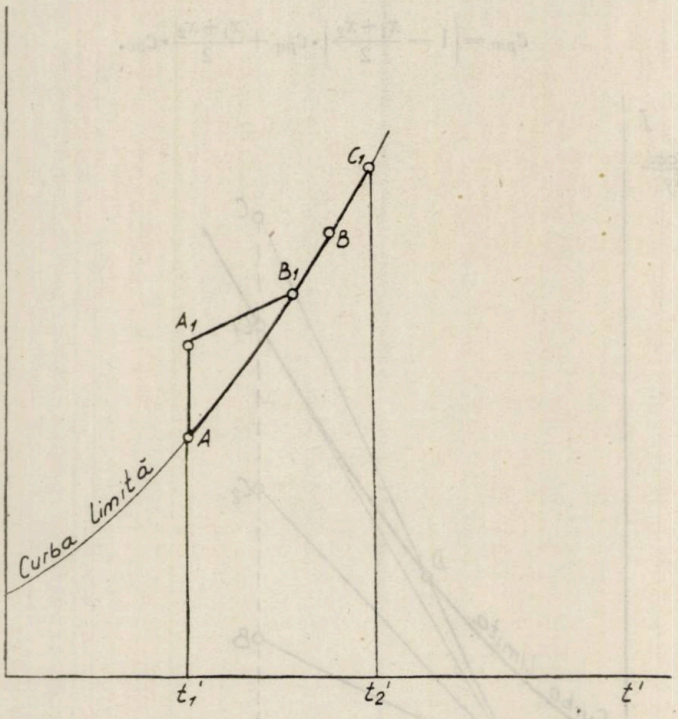


Fig. 10. Funcţionarea turnului de răcire cu aer saturat (curba AB) şi suprasaturat (curba $A_1B_1C_1$).

Dacă $\frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha} = 1$, sîntem tocmai în cazul ipotezei lui Lewis, cînd importanţa convecţiei este echivalentă cu a evaporării. In acest caz dreapta BC_1 va fi tangentă în punctul C_1 la curba limită. Aerul va părăsi turnul propriu zis cu $\varphi_2 = 1{,}0$. Apariţia ceţii iarna, sau pe timp rece, la gura turnului nu trebuie să ne înşele deoarece această apariţie poate fi un fenomen petrecut numai in lungul coşului turnului şi nu arată cert că $\varphi_2 = 1{,}0$ la ieşirea din turnul propriu-zis.

Dacă $\frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha} < 1$, punctul C_3 se va afla sub curba limită, deci dreapta BC_2 nu va mai întersecta niciodată curba limită. Aerul va ieşi din turnul propriu-zis, în acest caz, cu $\varphi_2 < 1{,}0$.

In cazul cînd aerul ambiant este saturat ($\varphi_1 = 1{,}0$), funcționarea turnului se va baza mai ales pe convecție și foarte puțin pe evaporare. Transformările suferite de aer se vor produce în lungul curbei limită AB, cum se vede în fig. 10. Creșterea lui x, de la x_A la x_B se datorește numai faptului că, aerul încălzindu-se prin contactul cu apa, devine capabil de-a mai absorbi umiditatea $x_B - x_A$.

Dacă însă aerul la aspirație conține ceață, aceasta va fi evaporată în primul rînd și numai după aceea aerul va mai fi capabil să absoarbă și vapori dați de apa din turn. In acest caz funcționarea turnului se va produce după o linie ca $A_1B_1C_1$ din fig. 10, deci aproape numai în domeniul suprasaturat al diagramei $I-t$. Poziția punctelor B_1 și C_1 depinde de gradul de saturație al aerului cu ceața. Dacă, există în aer foarte multă ceață, linia de transformare nu va mai tăia curba limită, iar punctul final al transformării va rămîne tot în domeniul suprasaturat, ca și punctul inițial.

In cazul cînd aerul ambiant are temperatura foarte ridicată și umiditatea scăzută, dreapta de transformare va rămîne tot timpul în domeniul nesaturat. Rezultă că în acest caz va fi $\sigma \cdot c_p < \alpha$.

CONCLUZII

Dacă se analizează ecuația (18), cu ajutorul căreia se determină t_2 respectiv Δt, se observă că valoarea acestor mărimi depinde în primul rînd de produsul $\lambda \cdot (t_2' - t_1')$. Insă acest produs variază relativ puțin, dacă variază λ, totuși se observă o majorare a lui cu creșterea lui λ. Dacă însă între t_1 și t_1', deci între temperatura de intrare a apei și cea a aerului, există o diferență mai accentuată, atunci diferența $(t_2' - t_1')$ crește foarte mult.

Creșterea lui λ poate fi obținută cu ajutorul tirajului artificial, dacă secțiunile de trecere prin turn rămîn constante. In acest caz se consumă un lucru mecanic pentru antrenarea ventilatoarelor care nu este totdeauna compensat de cîștigul obținut în calitățile de funcționare ale turnului. Astfel, dacă valoarea lui λ crește de la 0,55 la 0,75, valoarea produsului $\lambda \cdot (t_2' - t_1')$ crește abia cu 11% (fig. 6).

Prin tirajul artificial se poate însă majora viteza de trecere a aerului prin turn, dacă și secțiunile de trecere sînt modificate în sens corespunzător. Aceasta duce la o majorare a lui α. Deoarece însă variația lui α în funcție de w are un caracter asimptotic, iar α intră în exponentul funcției e în ecuația (11), influența creșterii lui α se resimte numai pînă la valoarea de cca $\alpha = 25$ kcal/m²·h·grd. In fig. 11 se vede dependența lui Δt de t_1' pentru $\alpha = 15$ kcal/m²·h·grd și pentru $\alpha = 25$ kcal/m²·h·grd. Curbele au fost calculate pentru: $(t_1 - t_1') = 15°C$; $\varphi_1 = 1{,}0$; $\varphi_2 = 1{,}0$; $\frac{\Omega}{G} = 0{,}0125$ și $\lambda = 0{,}615$. Ameliorarea valorilor lui Δt crește cu t_1' și ajunge la $t_1' = 35°C$ la o valoare de 32%.

Dacă se majorează viteza relativă w_a a aerului prin turnul cu stropire, aceasta poate să cauzeze, de la o anumită valoare, o micșorare a vitezei de cădere a picăturilor și o antrenare importantă a picăturilor fine, deci la un efect

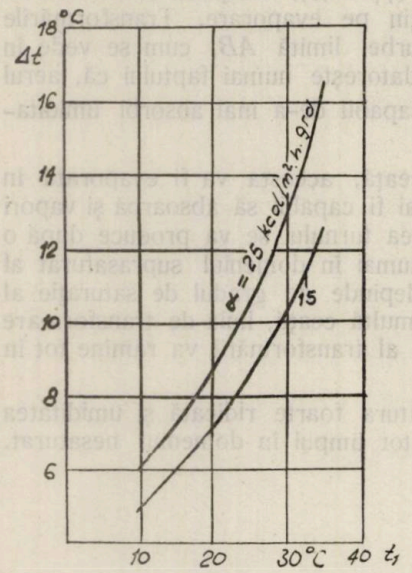


Fig. 11. Influența lui α și t_1' asupra lui $\Delta t = t_1 - t_2$.

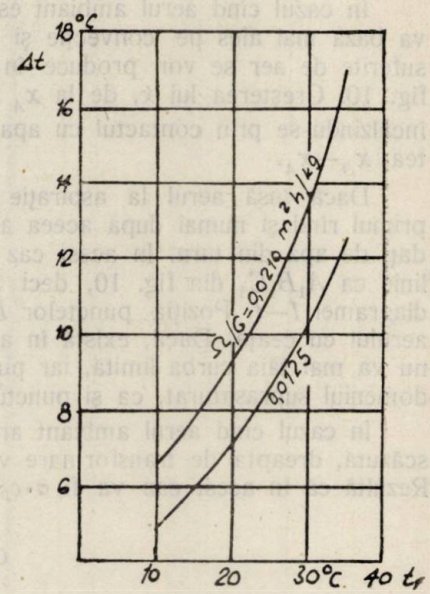


Fig. 12. Influența raportului $\frac{\Omega}{G}$ asupra lui $\Delta t = t_1 - t_2$.

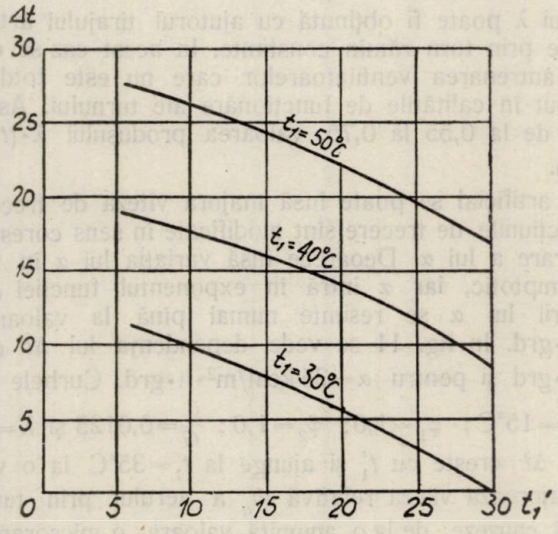


Fig. 13. Influența lui t_1 și t_1' asupra lui $\Delta t = t_1 - t_2$.

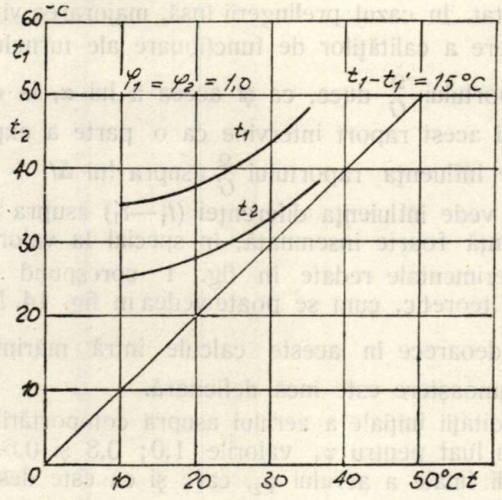


Fig. 14. Curbele teoretice de funcționare ale turnurilor de răcire.

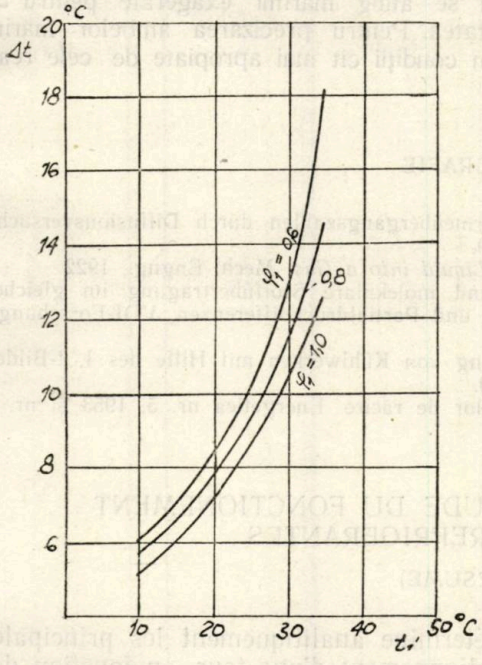


Fig. 15. Influența lui φ_1 asupra lui $\Delta t = t_1 - t_2$.

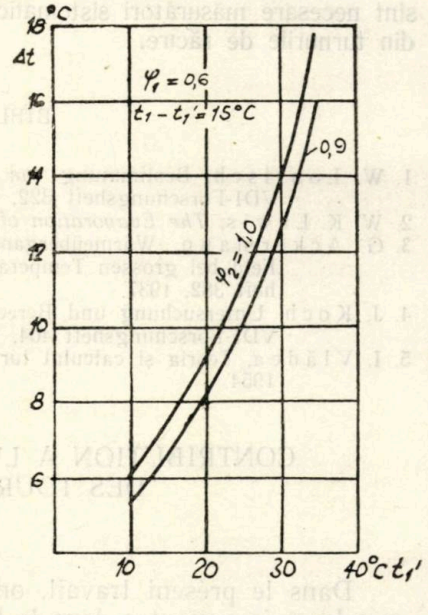


Fig. 16. Influența lui φ_2 asupra lui $\Delta t = t_1 - t_2$.

contrar celui scontat. In cazul prelingerii însă, majorarea vitezei w_a are ca efect totdeauna o creştere a calităţilor de funcţionare ale turnului.

Creşterea raportului $\frac{\Omega}{G}$ duce, ca şi aceea a lui α, la o ameliorare asimptotică, deoarece şi acest raport intervine ca o parte a exponentului funcţiei e. In fig. 12 se vede influenţa raportului $\frac{\Omega}{G}$ asupra lui Δt.

In fig. 13 se vede influienţa diferenţei $(t_1 - t_1')$ asupra lui Δt. Această diferenţă are o influenţă foarte însemnată, în special la valori mici ale lui t_1'.

Curbele experimentale redate în fig. 1 corespund foarte bine cu alura curbelor calculate teoretic, cum se poate vedea în fig. 14. Numai valorile absolute sînt diferite, deoarece în aceste calcule intră mărimile α şi $\frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha}$, deci mărimi a căror cunoaştere este încă deficitară.

Influenţa umidităţii iniţiale a aerului asupra comportării turnului se vede în fig. 15, unde s-au luat pentru φ_1 valorile 1,0; 0,8 şi 0,6. In fig. 16 se vede influenţa umidităţii finale a aerului φ_2, care şi ea este destul de însemnată.

Influenţa raportului $\frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha}$ este relativ mare, dar ea n-a putut fi considerată în lucrarea de faţă, deoarece nu există nici-o bază experimentală în această direcţie. Se pare apoi că şi valorile lui α din curbele lui Lohrisch (fig. 3) sînt prea mari, deoarece cu aceste valori se ating mărimi exagerate pentru Δt, ceea ce nu pare să coincidă cu rea'itatea. Pentru precizarea ambelor mărimi sînt necesare măsurători sistematice în condiţii cît mai apropiate de cele reale din turnurile de răcire.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Lohrisch, Bestimmung von Wärmeübergangszahlen durch Diffusionsversuche. VDI-Forschungsheft 322, 1929.
2. W. K. Lewis, *The Evaporation of a Liquid into a Gas*, Mech. Engng., 1922.
3. G. Ackermann, Wärmeübergang und molekulare Stoffübertragung im gleichen Feld bei grossen Temperatur- und Partialdruckdifferenzen, VDI-Forschungsheft 382, 1937.
4. J. Koch, Untersuchung und Berechnung von Kühlwerken mit Hilfe des I, t-Bildes. VDI-Forschungsheft 404, 1940.
5. I. Vlădea, Teoria şi calculul turnurilor de răcire. Energetica nr. 5, 1953 şi nr. 2, 1954.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DU FONCTIONEMENT DES TOURS REFRIGERANTES

(RÉSUMÉ)

Dans le présent travail, on détermine analitiquement les principales grandeurs importantes dans le fonctionnement d'une tour, en fonction des paramètres de l'air ambiant et de l'eau à refroidir. On emploie les lois générales de transmission de la chaleur avec ou sans changement de sub-

stance. Mais dans les formules déduites interveniennent d'autres paramètres ainsi que le coefficient α et le rapport $\frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha}$, qu'on doit déterminer expérimentalement.

On étudie ensuite, comparativement les tours réfrigérents d'arrosement et à ruissellement et on montre la supériorité de ces derniers quand il s'agît du tirage artificiel. On examine l'influence sur le comportement de la tour réfrigérent de : l'augmentation de la vitesse relative de l'air dans la tour, de débit de l'air par rapport à celui de l'eau, de la surface de contact entre l'air et l'eau, de l'umidité relative de l'air ambiant ainsi que d'autres paramètres.

К ИССЛЕДОВАНИЮ РАБОТЫ ХЛОДИЛЬНЫХ КОЛОНН

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе определяются аналитически главные величины, необходимые при работе холодильных колонн, по параметрам воздуха и охлаждаемой воды. Используются общие законы передачи тепла с обменом и без обмена веществ.

Формулы содержат, совместно с другими параметрами, коэффициент α и отношение $\frac{\sigma \cdot c_p}{\alpha}$, которые определяются опытом.

Рассматриваются сравнительно разбрызгивательные и потогонные колонны ; указывается преимущество последних для искуственной тяги. Анализируется влияние повышения относительной скорости воздуха через колонну, расхода воздуха по сравнению с расходом воды, поверхности соприкосновения воздуха с водой, относительной влажности воздуха и других параметров на поведение холодильной колонны.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢII LA STUDIUL ŞI CERCETAREA TURBOTRANSMISIILOR HIDRAULICE

STANDUL DE TURBOTRANSMISII DIN LABORATORUL DE MAŞINI HIDRAULICE „N. E. JUKOVSKI" DIN TIMIŞOARA

DE

A. BĂRGLĂZAN, membru coresp. al Acad. R.P.R., V. DOBINDĂ, N. PELIGRAD, I. AVED, C. CIOCÎRLAN, F. GAMPE

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

În ultimul timp s-a putut observa că atenţia constructorilor de maşini se concentrează tot mai mult asupra transmisiilor hidraulice. Acest lucru se explică prin faptul că transmisiile hidraulice constituie elemente aproape indispensabile în automatizări şi prin faptul că ele măresc maniabilitatea maşinilor. În special dezvoltarea turbotransmisiilor hidraulice folosite ca variatori de turaţie, a luat un ritm deosebit de rapid şi se folosesc pe o scară din ce în ce mai largă, de la autoturismele cele mai uşoare, pînă la locomotivele Diesel-hidraulice şi la instalaţiile grele de foraj din industria petroliferă. Fără a intra în amănunte, reamintim că principalele avantaje ale turbotransmisiilor hidraulice constau în marea siguranţă în funcţionare, în uşurarea manevrării maşinii şi în amortizarea şocurilor interioare şi exterioare, ceea ce măreşte mult viaţa maşinii.

Necesităţile industriei noastre în plină dezvoltare, precum şi faptul cunoscut că turbotransmisiile hidraulice sînt încă insuficient studiate, au impus construirea unui stand pentru studiul acestora la Laboratorul de Maşini Hidraulice N. E. Jukovski din Timişoara. Standul a fost conceput ca să răspundă la cerinţele imediate ce decurg din convenţiile încheiate cu IPROUP şi M.C.F., urmînd ca în cursul dezvoltării tematicii secţiei de Maşini Hidraulice a Bazei de Cercetări Ştiinţifice din Timişoara a Academiei R.P.R., el să fie completat cu aparatura necesară pătrunderii în adîncime a fenomenelor hidraulice ce se petrec în interiorul turbotransmisiilor. Menţionăm că standul va putea fi utilizat în afară de studiul complet al turbotransmisiilor şi pentru ridicarea caracteristicilor exterioare ale mo-

toarelor primare (în vederea studiului comportării grupului motor-turbotransmisie hidraulică) precum şi pentru etalonarea aparatelor de măsurat momente cu frîne hidraulice, cuple torsiometrice, etc.

Convenţiile amintite mai sus şi care prevăd studierea unor tipuri de turbotransmisii hidraulice adaptabile grupurilor petrolifere de foraj şi maşinilor de tracţiune feroviară, necesită ridicarea caracteristicilor exterioare ale turbotransmisiilor.

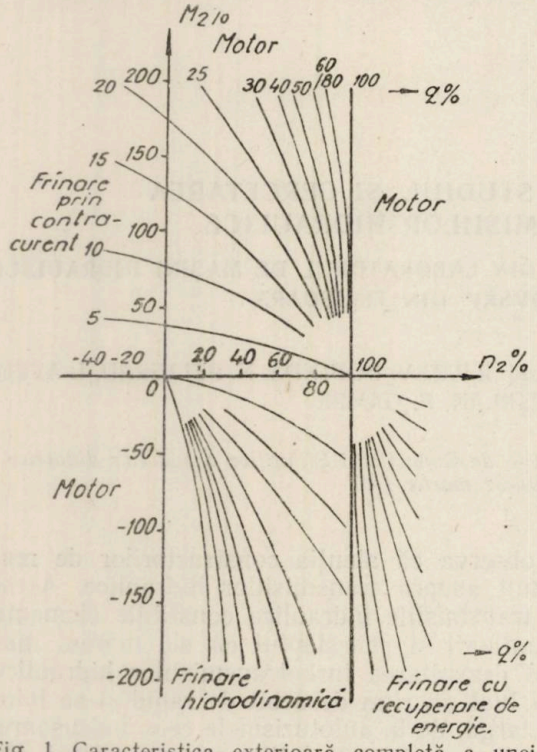


Fig. 1. Caracteristica exterioară completă a unei turbotransmisii hidraulice, avînd ca parametru, gradul de umplere (q).

In fig. 1 se dă caracteristica exterioară completă a unei turbotransmisii hidraulice. Se vede că sînt posibile patru regimuri de funcţionare: un regim motor şi trei regimuri de frînare (frînare hidrodinamică, frînare cu recuperare de energie şi frînare prin contra-curent). Din aceste regimuri, cele care se realizează în mod curent, sînt regimul motor şi regimul de frînare hidrodinamică. Frînarea cu recuperare de energie este posibilă numai în cazul turboambreajelor normale acţionate de maşini electrice reversibile (motor-generator), iar frînarea prin contracurent se foloseşte în cazuri rare, cînd pentru salvarea instalaţiei sau a vieţii omeneşti este necesară o oprire foarte rapidă a maşinii.

Pentru ridicarea caracteristicilor exterioare ale turbotransmisiilor hidraulice, standul este prevăzut cu următorul echipament:

1. *Echipamentul de antrenare.* Standul posedă două motoare. Un motor Diesel tip MG 120 cu şase cilindri în linie, cu pornirea de la o baterie de acumulatori. În prezent răcirea motorului se face cu apă în circuit închis cu ajutorul ventilatorului original. Al doilea motor, electric asincron, cu inele colectoare are puterea de 75 Kw, la turaţia $n = 1\,470$ rot/min.

2. *Aparatura de măsură.* În prezent echipamentul standului permite să se facă următoarele măsurători:

a) Măsurarea momentelor se face în felul următor: momentul primar se măsoară cu o cuplă torsiometrică construită după principiul torsiometrelor cu unele modificări, în baza proiectului elaborat de colectivul Cate-

drei de Maşini Hidraulice. Cupla a fost realizată la una din întreprinderile din Timişoara. Citirea deviaţiei se face cu ajutorul unei stroborame tip Orion. Momentul secundar se măsoară în funcţie de turaţia arborelui secundar, cu ajutorul uneia din cele trei frîne (cu frîna hidraulică tip Junkers, cu frîna hidraulică tip Froude sau frîna mecanică tip Prony cu saboţi de lemn, executată în atelierul laboratorului) asupra problemelor frînelor vom reveni mai jos.

b) Măsurarea turaţiilor se face cu ajutorul a două tahometre cu şaibe antrenate cu curea de transmisie de semicuplele de pe arborele motor şi arborele secundar al turbotransmisiei hidraulice. Controlul indicaţiilor tahometrelor se face cu ajutorul stroboscopului tip Kern şi a stroboramei tip Orion.

c) Măsurarea presiunilor la intrarea şi la ieşirea din turbotransmisie se face cu manometre normale întrucît aceste citiri au un caracter indicativ.

d) Măsurarea temperaturilor la intrarea şi la ieşirea din turbotransmisie se face cu ajutorul unor termometre cu diviziuni de 0,2 °C.

În viitor se prevede completarea aparaturii de măsură cu sonde pentru explorarea cîmpului hidrodinamic în diferitele secţiuni ale turbotransmisiilor studiate, cu aparatura necesară determinărilor calorimetrice şi cu aparatura necesară studierii calităţilor lichidelor de lucru folosite în turbotransmisii.

Standul este reprezentat în fig. 2 şi 3 în care se pot vedea diferitele elemente enumerate mai sus. Fotografiile au fost luate în diferite etape ale încercării unui turbotransformator tip Lysholm-Smith utilizat la instalaţiile petrolifere de foraj.

În cele ce urmează, vom arăta pe scurt considerentele care ne-au condus la adaptarea soluţiei cu trei frîne. În general, standurile analoage existente în alte ţări, sînt prevăzute cu frîne hidraulice provenite din modificarea unei turbotransmisii hidraulice. Această modificare constă în faptul că secundarul turbotransmisiei (în general un turboambreiaj) este blocat cu ajutorul braţelor pe care se montează talerele cu greutăţi, sau pîrghiile care acţionează asupra balanţelor. Oricare ar fi tipul frînei hidraulice folosite, momentul rezistent dorit este obţinut prin varierea gradului de umplere a frînei, ceea ce face ca zona de frînare să aibă forma din fig. 4.

Pentru diferitele tipuri de frîne hidraulice se modifică panta curbelor limită, iar alegerea frînei se face plecînd de la condiţia de stabilitate, întrucît se ştie că în zona golirii complete frînele hidraulice nu mai au o funcţionare stabilă.

Comparînd curbele din fig. 1 şi 4 se vede că o frînă hidraulică nu permite acoperirea întregului cîmp de exploatare al turbotransmisiilor hidraulice, ceea ce face ca pe un stand echipat numai cu o asemenea frînă să se poată ridica doar o parte din caracteristica exterioară.

În fig. 5 se dă caracteristica de frînare a unei turbotransmisii hidraulice, obţinută cu o frînă mecanică. Din fig. 5 (comparată cu fig. 1) se vede că o frînă mecanică permite ridicarea întregii caracteristici exterioare a

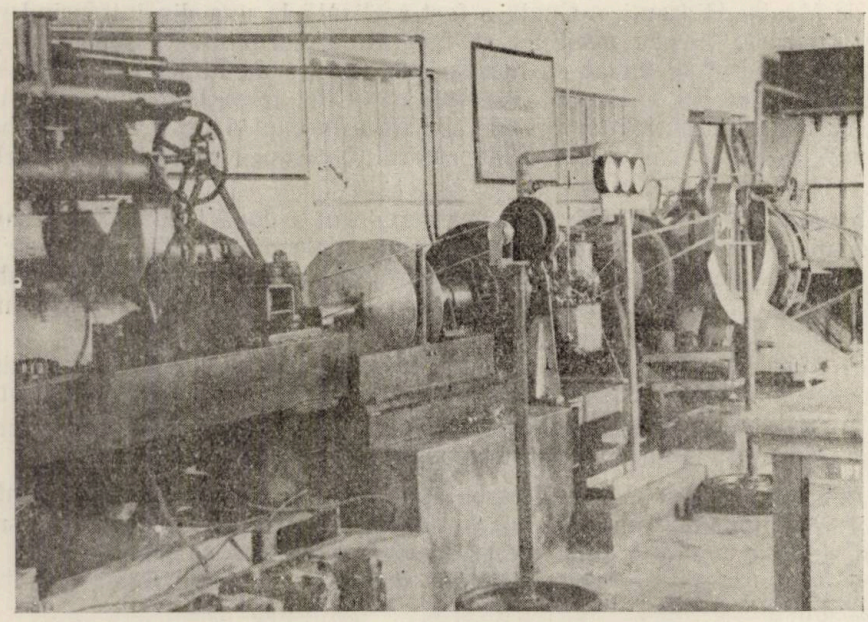


Fig. 2. Vedere de ansamblu a standului de turbotransmisii hidraulice din laboratorul de mașini hidraulice „N. E. Jukovski".

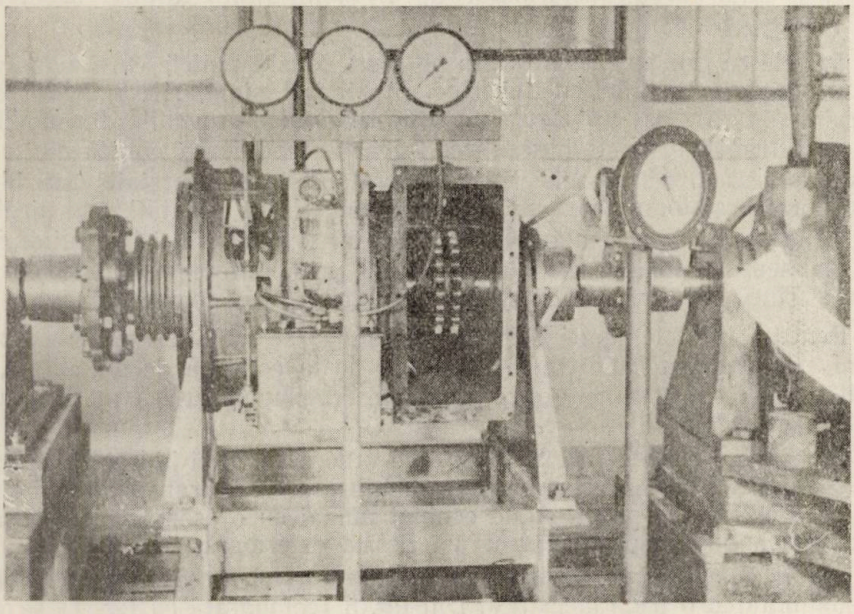


Fig. 3. Turbotransformatorul tip „Lysholm-Smith" care a fost încercat.

turbotransmisiei hidraulice. Însă, frînele mecanice au dezavantajele lor cunoscute, din care enumerăm cîteva esenţiale. În primul rînd, pentru puteri mari, frînele au dimensiuni mari, ceea ce face ca ele să nu mai poată fi folosite peste o anumită turaţie.

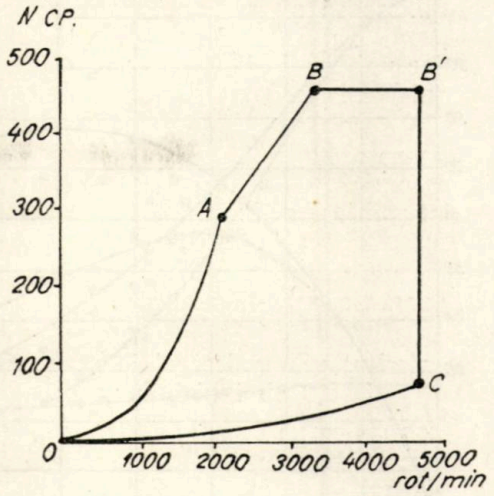


Fig. 4. Zona de frînare a unei frîne hidraulice

In al doilea rînd, orice anomalie în sistemul de alimentare cu apă de răcire sau în sistemul de ungere, atrage cu sine variaţii ale momentului măsurat, ceea ce poate duce la rezultate eronate. Se vede deci că frînele mecanice sînt foarte pretenţioase în exploatarea lor în zone largi aşa cum e necesar pe standurile de laborator.

Din cele de mai sus rezultă clar motivul pentru care standul nostru a fost echipat cu două frîne hidraulice şi o frînă mecanică. Această îmbinare face posibilă exploatarea frînelor în zonele lor optime de funcţionare şi totodată devine posibilă ridicarea caracteristicilor exterioare ale turbotransmisiilor hidraulice pe toată întinderea lor.

De altfel necesitatea existenţei a trei frîne rezultă şi din fig. 6 în care s-au reprezentat curbele $M_2=f(n_2)$ şi $\eta=f(n_2)$ pentru un transformator tip Lysholm-Smith. Din această figură se vede că frîna Prony are zonă optimă de utilizare în intervalul $n_2=0—150$ rot/min, iar frîna hidraulică Junkers are zona optimă de utilizare la turaţii mai mari ca $n_2=500$ rot/min. Rezultă pentru frîna Froude zona de utilizare $n_2=$ $=150—500$ rot/min. În fig. 6 s-au indicat zonele de frînare a celor trei frîne.

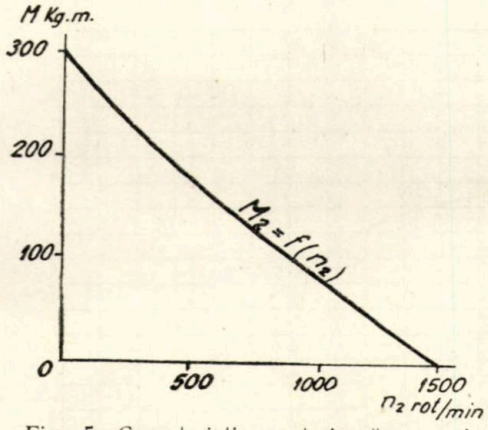


Fig. 5. Caracteristica exterioară a unei transmisii hidraulice, ridicată cu ajutorul unei frîne Prony.

Omologarea standului s-a făcut încercînd un turbotransformator hidraulic de tipul Lysholm-Smith cu diametrul profilului circuitului de 450 mm. Rezultatele obţinute sînt reprezentate în fig. 7, în care s-au trasat curbele de variaţie ale momentului (M_2), momentului primar (M_1) şi randamentului (η), în funcţie de turaţia arborelui secundar n_2. Valorile obţinute prin încercările făcute, fiind comparabile cu cele date în literatură, rezultă că utilajul standului s-a dovedit a fi corespunzător.

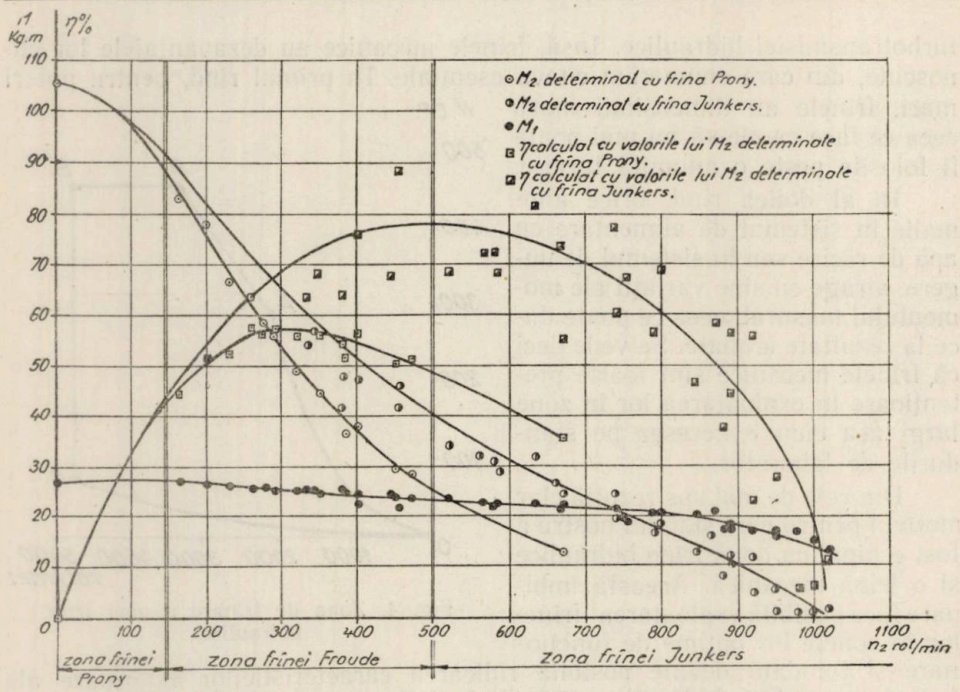


Fig. 6. Zonele de utilizare ale frînelor Prony, Froude şi Junkers.

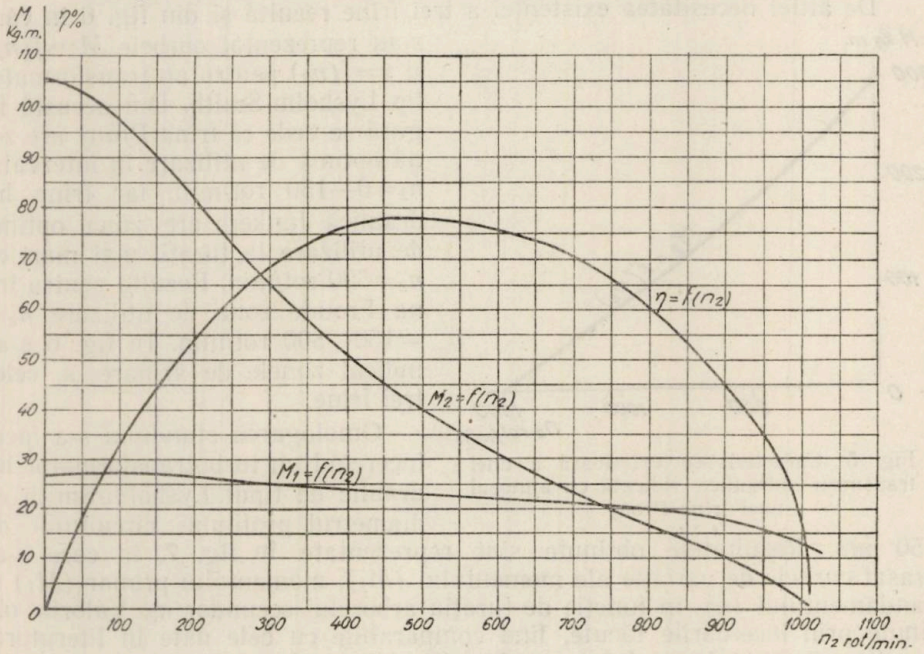


Fig. 7. Caracteristica exterioară a turbotransformatorului „Lysholm-Smith“ din fig. 3.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DES TURBOTRANSMISSIONS HYDRAULIQUES. LE STAND DE TURBOTRANSMISSIONS DU LABORATOIRE DE MACHINES HYDRAULIQUES „N. E. JUKOVSKI"

(RÉSUMÉ)

Dans le présent travail, on décrit le stand de turbotransmissions du Laboratoire de machines hydrauliques „N. E. Jucovschi" de Timishoara.

On analyse les conditions d'essai des turbotransformateurs hydrauliques, en insistant sur les freins.

On a homologué le stand en essayant un turbotransformateur du type Lysholm-Smith de Ø 450 mm.

Les résultats obtenus, comparés à ceux que donne la littérature, prouvent que l'outillage correspond aux nécessités du Laboratoire.

ИЗУЧЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ТУРБОПЕРЕДАЧ

СТЭНД ДЛЯ ТУРБОПЕРЕДАЧ В ЛАБОРАТОРИИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАШИН ИМЕНИ „Н. Е. ЖУКОВСКОГО"

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе описывается стэнд для турбопередач лаборатории гидравлических машин имени Н. Е. Жуковского в Тимишоаре.

Анализируются условия испытаний гидравлических турботрансформаторов, в особенности тормозов.

Проверка стэнда была сделана при испытании турботрансформатора типа Лискольм—Смит диаметром 450 мм.

Полученные результаты оказались сходными с данными существующими в литературе, что доказывает пригодность стэнда.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CERCETĂRI ASUPRA UNOR PROFILE AERODINAMICE PENTRU CONSTRUCŢIA MAŞINILOR HIDRAULICE STAŢIUNEA EXPERIMENTALĂ

DE

A. BÂRGLĂZAN, membru coresp. al Acad. R.P.R., I. ANTON, I. PREDA, şi V. ANTON

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Dezvoltarea maşinilor hidraulice în ultimele decenii, a fost condiţionată de utilizarea în construcţia acestora, pe scară din ce în ce mai largă a profilelor aero şi hidrodinamice. Astfel s-au fundamentat noi teorii, în sprijinul cărora s-au desfăşurat vaste cercetări experimentale în scopul de a obţine construcţii optime din punct de vedere al randamentului şi al condiţiilor de exploatare legate de fenomenul de cavitaţie.

Caracteristicile profilelor utilizate la maşinile hidraulice înglobînd caracteristicile cavitaţionale, se determină în staţiuni experimentale cu tunele hidrodinamice sau aerodinamice subsonice. Acestea din urmă sînt mai răspîndite, au o construcţie relativ mai simplă şi oferă posibilităţi de investigare ample răspunzînd la cele mai variate probleme.

Tunelele aerodinamice subsonice pot fi clasificate în: tunele cu circuit închis sau deschis respectiv cu zona de lucru închisă sau cu vînă liberă. Aerul este antrenat de un ventilator axial iar elementele de racordare sînt construite corespunzător obţinerii unor caracteristici dorite ale curentului. Vitezele de lucru la diferitele tunele existente sînt cuprinse între 20—100 m/sec. [1], [2], [3].

Pentru determinarea caracteristicilor profilelor teoretice şi experimentale utilizate în construcţia maşinilor hidraulice axiale, în laboratorul de Maşini Hidraulice s-a studiat, proiectat şi realizat, o staţiune experimentală. Aceasta se compune dintr-un tunel aerodinamic, un dispozitiv de fixare a profilelor în zona de lucru pentru determinarea repartiţiei presiunilor pe profile, o balanţă aerodinamică pentru determinarea curbelor caracteristice a acestora, inclusiv aparatura de control şi măsură, (fig. 1).

La construcţia tunelului s-a adoptat o dispoziţie în circuit închis cu zona de lucru liberă. S-a urmărit obţinerea unor caracteristici de funcţionare, corespunzătoare regimului de lucru ale profilelor încadrate în maşinile hidraulice

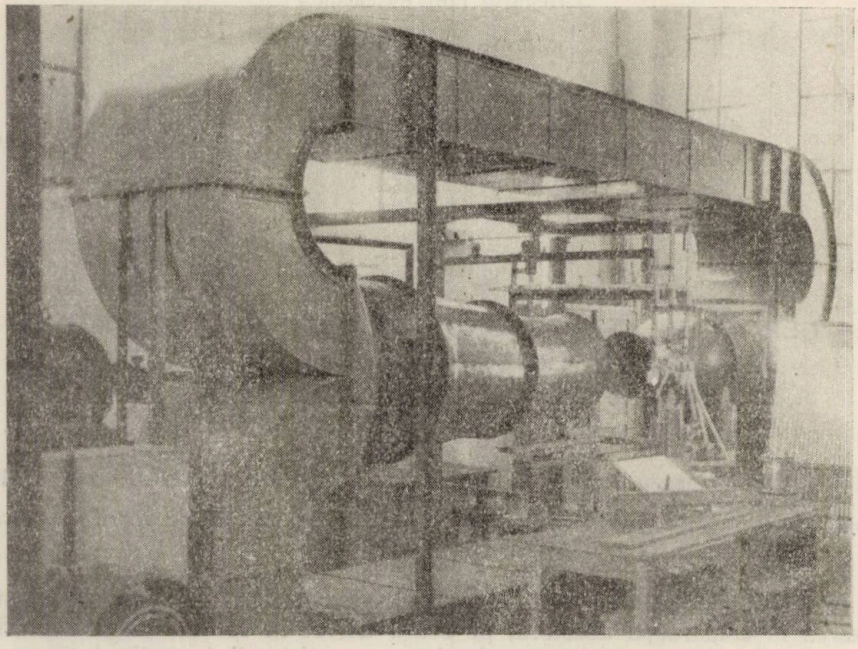


Fig. 1.

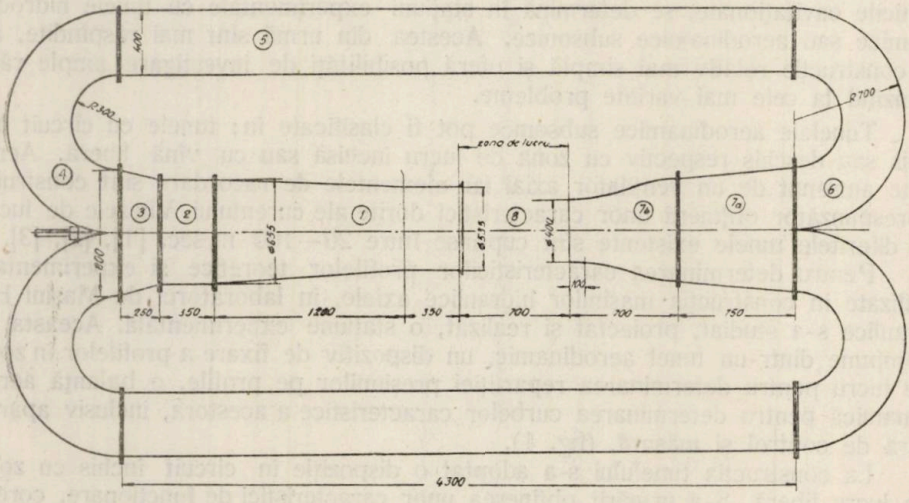

400
5
R300
R700
zona de lucru
4
3
2
1
8
7b
7a
6
ø655
ø535
ø400
800
100
250
350
1200
350
700
700
750
4300

Fig. 2.

axiale, tinzînd totodată la dimensiunile de gabarit minime la care să se obţină precizia dorită a măsurăturilor.

Constructiv, tunelul e prevăzut cu două tuburi de întoarcere de secţiune dreptunghiulară constantă, dispuse simetric şi racordate la capete prin patru coturi la o diuză receptoare respectiv la un confuzor. Între acestea din urmă se intercalează zona de lucru. Un ventilator axial cu palete reglabile, montat în interiorul diuzei receptoare, antrenează aerul prin cele două circuite simetrice, realizînd în zona de lucru $R_{e\,max}=10^6$ $M_{max}=0{,}12$ $V_{max}=40$ m/sec. Caracteristicile ventilatorului sînt $Q=10$ m. c./sec., $p=30$ mm la $n=1\,450$ rot/min. Dimensiunile tunelului sînt date în fig. 2.

Aceste dimensiuni s-au stabilit în baza prescripţiilor din literatura de specialitate şi în comparaţie cu tunele existente [1], [2] [3], [4], [5].

Pentru verificarea acestor dimensiuni şi cunoaşterea caracteristicilor tunelului s-au calculat coeficienţii rezistenţelor hidraulice aferente fiecărui element şi considerînd $R_{e\,max}=9{,}4\cdot10^5$ realizabil la frecvenţa de alimentare de la reţea $f=42$ Hz (pentru $f=42$ Hz corespunde $V_{max}=35$ m/sec).

— Difuzor [6]

$$\zeta_{1\ mediu}=\left(\frac{\lambda}{8\sin\frac{\alpha}{2}}\,\frac{n_1+1}{n_1-1}+A_1\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}\,\sqrt{\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}}\right)\left(1-\frac{1}{n_1}\right)^2=0{,}022$$

$$\text{cu}\ \frac{\alpha}{2}=4^\circ,\quad n_1=\frac{F_2}{F_1}=1{,}19$$

— Piesa de trecere [6]

$$\zeta_3=\left(\frac{\lambda}{8\sin\frac{\alpha}{2}}\,\frac{n_1+1}{n_1-1}+A_1\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}\,\sqrt{\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}}\right)\left(1-\frac{1}{n_1}\right)^2=0{,}0316$$

$$\text{cu}\ \left(\frac{\alpha}{2}\right)_{med}=30^\circ,\quad n_1=\frac{F_2}{F_1}=1{,}9.$$

— Cot 180° [6]

$$\zeta_4=2\cdot0{,}17=0{,}34$$

— Tubul de întoarcere [6]

$$\zeta_5=\lambda\,\frac{l}{d_{echiv}}=0{,}142$$

— Confuzor [6]

$$\zeta_7=\frac{\lambda}{8\sin\frac{\alpha}{2}}\left(1-\frac{1}{n_1^2}\right)=0{,}0\,111$$

$$\text{cu}\ \frac{\alpha}{2}=\mathrm{arc\ tg}\,\frac{a-D}{2l_c}=7^\circ50'$$

a = lăţimea secţiunei patrate = 0,8 m;
D = diam. minim al confuzorului = 0,4 m;
l_c = lungimea confuzorului = 2,9 m;

$$n_1 = \frac{F_2}{F_1} = 5{,}1$$

— Zona de lucru [6], [7]

$$\zeta_{s8} = 0{,}0845 \frac{l_8}{D} - 0{,}0053 \left(\frac{l_8}{D}\right)^2 = 0{,}1318$$

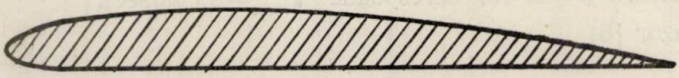
Considerînd valorile obţinute pentru fiecare element, rezistenţa hidraulică totală a circuitului în tunel

$$\Delta p = \sum \zeta_i \frac{\rho v_i^2}{2}$$

astfel cu $\rho = 0{,}125$ kgs^2/m^4

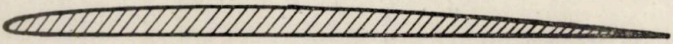
$$\Delta p = 15{,}7 \text{ mm c.a.}$$

PROFIL MHT-I



x	0	1,25	2,5	5	7,5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y_s	3	4,54	5,34	6,34	6,92	7,34	7,68	8,17	8,23	8,23	8,0	7,0	5,67	4,0	1,87	0
y_i	3	1,43	1,165	0,5	0,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

PROFIL MHT-2



x	0	1,25	2,5	5	7,5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y_s	1,1	1,9	2,44	3	3,24	3,5	3,88	4,0	4,2	4,0	3,6	3,2	2,6	2,0	1,0	0
y_i	1,1	0,52	0,4	0,23	0,2	0,16	0,11	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fig. 3.

Pentru obţinerea diferitelor regimuri de funcţionare în tunel (diferite numere Reynolds) se modifică curba caracteristică interioară a ventilatorului prin variaţia turaţiei şi a poziţiei paletelor rotorului.

Problema pe care am urmărit-o în lucrarea de faţă este stabilirea caracteristicilor energetice şi cavitaţionale a două profile noi $MHT_1 MHT_2$ (fig. 3).

Forma acestor profile, dimensiunile lor, poziţia şi valoarea grosimii maxime relative precum şi curbura bordului de atac au fost stabilite în comparaţie cu profilele teoretice şi experimentale din literatura de specialitate corespunzător necesităţilor utilizării lor la maşinile hidraulice axiale.

Profilele realizate la dimensiunile impuse de staţiunea experimentală (astfel pentru MHT_1 $L = 300$, $1 = 60$, $\lambda = \frac{L}{1} = 5$ iar pentru MHT_2 $L = 300$, $1 = 78$

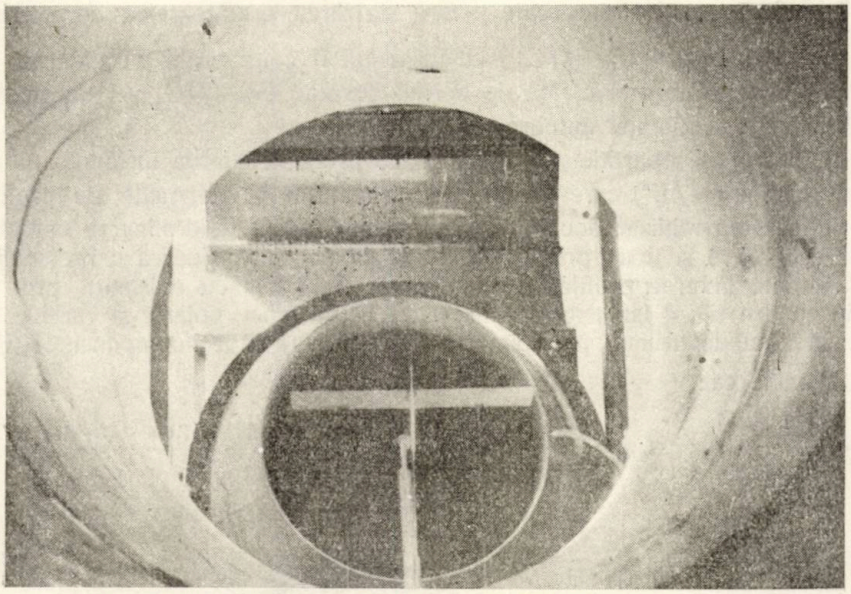


Fig. 4 *a*.

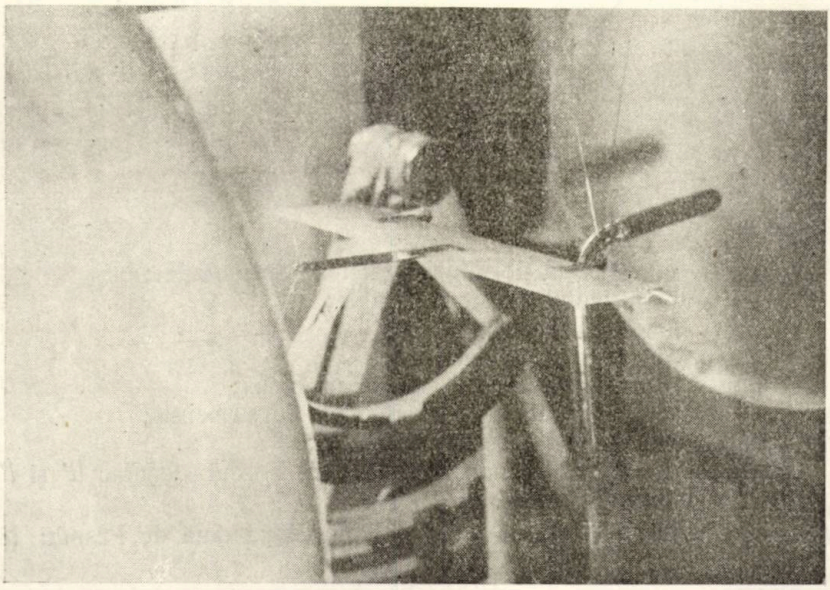


Fig 4 *b*.

$\lambda = \frac{L}{l} = 3{,}85$ au fost încercate pentru stabilirea următoarelor caracteristici:

a) Curba polară $C_a = f(C_w)$ cu incidenţa $i°$ considerată parametru.

b) Curba momentelor faţă de bordul de atac $C_m = f(C_a)$ ($i°$ parametru).

c) Curba rezistenţei autoinduse $C_{wi} = f(C_a)$.

d) Curba de repartiţie a presiunilor pe profil la diferite incidenţe.

f) Curba $\alpha = f(i°)$ care caracterizează calităţile cavitaţionale ale profilului.

Astfel s-au realizat două profile din lemn pentru determinarea caracteristicilor energetice şi două profile din metal pentru determinarea caracteristicilor cavitaţionale. Fixarea profilelor s-a efectuat după metoda obişnuită prin suspensie cu fire fig. 4 iar mărimile necesare construcţiei polarei şi curbele momentului s-au determinat prin cîntărire cu o balanţă cu trei componente (fig. 5).

Se vede că:

$$C_a = \frac{A_1 + A_2}{\frac{\rho}{2} w_\infty^2 Ll} \quad (1); \qquad C_w = \frac{W - W_{fir}}{\frac{\rho}{2} w_\infty^2 Ll} \quad (2); \qquad C_m = \frac{A_2}{\frac{\rho}{2} w_\infty^2 Ll} \frac{l'}{l} - \frac{A_1 + A_2}{\frac{\rho}{2} w_\infty^2 Ll} \frac{l''}{l} \quad (3)$$

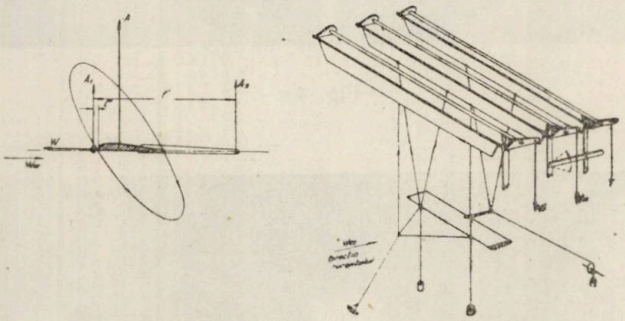


Fig. 5

C_a = coeficientul portanţei (forţei de sustentaţie);
C_w = coeficientul rezistenţei totale;
L = lungimea aripei;
l = lungimea profilului;
w_∞ = viteza curentului dinaintea profilului;
A_1, A_2 şi W sînt componentele forţelor în firele de suspensie;
W_{fir} = rezistenţa firelor de suspensie;
C_m = coeficientul momentului faţă de bordul de atac (l' şi l'' sînt indicate în fig. 5).

Rezistenţa autoindusă C_{wi} s-a calculat cu relaţia dată de Prandtl [8], [9]

$$C_{wi} = \frac{C_a^2}{\pi} \frac{1}{\lambda K^2} \quad (4)$$

unde K este un coeficient determinat de Betz [9] care ţine cont de repartiţia transversală a portanţei pe aripă.

Caracteristicile energetice a'e profilelor MHT_1 şi MHT_2 sînt redate în fig. 6 şi 7 şi tabloul 2

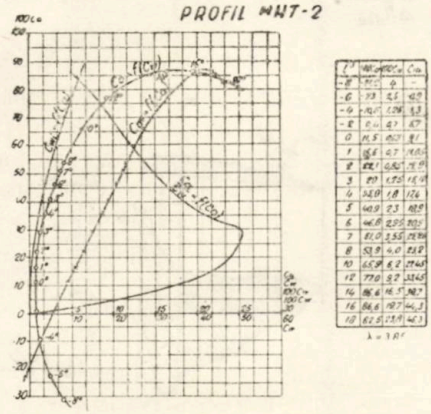


Fig. 6.

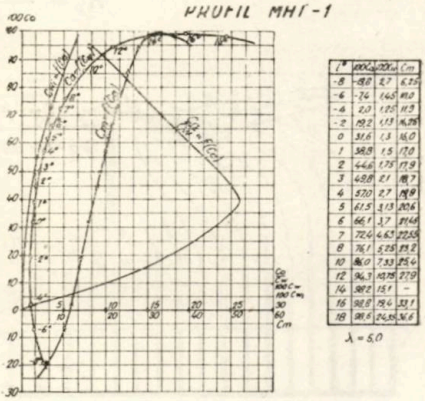


Fig. 7.

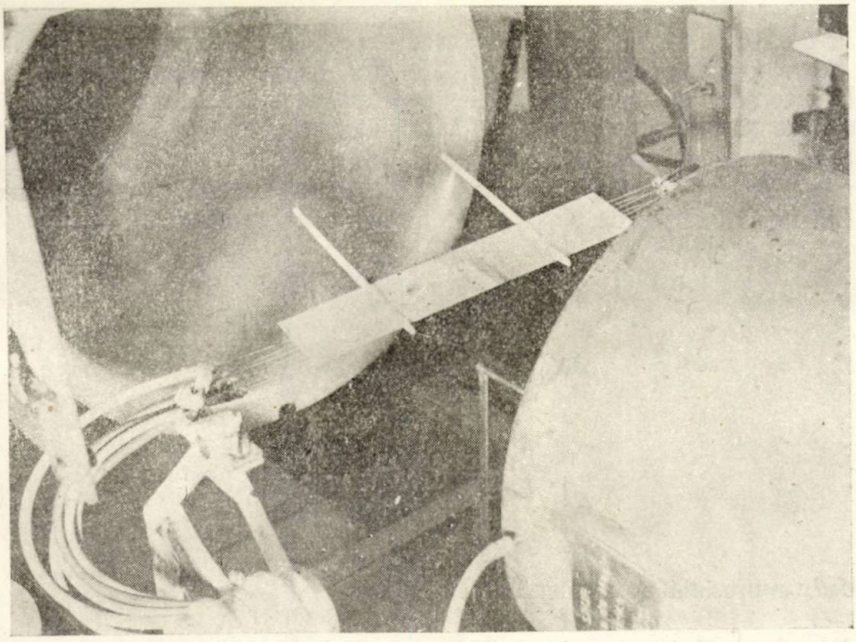


Fig. 8.

Pentru determinarea caracteristicilor cavitaţionale s-au suspendat profilele metalice în mod similar (fig. 8) şi s-au măsurat presiunile în cele 16 puncte

indicate în fig. 9 cu ajutorul piezometrului multiplu coeficientul de presiune fiind [10]

$$K_p = \frac{\frac{p_M - p_\infty}{\gamma}}{\frac{w_\infty^2}{2g}} = \frac{\Delta h_m}{\Delta h_{din}}.$$

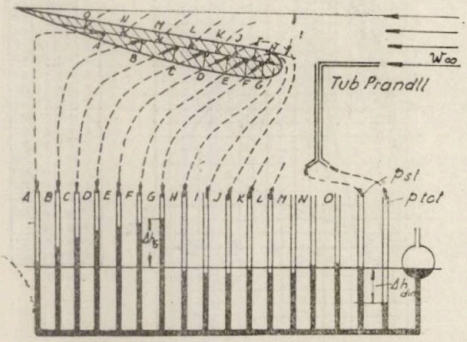


Fig. 9 *a*.

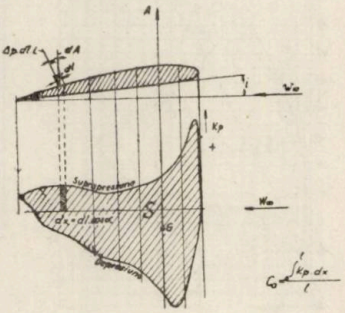


Fig. 9 *b*.

In fig. 10 şi 11 sînt redate curbele experimentale a repartiţiei presiuneii de-a lungul profilelor MHT_1 şi MHT_2 pentru diferite incidenţe.

In diagrame sînt indicaţi coeficienţii de presiune corespunzător depresiunilor maxime şi coeficienţii de portanţă calculaţi cu relaţia (6 a).

Utilizînd aceste diagrame şi valorile maxime ale coeficientului K_p s-au trasat curbele $\alpha = f(i°)$ care caracterizează calităţile cavitaţionale ale profilelor.

Din fig. 12 reiese că portanţa de formă se poate scrie

$$dA = L \cdot \Delta p \cdot dl \cos\alpha = L \frac{\gamma}{2g} \cdot w_\infty^2 \, Kp \cdot dl \cos\alpha$$

$$A = L \frac{\gamma}{2g} w_\infty^2 \int_0^L K_p \cdot dl \cos\alpha = L \frac{\gamma}{2g} w_\infty^2 \int_0^{l \cos i} K_p \, dx \tag{6}$$

$$C_a = \frac{A}{\frac{\gamma}{2g} w_\infty^2 L_l} = \frac{\int_0^{l \cos i} K_p \, dx}{l}. \tag{6 a}$$

aici $K_p dx$ reprezintă un element de suprafaţă.

Aria $S = \int_0^l K_p dx$ se consideră limitată de curba repartiţiei presiunii pe profil.

Considerînd că direcţia portanţiei trece prin zona depresiunilor maxime de pe profil şi avînd în vedere că repartiţia presiunilor (la incidenţe utilizate mai frecvent în construcţia maşinilor hidraulice axiale) se apropie de o formă triunghiu-

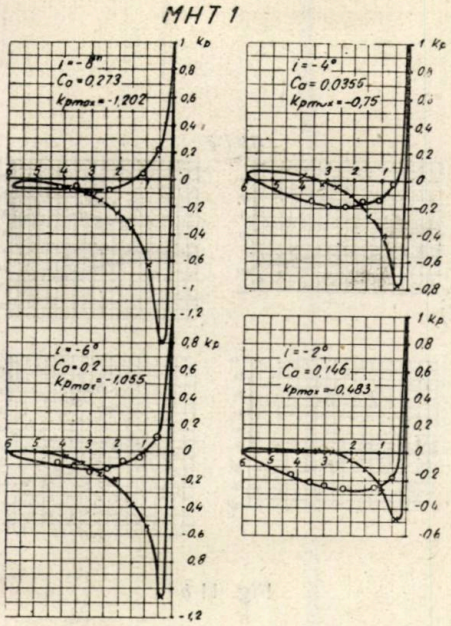


Fig. 10 *a*.

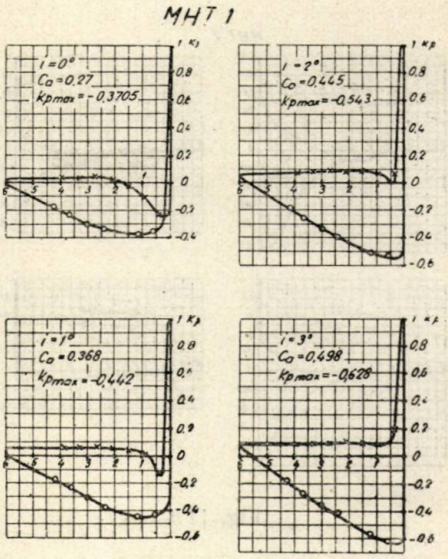


Fig. 10 *b*.

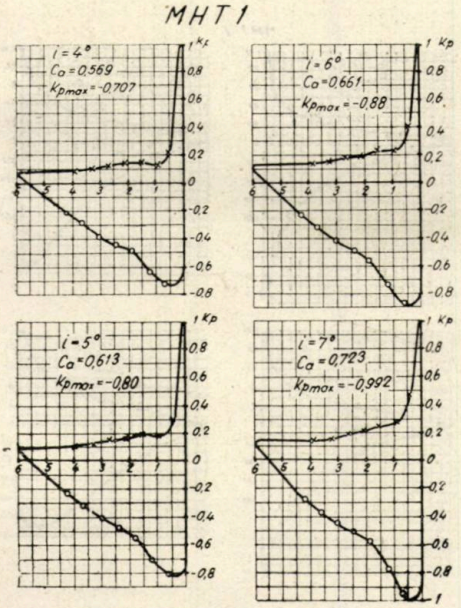


Fig. 10 *c*.

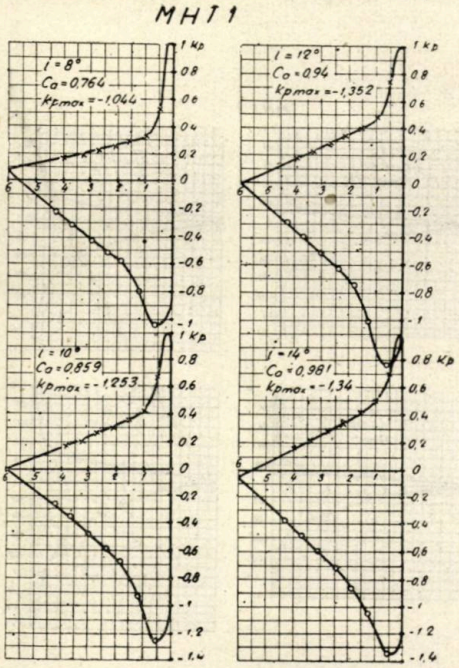


Fig. 10 *d*.

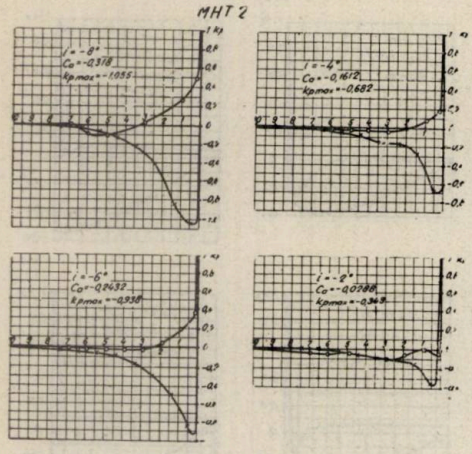


Fig. 11 *a*.

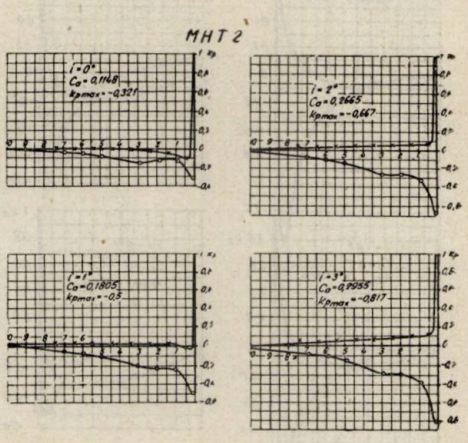


Fig. 11 *b*

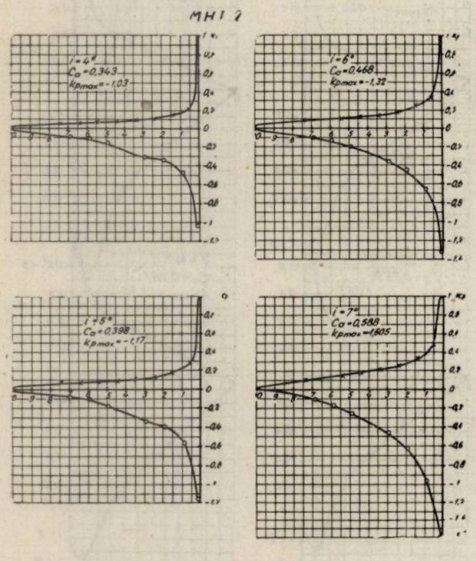


Fig. 11 *c*

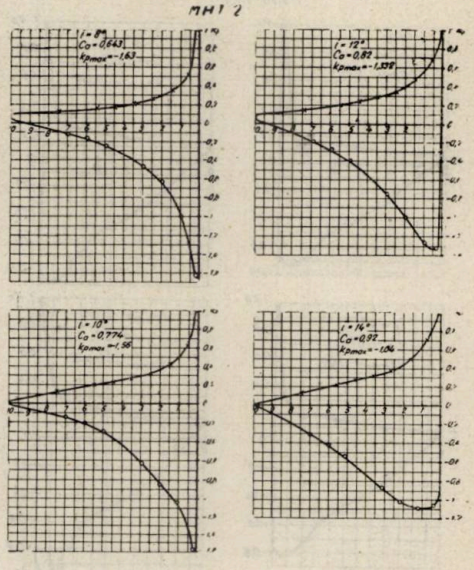


Fig. 11 *d*.

lară, se poate găsi o suprafaţă triunghiulară echivalentă cu baza $l \cdot \cos i$ şi înălţimea proporţională cu depresiunea maximă $\Delta h'$, (sau $K_{p\,max}$). Avînd valoarea

$$\frac{\Delta h'}{\alpha} = \frac{K_{p\,max}}{\alpha} \frac{w_\infty^2}{2g}.$$

De-aici rezultă

$$A = \gamma \frac{\Delta h'}{\alpha} \frac{l}{2} L = \gamma \frac{K_{p\,max}}{\alpha} \frac{w_\infty^2}{2g} \frac{l}{2} L$$

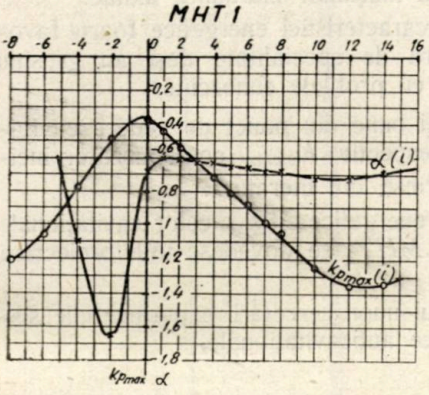


Fig. 12 *a*.

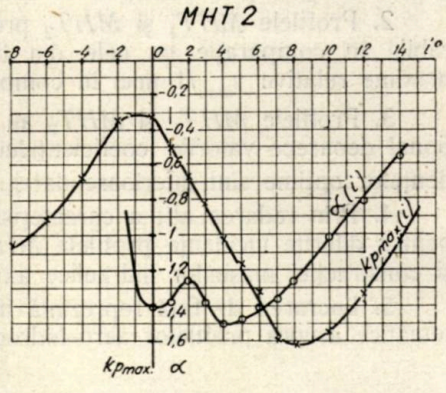


Fig 12 *b*

ţinînd cont de relaţia (6) obţinem:

$$A = \gamma \frac{\Delta h'}{\alpha} \frac{l}{2} L = L \frac{\gamma}{2g} w_\infty^2 \int_0^l K_p dx = C_a \frac{\gamma}{2g} w_\infty^2 Ll$$

de unde:

$$\Delta h' = \frac{1}{g} \alpha C_a w_\infty^2 \tag{7}$$

$$K_{p\,max} = 2\alpha C_a \tag{8}$$

$$K_{p\,max} = KC_a \quad [9]\,[11]$$

iar

$$\alpha = \frac{K_{p\,max}}{2C_a} = \frac{K_{p\,max}}{\dfrac{2\int_0^l K_p dx}{l}}. \tag{9}$$

Cunoaşterea coeficientului $K_{p\,max}$, respectiv α are o importanţă deosebită în proiectarea şi construcţia maşinilor hidraulice axiale deoarece este elementul

principal la stabilirea sarcinii maxime de aspiraţie [9], [11], [12]. Utilizînd rezultatele experimentale obţinute asupra profilelor MHT_1 şi MHT_2 s-au trasat curbele $\alpha = f(i°)$ respectiv $K_{p\,max} = f(i°)$.

CONCLUZII

1. Tunelul aerodinamic din laboratorul de Maşini Hidraulice este corespunzător pentru cercetări experimentale asupra calităţilor energetice şi cavitaţionale ale profilelor necesare în construcţia maşinilor hidraulice axiale.

2. Profilele MHT_1 şi MHT_2 prezintă caracteristici energetice foarte favorabile în comparaţie cu cele din literatura de specialitate deşi au grosimi maxime relative y_{max}/l mici în comparaţie cu profilele cunoscute.

3. Profilele MHT_1 şi MHT_2 au calităţi bune din punct de vedere cavitaţional deoarece valorile coeficientului α, respectiv $K_{p\,max}$ corespunzător incidenţelor optime sînt inferioare datelor restrînse din literatură.

4. Prin redarea atît a caracteristicilor energetice cît şi a celor cavitaţionale pentru diferite incidenţe profilele MHT_1 şi MHT_2 se dovedesc utile proiectării şi construcţiei maşinilor hidraulice axiale.

5. Lucrarea de faţă reprezintă începutul unor cercetări experimentale sistematice asupra profilelor aero-hidrodinamice anticavitaţionale.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Handbuch der Experimental-Physik*, Acad. verlagsges. Leipzig 1932, vol. IV, partea 2.
2. L. Prandtl, *Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen I, II, III, Lieferung*, Verlag von R. Oldenburg. München und Berlin 1927.
3. * * * *Rendiconti Sperimentali del Laboratorio di Aeronautica del regio Instituto superiore di ingegneria di Torino* 1 ed. serie Roma. Instituto poligrafico dello Stato 1934.
4. A. K. Martinov, *Experimentalnaia Aerodinamika*, Moscova 1950.
5. A. Gilles, *Beschreibung des Aerodynamischen Institutes der Technischen Hochschule Aachen und seiner Versuchseinrichtungen. Abhandlungen aus dem Aerodynamischen Institut an der Technischen Hochschule Aachen*, Verlag von Springer Berlin 1930.
6. I. E. Idelcik, *Gidravliceskie Sopotrivlenia*, Gosenergoizdat Moscova, Leningrad 1954
7. V. N. Taliev, *Aerodinamika ventilaţii*, Moscova 1954.
8. Elie Carafoli, *Aerodinamica*, Ed. Tehnică 1951.
9. A. Tenot, *Turbines Hydrauliques et regulateurs automatiques de vitesse*, vol. III Ed. Eyrolles Paris 1935.
10. A. Tenot, *Lecons de Mecanique Physique des Fluides*, Ed. Dunod Paris 1938.
11. A. Bărglăzan, Fenomenul de cavitaţie la maşinile hidraulice, Studii şi Cercetări ştiinţifice, Academia R.P.R. Baza Timişoara, Anul I. (1953), nr. 1—4.
12. C. Pfleiderer, *Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase*, Ed. Springer. Berlin 1949.

RECHERCHES SUR QUELQUES PROFILS AÉRODYNAMIQUES POUR LA CONSTRUCTION DES MACHINES HYDRAULIQUES. STATION EXPÉRIMENTALE

(RÉSUMÉ)

Dans le présent travail, on fait d'abord une brève présentation d'une soufflerie pour l'étude des profils aérodynamiques, dont le projet a été élaboré et réalisé par le colectif du Laboratoire de machines hydrauliques de l'Institut polytechnique de Timishoara.

On présente ensuite les caractéristiques de deux nouveaux profils MHT_1 et MHT_2.

Les mesurages prouvent que ces profils sont indiqués pour la construction des machines hydrauliques axiales, autant par la forme des courbes caractéristiques que par leurs qualités anticavitationnelles.

ИССЛЕДОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ ДЛЯ КОНСТРУКЦИИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАШИН. ИСПЫТАТЕЛЬНАЯ СТАНЦИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе, после краткого описания аэродинамического тунеля спроектированного коллективом Лаборатории Гидравлических Машин Политехнического Института в Тимишоаре для изучения аэродинамических профилей, даются характеристики двух новых профилей MHT_1 и MHT_2.

Измерения указывают что эти профили можно рекомендовать для конструкции осевых гидравлических машин, благодаря форме кривых ихних характеристик и противокавитационным свойствам.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

VERIFICAREA LEGILOR DE SIMILITUDINE LA VENTILATOARELE AXIALE

DE

ANTON IOAN, ANTON VIORICA, PREDA IOSIF şi POPOVICI MIRCEA

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

In domeniul ventilatoarelor cercetările experimentale se rezumau în general la verificarea datelor de proiectare fără a se face un studiu teoretic şi experimental asupra funcţionării lor. Dacă aceste măsurători corespundeau necesităţilor de exploatare de pînă acum, la ora actuală, cînd ventilatoarele se utilizează pe o scară mult mai largă, în siderurgie, la linii de ciment, transport pneumatic, în aerajul minier şi alte condiţionări, etc. studiul teoretic şi experimental sistematizat devine o strictă necesitate.

Cercetările se orientează spre două direcţii principale: una pentru obţinerea unor condiţii de funcţionare optime (randamente cît mai bune) alta pentru înlăturarea zgomotelor emise în mod obişnuit, atunci cînd sînt defectuos construite. Aceste zgomote au efect dăunător asupra capacităţii de muncă a celor din jur.

Pentru cercetarea acestor probleme s-au realizat staţiuni experimentale, dotate cu aparatura corespunzătoare.

In Laboratorul de Maşini Hidraulice a Institutului Politehnic din Timişoara s-a studiat, proiectat şi realizat o astfel de staţiune (fig. 1) la care se pot studia şi încerca ventilatoare pînă la

$$Q_{max} = 200\,000 \text{ m}^2/\text{oră}; \quad \Delta p = 1\,000 \text{ mm} \cdot \text{c} \cdot \text{apă}.$$

In principiu construcţia acestei staţiuni se bazează pe refularea aerului într-o cameră de dimensiuni mari unde se face egalizarea presiunilor şi care este prevăzută cu orificii circulare profilate, de diferite mărimi, pentru măsurarea debitului. Totodată aceste orificii permit variaţia secţiunii echivalente, deci modificarea caracteristicii exterioare la care este racordat ventilatorul.

Staţiunea experimentală se compune din următoarele părţi:

1. O cameră cu un volum de 40 m^3.
2. Orificiile profilate (diuze) pentru măsurarea debitului şi varierea caracteristicii exterioare.

3. Bateria de piezometre pentru măsurarea presiunii.
4. Conducte de racord pentru diferite ventilatoare.
5. Aparatura anexă.

Camera este construită din plăci de panel fixate pe un schelet din lemn şi este perfect etanşă. Deformarea pereţilor sub acţiunea presiunii inte-

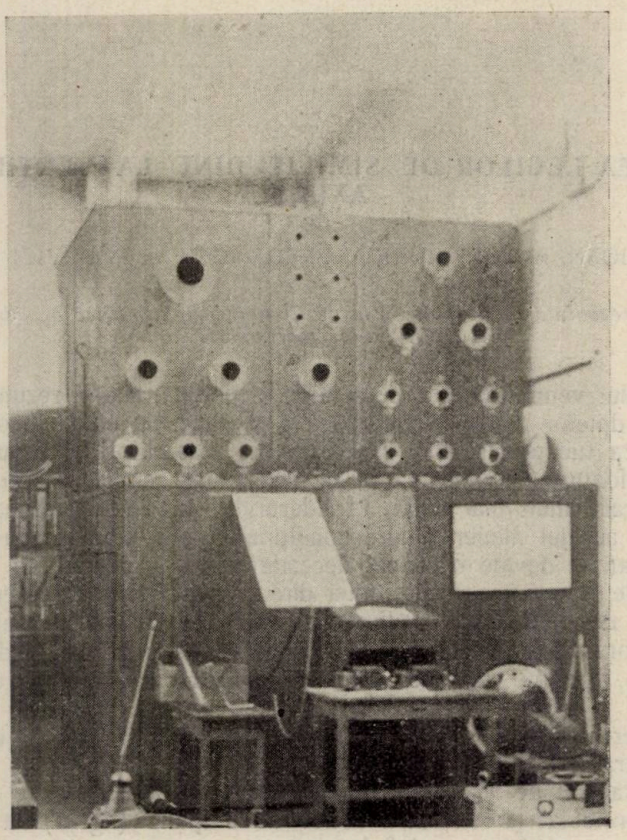


Fig. 1.

rioare este împiedicată de un sistem de tiranţi metalici interiori care preiau eforturile (fig. 2).

Cele 22 de orificii profilate au fost executate din tablă prin ambutisare şi au forma din fig. 3 cu diametrii (d=60, 80, 100, 120, 140, 200 mm). Ele au fost etalonate cu ajutorul unui anemometru tip G. Rosenmüller nr. 48 016. Coeficientul de viteză φ determinat astfel nu variază practic cu viteza în domeniul în care am lucrat după cum se poate vedea din curbele de etalonare din fig. 3 şi are valori cuprinse între 0,87—0,94. Coeficientul de contracţie se

poate considera egal cu unu, datorită formei profilate a orificiului, astfel încît coeficientul de debit devine egal cu cel de viteză.

Presiunea se măsoară cu ajutorul a 10 sonde piezometrice aplicate perpendicular pe perete în 10 puncte diferite şi este înregistrată de un piezometru multiplu cu apă, înclinat. Unghiul de înclinare se măsoară cu un goniometru de precizie.

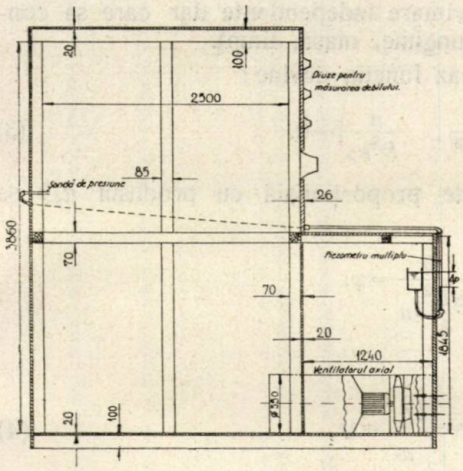


Fig. 2.

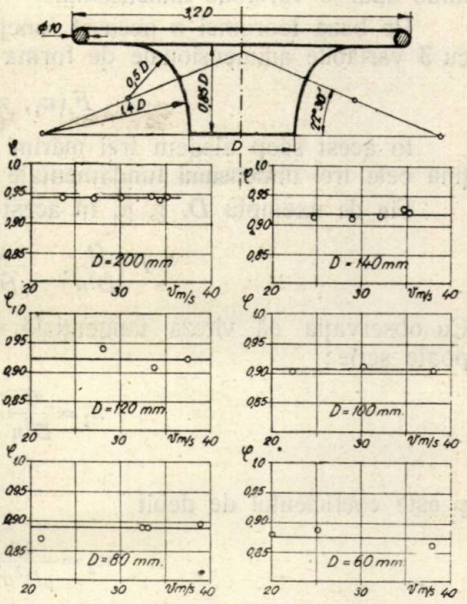


Fig. 3.

Conductele de racord pentru diferite ventilatoare sînt perfect etanşe, legătura lor este elastică.

Problema urmărită în lucrarea de faţă este verificarea legilor de similitudine la ventilatoarele axiale.

Criteriile de similitudine la ventilatoare se pot determina cu ajutorul teoremei π, cunoscînd bineînţeles de la început mărimile esenţiale care caracterizează fenomenul de mişcare în acest domeniu.

Pe baza datelor teoretice cunoscute precum şi a observaţiilor din laborator, considerăm următoarele mărimi esenţiale:

1. Debitul ventilatorului Q.
2. Diferenţa de presiune Δp.
3. Turaţia ventilatorului n.
4. Diametrul de la ieşire din rotor D.
5. Masa specifică a fluidului ρ.
6. Coeficientul dinamic de vîscozitate a fluidului μ.

Primele trei sînt caracteristici de proiectare ale maşinei, diametrul determină dimensiunile liniare, iar ultimele două mărimi reprezintă proprietăţile fizice ale fluidului.

Fenomenul de mişcare se poate exprima matematic printr-o relaţie de forma

$$f(Q,\ \Delta p,\ n,\ D,\ \rho,\ \mu)=0 \tag{1}$$

unde apar 6 variabile dimensionale.

Pe baza teoremei π această funcţie se poate transforma într-o funcţie F cu 3 variabile adimensionale de forma

$$F(\pi_1,\ \pi_2,\ \pi_3)=0. \tag{2}$$

In acest scop alegem trei mărimi primare independente dar care să conţină cele trei dimensiuni fundamentale (lungime, masă, timp).

Fie de exemplu D, ρ, μ. In acest caz funcţia devine:

$$F\left(\frac{Q}{D^3 n},\ \frac{\Delta p}{\rho D^2 n^2},\ \frac{\mu}{D^2 n \rho}\right)=0. \tag{3}$$

Cu observaţia că viteza tangenţială este proporţională cu produsul nD se poate scrie:

$$\pi_1=\frac{Q}{D^3 n}=\frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}\cdot u}=\varphi.$$

φ este coeficientul de debit

$$\pi_2=\frac{\Delta p}{\rho D^2 n^2}=\frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2}u^2}=\psi \tag{4}$$

ψ este coeficientul de sarcină

$$\pi_3=\frac{\frac{\mu}{\rho}}{D\cdot n}=\frac{\nu}{u\cdot D}=\frac{1}{\mathrm{Re}}$$

Re este numărul lui Reynolds.

Relaţiile $\pi_1=\mathrm{ct}$; $\pi_2=\mathrm{ct}$; $\pi_3=\mathrm{ct}$ reprezintă criterii de similitudine în studiul ventilatoarelor. Deci pentru a avea fenomene asemenea, cele 3 mărimi adimensionale trebuie să fie aceleaşi pentru două ventilatoare geometric asemenea, sau pentru acelaşi ventilator ce funcţionează la turaţii diferite.

Practic lucrurile se prezintă puţin diferit. Se ştie că pentru a avea similitudine dinamică trebuie să existe întîi similitudine geometrică şi cinematică, adică

$$\frac{L}{l}=\lambda=\mathrm{ct},\quad \frac{T}{t}=\tau=\mathrm{ct};\quad \frac{F}{f}=\Phi=\mathrm{ct}.$$

Pentru a putea alege arbitrar cel puţin una din cele trei scări (λ, τ, Φ) trebuie să avem cel mult două relaţii de legătură dintre ele.

Ori noi am obţinut trei relaţii (4), deci un sistem de trei ecuaţii cu trei variabile independente care admite o soluţie unică. In acest caz, pentru a studia două fenomene asemenea fie că sîntem obligaţi să lucrăm cu fluide diferite fie că vom lucra la scara maşinei mari. Nici una din aceste soluţii

nefiind convenabilă sîntem obligaţi să renunţăm la una din relaţiile (4). Vom renunţa la $\pi_3 = ct$ motivînd prin aceea că suprafeţele ce vin în contact cu fluidul unde apare frecare sînt relativ scurte. Dealtfel pierderile hidraulice reprezintă o foarte mică parte din puterea totală a ventilatorului.

Cu aceste precizări funcţia (3) devine

$$F^1(\pi_1 \pi_2) = 0 \tag{5}$$

sau

$$\pi_1 = F''(\pi_2)$$

adică

$$\frac{Q}{D^2 n} = F'' \frac{\Delta p}{\rho D^2 n^2}$$

ceea ce exprimă relaţia de legătură dintre Q şi Δp pentru D_1, n şi ρ consideraţe constante.

$$Q = D^2 n F'' \left(\frac{\Delta p}{\rho D^2 n^2}\right) \tag{6}$$

$$\varphi = F''(\psi). \tag{6a}$$

Această relaţie se poate stabili experimental pentru o turaţie dată. Plecînd de la această curbă denumită curbă de sarcină, sau caracteristică interioară şi folosind criteriile de similitudine stabilite $\pi_1 = ct$, $\pi_2 = ct$, ne putem da seama de comportarea aceluiaşi ventilator la turaţii diferite sau de comportarea unui alt ventilator geometric asemenea, la aceeaşi turaţie.

Intr-adevăr din $\pi_1 = \frac{Q}{D^3 n}$ şi $\pi_2 = \frac{\Delta p}{D^2 n^2 \rho}$ vedem că la un ventilator dat (D=const.) debitul variază proporţional cu turaţia şi Δp cu patratul turaţiei:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}; \quad \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2. \tag{7}$$

De asemenea, în cazul a două ventilatoare geometric asemenea, la o turaţie dată, debitul variază cu D^3 şi sarcina cu D^2

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3; \quad \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2. \tag{8}$$

Inainte de a trece la verificarea acestor criterii de similitudine trebuie să remarcăm că turaţia specifică n_s cunoscută ca un criteriu de clasificare în domeniul maşinilor hidraulice rezultă din π_1 şi π_2. Astfel:

$$n_s = \frac{\pi_1^{1/2}}{\pi_2^{3/4}} = \frac{Q^{1/2}}{\left(\frac{\Delta p}{\rho}\right)^{3/4}} \cdot n.$$

Verificarea acestor criterii de similitudine s-a făcut în baza rezultatelor obţinute prin cercetări experimentale asupra ventilatorului axial de mină VM_2 construit de Electromotor Timişoara.

In acest scop ventilatorul a fost racordat la staţiunea descrisă mai sus şi s-au trasat curbele caracteristice de sarcină $Q=f(\Delta p)$ la diferite turaţii, prin determinarea următorilor parametrii.

Δp_{tot} presiunea totală în mm c apă măsurată cu bateria de piezometre, eroarea maximă relativă fiind $\varepsilon_{max}=1\%$.

Q = debitul în m³/sec. măsurat cu orificiile profilate.

$$Q=\sum \varphi_i S_i \sqrt{2gh\frac{\gamma_{apă}}{\gamma_{aer}}}.$$

unde:

i = nr. de ordine al orificiului;
S_i = secţiunea;
φ_i = coeficientul de debit;
h = denivelarea medie la bateria de piezometre;
$\gamma_{apă}$ = greutatea specifică a lichidului din piezometru (apă colorată);
γ_{aer} = greutatea specifică a aerului.

Eroarea maximă $\varepsilon_{max}=0{,}5\%$.

Puterea absorbită de motorul de antrenare, care este montat în interiorul butucului ventilatorului, s-a determinat pe cale electrică prin metoda celor două wattmetre.

$$P=C_1N_1+C_2N_2$$

unde

C = constanta aparatului
N = numărul de diviziuni.

Eroarea maximă $\varepsilon_{max}=0{,}5\%$.

Turaţia s-a determinat cu ajutorul unui Stroboscop de tip Kern-Arrau şi simultan cu o stroboramă Oristrob. Eroarea maximă $\varepsilon_{maxim}=0{,}9\%$.

Variaţia turaţiei s-a obţinut prin alimentarea motorului electric la diferite tensiuni cu un autotransformator.

In tot timpul măsurătorilor s-au urmărit variaţiile presiunii, temperaturii şi umidităţii mediului ambiant.

Observăm de asemenea că ventilatorul a fost încercat, în ambele sensuri ale curentului, datorită faptului că în exploatările miniere se iveşte de multe ori necesitatea inversării curentului [5].

Rezultatele măsurătorilor sînt concretizate în diagramele din fig. 4 (funcţionare normală) şi fig. 5 (funcţionare inversată a curentului de aer).

Curbele pline cu puncte marcate reprezintă curbele obţinute prin măsurători la turaţiile: $n=2\,475$, 2 400, 1 900, 1 070 rot/min la funcţionare normală şi $n=2\,515$, 2 330, şi 1 400 rot/min la funcţionare inversată.

Curbele întrerupte reprezintă curbele obţinute cu ajutorul relaţiilor (7) din curba $Q=f(p)$ măsurată pentru turaţia $n=2\,400$ rot/min.

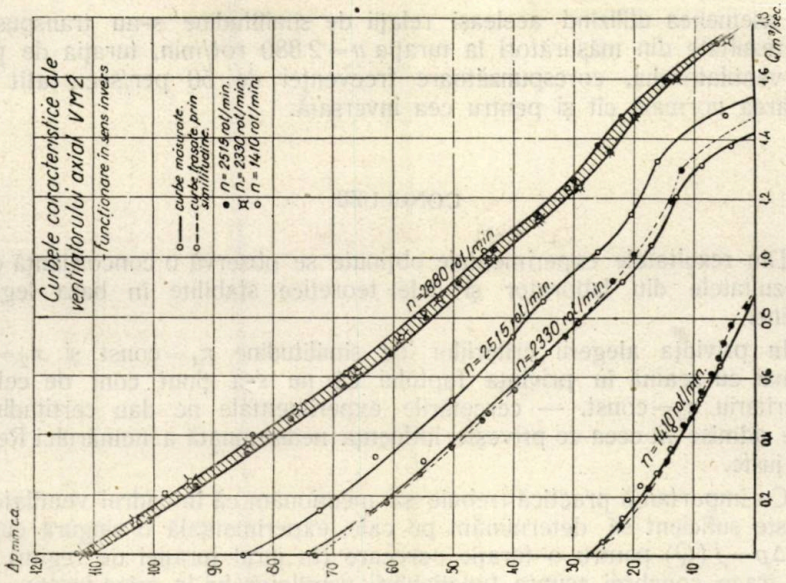

Curbele caracteristice ale ventilatorului axial VM2
-funcționare în sens invers-
curbe măsurate
curbe trasate prin similitudine
n = 2515 rot/min.
n = 2330 rot/min.
n = 1410 rot/min.
n=2880 rot/min
n=2515 rot/min
n=2330 rot/min
n=1410 rot/min
Δp mm CA
Q m³/sec.

Fig. 5.

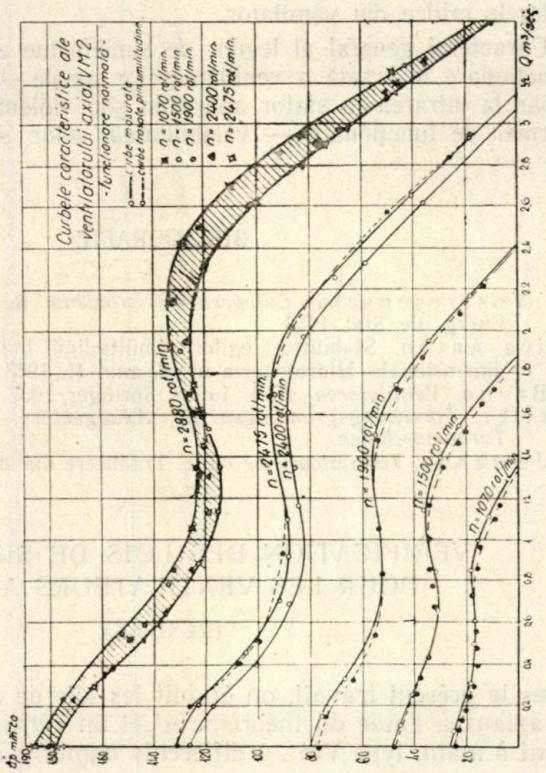

Curbele caracteristice ale ventilatorului axial VM2
-funcționare normală-
curbe măsurate
curbe trasate prin similitudine
n = 1070 rot/min.
n = 1500 rot/min.
n = 1900 rot/min.
n = 2400 rot/min.
n = 2475 rot/min.
n=2880 rot/min
n=2475 rot/min
n=2400 rot/min
n=1900 rot/min
n=1500 rot/min
n=1070 rot/min
Δp mm CA
Q m³/sec.

Fig. 4.

De asemenea utilizînd aceleaşi relaţii de similitudine s-au transpus toate curbele rezultate din măsurători la turaţia $n=2\,880$ rot/min, turaţia de proiectare a ventilatorului, corespunzătoare frecvenţei de 50 per/sec., atît pentru funcţionarea normală cît şi pentru cea inversată.

CONCLUZII

1. Din rezultatele experimentale obţinute se observă o concordanţă deplină între rezultatele din laborator şi cele teoretice stabilite în baza legilor de similitudine.

2. In privinţa alegerii criteriilor de similitudine $\pi_1=\text{const}$ şi $\pi_2=\text{const.}$ — cît mai cu seamă în privinţa faptului că nu s-a ţinut cont de cel de al treilea criteriu $\pi_3=\text{const.}$ — cercetările experimentale ne dau certitudinea că ipotezele admise în ceea ce priveşte influenţa neînsemnată a numărului Reynolds au fost juste.

3. Ca importanţă practică trebuie să menţionăm că în cadrul ventilatoarelor axiale este suficient să determinăm pe cale experimentală o singură curbă de sarcină $\Delta p=f(Q)$ pentru o turaţie oarecare (în jurul turaţiei de regim) pentru a putea trage concluzii asupra funcţionării ventilatorului la orice turaţie. Se vor evita vitezele critice din ventilator.

4. Caracterul general al legilor de similitudine este verificat prin faptul că şi la funcţionare inversată a ventilatoarelor axiale — unde profilele lucrează cu spatele iar la intrarea în stator apare un şoc violent şi modifică esenţial regimul normal de funcţionare — valabilitatea celor spuse la punctele 1—3 se menţine.

BIBLIOGRAFIE

1. C. R. Voscresenschi, *Culegere de probleme de transmiterea căldurii*, Edit. Energ. de Stat 1953.
2. Viorica Anton, Stabilirea legilor similitudinii hidrodinamice pe baza analizei dimensionale, Hidrotehnica nr. 6, anul II, 1953.
3. Eck Bruno, *Ventilatoren*, Edit. Iulius Springer 1937.
4. C. Keller, *Forschungsgrundlagen für Axialgeblase. Escher Wiss Forschung an Turbomaschinen.*
5. S. M. Jumahov, *Ventilatoare de mină*. Traducere din limba rusă, Edit. Tehnică 1953.

VÉRIFICATION DES LOIS DE SIMILITUDE POUR LES VENTILATEURS AXIAUX

(RÉSUMÉ)

Dans le présent travail, on établit les lois de similitude pour les ventilateurs axiaux à l'aide du théorème π- et on vérifie ces lois sur un ventilateur axial à main, type VM_2, à différents nombres de tours.

Les résultats expérimentaux concordent avec les résultats théoriques autant au fonctionnement normal qu'au fonctionnement inversé.

On présente aussi la station pour l'essai des ventilateurs du Laboratoire de machines hydrauliques de l'Institut polytechnique de Timishoara.

ПРОВЕРКА ЗАКОНА ПОДОБИЯ ОСЕВЫХ ВЕНТИЛЯТОРОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Проверка закона подобия осевых вентиляторов, — законов установленных в работе при помощи теоремы π производится на ручном осевом вентиляторе типа VM_2, который был испытан на различном числе оборотов. Опытные данные соответствуют с теоретическими при работе вентилятора в нормальном положении и в случае обратной работы.

Кроме того в работе описывается установка для испытания вентиляторов в лаборатории гидравлических машин Политехнического Института в Тимишоаре.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

SIMILITUDINEA DE CAVITAŢIE LA POMPELE CENTRIFUGALE

DE

ANTON IOAN

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Metoda încercărilor pe modele se utilizează frecvent la studiul maşinilor hidraulice de toate tipurile. Pe baza rezultatelor obţinute în laborator se pot trage concluzii asupra funcţionării maşinii mari, utilizînd legile de similitudine.

Pentru a cunoaşte comportarea maşinilor hidraulice din punct de vedere al cavitaţiei sînt necesare de asemenea încercări speciale de laborator asupra unor machete.

Criteriul de similitudine în acest caz este considerat coeficientul de cavitaţie σ.

Desigur că şi în acest caz se respectă similitudinea geometrică în construcţia machetei şi cea cinematică la transpunerea rezultatelor de laborator la maşina reală.

Pentru a vedea care este stadiul actual al problemei citez mai jos din cîţiva autori care s-au ocupat de ea:

N. M. Sciapov [1]: „La încercarea machetelor se ia ca valoare a coeficientului σ valoarea sa critică σ_{crit} adică valoarea la care începe cavitaţia. Pentru siguranţa funcţionării turbinei, trebuie să se ţină seama de posibilitatea unei erori în determinarea lui σ_{crit} şi de *posibilitatea neidentităţii* dintre proprietăţile turbinei reale şi cele ale machetei. In acest scop se introduce în calcul coeficientul „practic" de cavitaţie σ_{pr} mai mare decît cel critic, de pildă: $\sigma_{pr} = 1{,}05\sigma_{crit}$ ..."

H. Föttinger [2]: „... $\sigma = \dfrac{H_a - H_s}{\dfrac{u^2}{2g}}$ = const. pentru model şi original ..."

Acest raport adimensional se stabileşte numai în baza ecuaţiei de presiune pentru rotor şi în baza consideraţiilor de similitudine, independent de orice accepţiune specială sau limitativă asupra curentului ..."

A. Tenot [3]: „Pentru a studia condiţiile de similitudine de cavitaţie se impune ca:

1°. Să nu ajungem la cavitaţie accentuată.

2°. Să rămînem în condiţiile similitudinii geometrice, deci aceiaşi coeficienţi de viteză şi acelaşi σ_{crit}...

$\sigma_{1\,crit}=\sigma_{2\,crit}$ pentru două turbine geometric asemenea..."

C. Pfleiderer [4]: „...Se poate în cazul similitudinii geometrice a tuturor formelor de canale, puse la numitor sarcina H, $\sigma=\frac{\Delta h}{H}$. Aici se neglijează însă influenţa frecării deci a numărului Reynolds şi diferenţa inevitabilă a rugozităţii relative dintre modele.

Corect este... $\sigma_1=\frac{\Delta h}{H}(1-\xi)\eta_h$; $\sigma_1=\sigma\cdot\eta_h^{\gamma}$. Mărimea σ_1 devine dependentă de forma canalelor deci de n_s şi independentă de turaţie, dimensiuni şi natura fluidului".

A. T. Stepanoff [5]: Pentru aceeaşi pompă la diferite turaţii, sau pentru pompe asemenea ce funcţionează la regimuri asemenea cinematic (aceiaşi n_s) toate vitezele variază cu $\sqrt{H}$ şi de aici

$$\sigma=\frac{\Delta h}{H}=C.$$

Această relaţie este baza încercărilor de cavitaţie pe modele.

Din cele de mai sus rezultă că părerile în privinţa acestei probleme sînt diferite iar tratarea ei nu e unitară. In lucrarea de faţă se încearcă o clarificare a acesteia, stabilind o relaţie care să permită calculul coeficientului de cavitaţie σ_r al maşinii reale cunoscînd coeficientul σ_m al machetei în baza cercetărilor experimentale.

In ipoteza separării elementelor interioare caracteristice pompei şi curentului din ea, de cele exterioare caracteristice circuitului de la aspiraţie, s-a stabilit într-o lucrare anterioară [6] că:

$$\sigma_i=C_1\frac{n_0^{4/3}}{k^{2/3}}[(1+k_p)\operatorname{tg}^{4/3}\beta_0+(k_p-k_u)\operatorname{tg}^{-2/3}\beta_0]+\frac{aD_s}{H}+\frac{h_{p0M}}{H}. \tag{1}$$

$$\sigma_i=0{,}0344^2\cdot\frac{n_0^{4/3}}{k^{2/3}}[(1+k_p)\operatorname{tg}^2\beta_0+k_p-k_u]\operatorname{tg}^{-2/3}\beta_0+\frac{aD_s}{H}+\frac{h_{p0M}}{H}. \tag{1 a}$$

Considerînd $v_{0u}=0$. Pentru $v_{0u}\neq 0$ avem

$$\sigma_i=0{,}0344^2\frac{n_0^{4/3}}{k_p^{2/3}}(1-\varphi_0)^{4/3}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}^{2/3}\beta_0}\left[k_p+\frac{\varphi_0^2-k_u}{(1-\varphi_0)^2}+(1+k_p)\operatorname{tg}^2\beta_0\right]+\frac{aD_s}{H}+\frac{h_{p0M}}{H}. \tag{2}$$

Considerînd două pompe asemenea geometric și dacă afectăm mărimilor mașinii reale indicile r iar modelului m obținem:

$$\sigma_{ir}-\sigma_{im}=\left(\frac{h_{p0M}}{H}\right)_r+\left(\frac{aD_s}{H}\right)_r-\left(\frac{h_{p0M}}{H}\right)_m-\left(\frac{aD_s}{H}\right)_m \tag{3}$$

$$\sigma_{ir}-\sigma_{im}=\left(\frac{h_{p0M}}{H}\right)_r-\left(\frac{h_{p0M}}{H}\right)_m+\left(\frac{aD_s}{H}\right)_r-\left(\frac{aD_s}{H}\right)_m \tag{3a}$$

$$\sigma_{ir}-\sigma_{im}=\left(\frac{h_{p0M}}{H}\right)_m\left[\frac{\left(\frac{h_{p0M}}{H}\right)_r}{\left(\frac{h_{p0M}}{H}\right)_m}-1\right]+\left(\frac{aD_s}{H}\right)_m\left[\frac{\left(\frac{aD_s}{H}\right)_r}{\left(\frac{aD_s}{H}\right)_m}-1\right] \tag{4}$$

unde h_{p0M} — pierderile de sarcină de la intrare în rotor pînă în punctul unde apare presiunea minimă pe paletă;

aD_s — distanța pe verticală de la axa mașinii pînă în punctul unde apare presiunea minimă.

Pierderile de sarcină se compun din:

1. h_{p0M_1} — pierderi de sarcină din cauza întoarcerii curentului de la direcția axială la cea radială.

2. h_{p0M_2} — pierderi de sarcină din cauza devierii liniilor de curent în jurul profilului paletei.

3. h_{p0M_3} — pierderi de sarcină din cauza frecării apei cu peretele și a particolelor de apă între ele.

Pierderile h_{p0M_1} și h_{p0M_2} sînt cauzate de modificări locale ale mașinei sau direcției vitezii apei și au caracterul unor pierderi locale. Valoarea acestor pierderi este direct proporțională cu pătratul vitezei, iar coeficienții ξ_1 și ξ_2 nu depind de dimensiunile turbinei.

Pierderile h_{p0M_3} depind de numărul Reynolds și ele împreună cu aD_s fac să apară diferențe între coeficienții σ_{ir} și σ_{im}.

In acest caz relația (4) devine

$$\sigma_{ir}-\sigma_{im}=\left(\frac{h_{p0M_3}}{H}\right)_m\left[\frac{\left(\frac{h_{p0M_3}}{H}\right)_r}{\left(\frac{h_{p0M_3}}{H}\right)_m}-1\right]+\frac{aD_s}{H}\left[\frac{\left(\frac{aD_s}{H}\right)_r}{\left(\frac{aD_s}{H}\right)_m}-1\right] \tag{5}$$

Pierderile prin frecare $h_{p0M_3}=\frac{L\cdot v^2}{C^2R}$ unde

L = lungimea acelei porțiuni a curentului pentru care se ia pierderea de presiune.
R = raza hidraulică.
C = coeficient ce depinde de raza hidraulică.

Dacă $h_{p0M_3} = \frac{aLv^n}{R^p}$ unde

a— este coeficient ce depinde numai de rugozitatea pereţilor, atunci pierderea relativă de sarcină prin frecare este

$$\rho = \frac{h_{p0M_3}}{H} = \frac{aLv^n}{HR^p}$$

iar

$$\frac{\rho_r}{\rho_m} = \frac{\left(\frac{aLv^n}{HR^p}\right)_r}{\left(\frac{aLv^n}{HR^p}\right)_m} = \frac{L_r}{L_m} \cdot \left(\frac{v_r}{v_m}\right)^n \cdot \left(\frac{R_m}{R_r}\right)^p \cdot \frac{H_m}{H_r}$$

$$\frac{\rho_x}{\rho_m} = \left(\frac{D_m}{D_r}\right)^{p-1} \cdot \left(\frac{H_m}{H_r}\right)^{1-\frac{n}{2}} \cdot$$

Valorile p şi n pot fi socotite în baza experienţei [7] ca egale cu $p=1{,}25$ $n=1{,}9$, iar

$$\frac{\rho_r}{\rho_m} = \left(\frac{D_m}{D_r}\right)^{1/4} \left(\frac{H_m}{H_r}\right)^{1/20} \cdot$$

In acest caz relaţia (5) devine:

$$\sigma_{ir} - \sigma_{im} = \left(\frac{h_{p0M_3}}{H}\right)_m \cdot \left[\left(\frac{D_m}{D_r}\right)^{1/4} \cdot \left(\frac{H_m}{H_r}\right)^{1/20} - 1\right] + \left(\frac{aD_s}{H}\right)_m \left[\frac{D_r}{D_m} \cdot \frac{H_m}{H_r} - 1\right]. \quad (6)$$

Considerînd că pierderile hidraulice h_{p0M_3} reprezintă o cotă aparte din pierderile hidraulice totale din pompă, se poate scrie:

$$\frac{h_{p0M_3}}{H} = 1 - \eta_h^{\alpha} \qquad \alpha \cong 0{,}2 - 0{,}3$$

$$\sigma_{ir} - \sigma_{im} = (1 - \eta_{hm}^{\alpha}) \left[\left(\frac{D_m}{D_r}\right)^{1/4} \cdot \left(\frac{H_m}{H_r}\right)^{1/20} - 1\right] + \left(\frac{aD_s}{H}\right)_m \left[\frac{D_r}{D_m} \cdot \frac{H_m}{H_r} - 1\right]. \quad (7)$$

Considerînd că raportul de asemănare este $\lambda = \frac{D_r}{D_m}$ obţinem:

$$\sigma_{ir} - \sigma_{im} = (1 - \eta_{hm}^{\alpha}) \left[\frac{1}{\lambda^{1/4}} \cdot \left(\frac{H_m}{H_r}\right)^{1/20} - 1\right] + \left(\frac{aD_s}{H}\right)_m \left[\lambda \frac{H_m}{H_r} - 1\right]. \quad (8)$$

Relaţia (8) exprimă legătura dintre coeficientul de cavitaţie interior σ_{ir} al pompei reale şi cel al machetei σ_{im} în regim fără cavitaţie sau ia momentul începerii evaporării apei, deci înainte de apariţia cavitaţiei accentuate.

Această relaţie ţine seama de diferenţele cari apar între mărimile machetei şi cele corespunzătoare maşinii reale, deoarece pentru două regimuri de funcţionare asemenea $Re_r \neq Re_m$ (Re fiind numărul lui Reynolds).

BIBLIOGRAFIE

1. M. M. Sciapov, *Alegerea turbinelor hidraulice pentru centralele hidroelectrice.* Trad. din l. rusă. Ed. Energetică de Stat, 1953.
2. H. Föttinger, Untersuchungen über kavitation und korosion bei Turbinen. Turbopumpen und Propellern. Hydraulische Probleme. V.D.T.-Verlag, G.M.B.M. Berlin S W 19. 1926.
3. A. Tenot, *Turbines hydrauliques et regulateurs automatiques de vitesse.* Ed. L. Eyrolles, 1935.
4. C. Pfleiderer, *Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase.* Springer-Verlag, Berlin (Göttingen), Heidelberg 1949.
5. A. T. Stepanoff, *Centrifugal and Axial Flow Pumps.* New-York. Wiley E sons, Inc.
6. I. Anton, Determinarea coeficientului critic interior de cavitaţie. Studii şi cercetări ştiinţifice. Acad. R.P.R. Baza Timişoara. Tom. nr. 3—4 1957.
7. A. A. Morozov, *Utilizarea energiei apelor.* Trad. l. rusă. Ed. Tehnică, Bucureşti, 1952.

LA SIMILITUDE DE CAVITATION DANS LES POMPES CENTRIFUGES

(RÉSUMÉ)

Les maquettes des machines hydrauliques, qui servent aux essais spéciaux de cavitation, sont géométriquement similaires à la machine réelle.

Pour ces machines, les nombres Re diffèrent pour deux régimes de fonctionnement similaires. Il en résulte qu'au calcul des caractéristiques de cavitation de la machine réelle s'impose une correction. Dans ce travail, on établit une relation qui permet le calcul du coefficient de cavitation σ_{ir} si on connait expérimentalement le σ_{im} de la maquette.

КАВИТАЦИОННОЕ ПОДОБИЕ У ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАСОСОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Макеты гидравлических машин, служащие для специальных испытаний на кавитацию, являются геометрически подобными реальной машине.

Для этих машин числа Райнольдса различны для двух подобных режимов работы. Поэтому при расчете кавитационных характеристик реальной машины требуется поправка.

В настоящей работе устанавливается соотношение которое дает возможность вычислить кавитационный коэффициент σ_{ir} задаваясь опытным значением σ_{im} макеты.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢIE LA PROBLEMA DETERMINĂRII PE CALE GRAFICĂ A EFORTURILOR UNITARE PRINCIPALE ŞI A DIRECŢIILOR PRINCIPALE LA STAREA GENERALĂ DE TENSIUNE TRIAXIALĂ

DE

HAJDU IOSIF şi GHEORGHIU OCTAVIAN

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

INTRODUCERE

Din teoria elasticităţii se ştie că direcţia şi mărimea efortului unitar, aferent unui element de arie din interiorul unui corp solicitat, depinde de poziţia şi orientarea ariei elementare.

Starea de tensiune într-un punct dat dintr-un corp solicitat se consideră triaxială, dacă oricare ar fi orientarea elementului de arie ce trece prin acest punct, efortul unitar aferent elementului respectiv este diferit de zero.

In acest caz pe toate cele şase feţete ale unui element de volum infinit mic de forma paralelipipedică, izolat din jurul punctului respectiv, vor acţiona eforturi unitare de mărime şi direcţii diferite.

Fie σ_x, τ_{xy}, τ_{xz}; $\tau_{yx}(=\tau_{xy})$, σ_y, τ_{yz}; $\tau_{zx}(=\tau_{xz})$, $\tau_{zy}(=\tau_{yz})$, σ_z componentele efortului unitar după direcţia axelor de coordonate $Oxyz$ din trei feţete ortogonale ale paralelipipedului considerat, avînd normalele feţetelor paralele cu axele de coordonate (fig. 1 *a*). Cele nouă componente — din care numai şase sînt distincte — definesc complet starea de tensiune a punctului considerat.

O problemă de bază din studiul stării de tensiune, o constituie: a) determinarea eforturilor unitare principale şi b) determinarea direcţiilor principale.

Notă. Prezenta lucrare a fost inspirată de o problemă propusă de Tov. Prof. Dr. Ing. St. Nădăşan în anul 1955 privind utilizarea cercurilor lui Mohr în studiul stării de tensiune triaxială. Autorii îşi exprimă şi pe această cale mulţumirile lor pentru îndrumările primite.

La starea de tensiune liniară şi plană această problemă se rezolvă uşor atît analitic cît şi grafic. Dintre metodele grafice cea mai utilizată este metoda cercurilor eforturilor unitare, dată de Mohr.

In cazul general al stării de tensiune triaxială rezolvarea celor două laturi a) şi b) ale problemei se face în prezent exclusiv analitic.

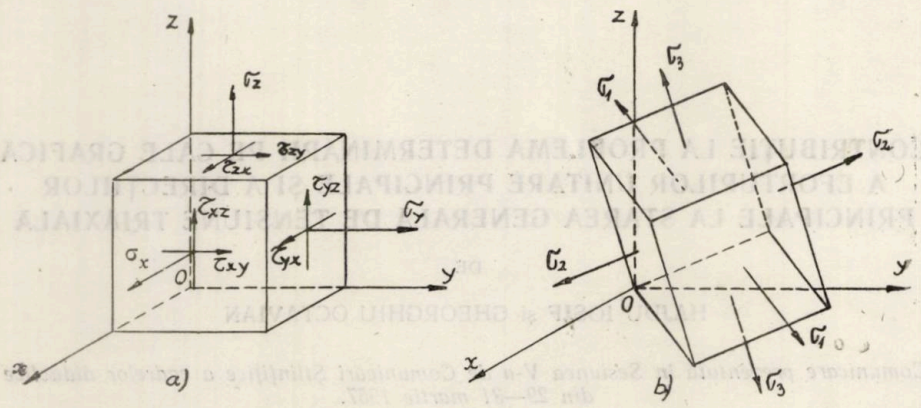


Fig. 1.

Valorile celor trei eforturi unitare principale σ_1, σ_2 şi σ_3 se obţin drept rădăcini ale ecuaţiei de gradul trei în σ rezultate din dezvoltarea determinantului simetric:

$$\begin{vmatrix} (\sigma_x-\sigma) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y-\sigma) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z-\sigma) \end{vmatrix} = 0. \qquad (1)$$

Rădăcinile ecuaţiei — respectiv eforturile unitare principale — care sînt întotdeauna reale, aparţin la trei plane ortogonale principale a căror normale definesc cele trei direcţii principale trirectangulare, *1—1*, *2—2*, şi *3—3* (fig. 1 *b*).

Determinarea direcţiilor principale — definite de unghiurile α_1, β_1, γ_1; α_2, β_2, γ_2; α_3, β_3, γ_3 pe care le fac direcţiile *1—1*, *2—2* şi *3—3* cu axele sistemului *Oxyz* — reclamă rezolvarea a trei sisteme de cîte trei ecuaţii liniare avînd ca variabile independente cosinuşii directori ai direcţiilor principale.

In studiul stării de tensiune triaxială, calculul grafic cunoscut în prezent — bazat pe cercurile principale ale lui Mohr construite pe baza eforturilor σ_1, σ_2 şi σ_3 calculate analitic — se rezumă la determinarea componentelor σ şi τ dintr-un element de arie de o poziţie definită prin unghiurile α, β şi γ ale normalei sale cu direcţiile principale.

In cele ce urmează se prezintă o metodă grafică aproximativă — bazată de asemenea pe construcţia cercurilor lui Mohr — care conduce la rezolvarea

celor două laturi ale problemei: evaluarea eforturilor unitare principale σ_1, σ_2, σ_3 şi determinarea direcţiilor principale *1—1, 2—2, 3—3*. Aproximaţia ce se obţine nu depăşeşte abaterea maximă admisă la un calcul grafic uzual.

CONSIDERAŢIUNI TEORETICE

Se consideră elementul de volum paralelipipedic supus pe faţetele sale — paralele cu planele sistemului de coordonate *Oxyz* — acţiunii celor nouă componente de efort unitar, care definesc o stare generală de tensiune triaxială.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy}=\tau_{yx} & \tau_{xz}=\tau_{zx} \\ \tau_{yx}=\tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz}=\tau_{zy} \\ \tau_{zx}=\tau_{xz} & \tau_{zy}=\tau_{yz} & \sigma_z \end{Bmatrix}$$

Trecînd de la sistemul de axe iniţial *Oxyz* la unul nou *Ox'y'z'*, cu aceeaşi origină, componentele eforturilor unitare din faţetele paralelipipedului elementar — paralele cu planele de coordonate ale noilor axe — pot fi exprimate în funcţie de vechile componente şi de funcţiile trigonometrice ale unghiurilor dintre axele de coordonate ale sistemului iniţial şi cel nou. Relaţiile care exprimă valoarea componentelor efortului unitar din faţetele normale pe axa *Ox'* sînt:

$$\sigma_{x'}=\sigma_x\cos^2(x',\ x)+\sigma_y\cos^2(x',\ y)+\sigma_z\cos^2(x',\ z)+2\tau_{xy}\cos(x',\ x)\cos(x',\ y)+$$
$$+2\tau_{yz}\cos(x',\ y)\cos(x',\ z)+2\tau_{xz}\cos(x',\ x)\cos(x',\ z). \qquad (2\,a)$$

$$\tau_{x'y'}=\sigma_x\cos(x',\ x)\cos(y',\ x)+\sigma_y\cos(x',\ y)\cos(y',\ y)+\sigma_z\cos(x',\ z)\cos(y',\ z)$$
$$+\tau_{xy}[\cos(x',\ y)\cos(y',\ x)+\cos(x',\ x)\cos(y',\ y)]+$$
$$+\tau_{yz}[\cos(x',\ z)\cos(y',\ y)+\cos(x',\ y)\cos(y',\ z)]+$$
$$+\tau_{xz}[\cos(x',\ z)\cos(y',\ x)+\cos(x',\ x)\cos(y',\ z)]. \qquad (2\,b)$$

$$\tau_{x'z'}=\sigma_x\cos(x',\ x)\cos(z',\ x)+\sigma_y\cos(x',\ y)\cos(z',\ y)+\sigma_z\cos(x',\ z)\cos(z'\ z)+$$
$$+\tau_{xy}[\cos(x',\ x)\cos(z',\ y)+\cos(x',\ y)\cos(z',\ x)]+$$
$$+\tau_{yz}[\cos(x',\ y)\cos(z',\ z)+\cos(x',\ z)\cos(z',\ y)]+$$
$$+\tau_{xz}[\cos(x',\ z)\cos(z',\ x)+\cos(x',\ x)\cos(z',\ z)]. \qquad (2\,c)$$

Relaţiile care exprimă componentele $\sigma_{y'}$, $\sigma_{z'}$, $\tau_{y'z'}$ din faţetele normale pe axele *Oy'* şi *Oz'* sînt analoge cu formulele (2 a), (2 b) şi (2 c).

In cazul cînd trecerea de la sistemul iniţial de axe *Oxyz* la cel nou constă numai dintr-o rotire a triedrului de axe iniţial în jurul uneia din ele (de ex. în jurul axei *Oz*) *componentele efortului unitar din faţeta normală pe axa Ox'* se vor exprima prin relaţii de o formă mai simplă.

In adevăr, avînd $\cos(x', z) = \cos(y', z) = 0$; $\cos(x', y) = \sin(x', x)$ şi $\cos(y', x) = -\sin(x', x)$; relaţiile (2) devin:

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2(x', x) + \sigma_y \cos^2(x', y) + 2\tau_{xy} \cos(x', x) \cos(x', y) =$$

$$= \sigma_x \cos^2(x', x) + \sigma_y \sin^2(x', x) + 2\tau_{xy} \cos(x', x) \sin(x', x) =$$

$$= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2(x', x) + \tau_{xy} \sin 2(x', x) \qquad (3\,a)$$

$$\tau_{x'y'} = \sigma_x \cos(x', x) \cos(y', x) + \sigma_y \cos(x', y) \cos(y', y) +$$

$$+ \tau_{xy} [\cos(x', y) \cos(y', x) + \cos(x', x) \cos(y', y)] =$$

$$= -\sigma_x \cos(x', x) \sin(x', x) + \sigma_y \sin(x', x) \cos(x', x) +$$

$$+ \tau_{xy} [-\sin(x', x) \sin(x', x) + \cos(x', x) \cos(x', x)] =$$

$$= \tau_{xy} [\cos^2(x', x) - \sin^2(x', x)] - (\sigma_x - \sigma_y) \sin(x', x) \cos(x', x) =$$

$$= \tau_{xy} \cos 2(x', x) - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2(x', x) \qquad (3\,b)$$

$$\tau_{x'z'} = \tau_{yz} \cos(x', y) + \tau_{xz} \cos(x', x) = \tau_{yz} \sin(x', x) + \tau_{xz} \cos(x', x) \qquad (3\,c)$$

Din (3 a) şi (3 b) se observă că rotind paralelipipedul elementar în jurul axei Oz, componentele paralele cu planul Oxy — $\sigma_{x'}$, $\tau_{x'y'}$ şi de asemenea $\sigma_{y'}$, $\tau_{y'x'} (= \tau_{x'y'})$ din faţetele normale pe noile axe Ox' şi Oy' — sînt funcţii numai de unghiul de rotire $\varphi_{xx'} = \sphericalangle(x, x')$ şi de vechile componente σ_x, σ_y şi τ_{xy} paralele cu planul Oxy.

Fiind independente de componentele σ_z, τ_{zx} şi τ_{zy} din faţetele normale pe axa de rotaţie Oz, relaţiile (3 a) şi (3 b) sînt identice cu cele cunoscute la studiul stării de tensiune plană. Astfel, variaţia componentelor $\sigma_{x'}$, $\tau_{x'y'} (= \tau_{y'x'})$ şi $\sigma_{y'}$ se va putea exprima şi grafic prin metoda cercurilor lui Mohr, independent de faptul că starea de tensiune a paralelipipedului elementar este triaxială.

Starea de tensiune dată a paralelipipedului elementar fiind determinată şi prin componentele efortului unitar — de pe faţetele paralelipipedului rotit — ca funcţii de unghiul de rotire $\varphi_{xx'}$ făcut în planul Oxy, se poate impune acestui unghiu condiţia ca noile componente $\sigma_{x'}$ şi $\sigma_{y'}$ să ajungă la valorile extreme σ_{x_1} şi σ_{y_1} iar efortul tangenţial $\tau_{x'y'}$ să devină $\tau_{x_1y_1} = \tau_{y_1x_1} = 0$. Se notează unghiul de rotire care realizează acest deziderat prin $\varphi_{xx_1} = \sphericalangle(Ox_1, Ox)$. Starea de tensiune a paralelipipedului elementar faţă de noul sistem de axe de coordonate Ox_1y_1z este dată de componentele

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x_1} & 0 & \tau_{x_1z} = \tau_{zx_1} \\ 0 & \sigma_{y_1} & \tau_{y_1z} = \tau_{zy} \\ \tau_{zx_1} = \tau_{x_1z} & \tau_{zy_1} = \tau_{y_1z} & \sigma_z \end{Bmatrix}$$

care față de componentele inițial date și unghiul de rotire φ_{xx_1} se exprimă prin relațiile

$$\begin{aligned}
\sigma_{x_1} &= \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\varphi_{xx_1} + \tau_{xy}\sin 2\varphi_{xx_1} \\
\tau_{x_1y_1} &= \tau_{y_1x_1} = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\varphi_{xx_1} + \tau_{xy}\cos 2\varphi_{xx_1} = 0 \\
\sigma_{y_1} &= \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\varphi_{xx_1} - \tau_{xy}\sin 2\varphi_{xx_1} \qquad (4) \\
\sigma_z &= \sigma_z \\
\tau_{x_1z} &= \tau_{zx_1} = \tau_{xz}\cos\varphi_{xx_1} + \tau_{yz}\sin\varphi_{xx_1} \\
\tau_{y_1z} &= \tau_{zy_1} = -\tau_{xz}\sin\varphi_{xx_1} + \tau_{yz}\cos\varphi_{xx_1}.
\end{aligned}$$

Din anularea efortului $\tau_{x_1y_1} = \tau_{y_1x_1} = 0$, se obține ecuația ce determină unghiul φ_{xx_1}

$$\operatorname{tg} 2\varphi_{xx_1} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}, \quad \left(0 \leqq \varphi_{xx_1} \leqq \frac{\pi}{2}\right).$$

Se trece apoi la următoarea rotație în jurul uneia din axele Oy_1 sau Ox_1 și anume după *principiul ca axa în jurul căreia se face rotația să asigure anularea componentei tangențiale cu valoarea absolută cea mai mare.* Se poate admite, de exemplu, că între componentele tangențiale τ_{xz} și τ_{yz} avem relația

$$|\tau_{x_1z}| \geqq |\tau_{y_1z}|.$$

Rotirea se va face atunci în jurul axei Oy_1, deci în planul Ox_1z. Unghiul de rotație prin care se realizează trecerea $\tau_{x_1z} \to \tau_{x_2z_1} = \tau_{z_1x_2} = 0$ se notează cu $\varphi_{x_1x_2} = \sphericalangle (Ox_2, Ox_1)$.

Starea de tensiune față de sistemul $Ox_2y_1z_1$ se exprimă prin formulele

$$\begin{aligned}
\sigma_{x_2} &= \frac{\sigma_{x_1}+\sigma_z}{2} + \frac{\sigma_{x_1}-\sigma_z}{2}\cos 2\varphi_{x_1x_2} + \tau_{x_1z}\sin 2\varphi_{x_1x_2} \\
\tau_{z_1x_2} &= \tau_{x_2z_1} = -\frac{\sigma_{x_1}-\sigma_z}{2}\sin 2\varphi_{x_1x_2} + \tau_{x_1z}\cos 2\varphi_{x_1x_2} = 0 \\
\sigma_{z_1} &= \frac{\sigma_{x_1}+\sigma_z}{2} - \frac{\sigma_{x_1}-\sigma_z}{2}\cos 2\varphi_{x_1x_2} - \tau_{x_1z}\sin 2\varphi_{x_1x_2} \\
\sigma_{y_1} &= \sigma_{y_1} \\
\tau_{x_2y_1} &= \tau_{y_1x_2} = \tau_{y_1z}\sin\varphi_{x_1x_2} \\
\tau_{y_1z_1} &= \tau_{z_1y_1} = \tau_{y_1z}\cos\varphi_{x_1x_2}.
\end{aligned}$$

Din faptul că componentele $\tau_{y_2z_1}=\tau_{z_1x_2}=0$, rezultă următoarea ecuație pentru determinarea unghiului $\varphi_{x_1x_2}$

$$\operatorname{tg} 2\varphi_{x_1x_2}=\frac{2\tau_{x_1z}}{\sigma_{x_1}-\sigma_z},\quad \left(0\leqq\varphi_{x_1x_2}\leqq\frac{\pi}{2}\right).$$

Dacă se admite că în urma acestei rotații

$$|\tau_{y_1z_1}|\geqq|\tau_{x_2y_1}|$$

sau

$$\cos\varphi_{x_1x_2}\geqq|\sin\varphi_{x_1x_2}|$$

urmează că unghiul $\varphi_{x_1x_2}$ este cuprins între

$$0<\varphi_{x_1x_2}\leqq\frac{\pi}{4}.$$

Se trece la efectuarea celei de a treia rotații, de astă dată în jurul axei Ox_2 care asigură, anularea efortului tangențial cu valoarea cea mai mare, adică $\tau_{y_1z_1}=\tau_{z_1y_1}$. Rotația se va face în planul Oy_1z_1 cu un unghi $\varphi_{y_1y_2}$ care să ne dea trecerea componentelor $\tau_{y_1z_1}=\tau_{z_1y_1}$ în $\tau_{y_2z_2}=\tau_{z_2y_2}=0$.

Componentele eforturilor unitare normale și tangențiale în sistemul $Ox_2y_2z_2$ se exprimă prin relațiile

$$\sigma_{y_2}=\frac{\sigma_{y_1}+\sigma_{z_1}}{2}+\frac{\sigma_{y_1}-\sigma_{z_1}}{2}\cos 2\varphi_{y_1y_2}+\tau_{y_1z_1}\sin 2\varphi_{y_1y_2}$$

$$\tau_{y_2z_2}=\tau_{z_2y_2}=-\frac{\sigma_{y_1}-\sigma_{z_1}}{2}\sin 2\varphi_{y_1y_2}+\tau_{y_1z_1}\cos 2\varphi_{y_1y_2}=0$$

$$\sigma_{z_2}=\frac{\sigma_{y_1}+\sigma_{z_1}}{2}-\frac{\sigma_{y_1}-\sigma_{z_1}}{2}\cos 2\varphi_{y_1y_2}-\tau_{y_1z_1}\sin 2\varphi_{y_1y_2}$$

$$\sigma_{x_2}=\sigma_{x_2}$$

$$\tau_{x_2y_2}=\tau_{y_2x_2}=\tau_{x_2y_1}\cos\varphi_{y_1y_2}$$

$$\tau_{x_2z_2}=\tau_{z_2x_2}=-\tau_{x_2y_1}\sin\varphi_{y_1y_2}.$$

Mărimea unghiului de rotație $\varphi_{y_1y_2}$ este dată de ecuația

$$\operatorname{tg} 2\varphi_{y_1y_2}=\frac{2\tau_{y_1z_1}}{\sigma_{y_1}-\sigma_{z_1}},\quad \left(0\leqq\varphi_{y_1y_2}\leqq\frac{\pi}{2}\right).$$

Cele două componente tangențiale ale efortului, care nu sînt egale cu zero se găsesc, de exemplu, în relația

$$|\tau_{x_2y_2}|\geqq|\tau_{x_2z_2}|$$

sau

$$\cos\varphi_{y_1y_2}\geqq|\sin\varphi_{y_1y_2}|$$

urmează că și unghiul $\varphi_{y_1y_2}$ este mai mic decît $\frac{\pi}{4}$, adică

$$0<\varphi_{y_1y_2}\leq\frac{\pi}{4}.$$

Dacă se face acum a patra rotație în jurul lui Oz_2 de unghi $\varphi_{x_2x_3}$ măsurat în planul Ox_2y_2, mărimea sa fiind determinată de faptul că $\tau_{x_2y_2}=\tau_{y_2x_2}\rightarrow\tau_{x_3y_3}=-\tau_{y_3x_3}=0$, celelalte componente ale efortului unitar, în sistemul $Ox_3y_3z_3$, devin

$$\sigma_{x_3}=\frac{\sigma_{x_2}+\sigma_{y_2}}{2}+\frac{\sigma_{x_2}-\sigma_{y_2}}{2}\cos 2\varphi_{x_2x_3}+\tau_{x_2y_2}\sin 2\varphi_{x_2x_3}$$

$$\tau_{x_3y_3}=\tau_{y_3x_3}=-\frac{\sigma_{x_2}-\sigma_{y_2}}{2}\sin 2\varphi_{x_2x_3}+\tau_{x_2y_2}\cos 2\varphi_{x_2x_3}=0$$

$$\sigma_{y_3}=\frac{\sigma_{x_2}+\sigma_{y_2}}{2}-\frac{\sigma_{x_2}-\sigma_{y_2}}{2}\cos 2\varphi_{x_2x_3}-\tau_{x_2y_2}\sin 2\varphi_{x_2x_3}$$

$$\sigma_{z_2}=\sigma_{z_2}$$

$$\tau_{x_3z_2}=\tau_{z_2x_3}=\tau_{x_2z_2}\cos\varphi_{x_2x_3}$$

$$\tau_{y_3z_2}=\tau_{z_2y_3}=-\tau_{x_2z_2}\sin\varphi_{x_2x_3}.$$

Ecuația care determină unghiul $\varphi_{x_2x_3}$ este

$$\operatorname{tg}2\varphi_{x_2x_3}=\frac{2\tau_{x_2y_2}}{\sigma_{x_2}-\sigma_{y_2}},\quad\left(0\leq\varphi_{x_2x_3}\leq\frac{\pi}{2}\right).$$

Componentele tangențiale ale efortului unitar $\tau_{x_3z_2}$ și $\tau_{y_3z_2}$, pot spre exemplu să se găsească în relația

$$|\tau_{x_3z_2}|\geq|\tau_{y_3z_2}|$$

sau

$$\cos\varphi_{x_2x_3}\geq|\sin\varphi_{x_2x_3}|$$

deci și unghiul $\varphi_{x_2x_3}$ este mai mic decît $\frac{\pi}{4}$, adică

$$0<\varphi_{x_2x_3}\leq\frac{\pi}{4}.$$

Dacă acest procedeu se continuă indefinit cu respectarea *principiului că rotația se face în jurul acelei axe care să asigure anularea efortului tangențial cu valoarea absolută cea mai mare*, se obține pentru eforturile τ, următoarele trei șiruri de valori, în ipoteza că rotațiile se succed astfel:

Oz, Oy_1, Ox_2, Oz_2, Oy_3, Ox_4, Oz_4, Oy_5, Ox_6, ..., Oz_{2n}, Oy_{2n+1}, Ox_{2n+2}, ...

I.

$$\tau_{x_1y_1}=0$$

$$\tau_{x_2y_1}=\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_2y_2}=\cos\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_3y_3}=0$$

$$\tau_{x_4y_3}=\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_4y_4}=\cos\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_5y_5}=0$$

$$\tau_{x_6y_5}=\sin\varphi_{x_5x_6}\sin\varphi_{x_4x_5}\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_6y_6}=\cos\varphi_{y_5y_6}\sin\varphi_{x_5x_6}\sin\varphi_{x_4x_5}\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_5}\times$$
$$\times\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_7y_7}=0$$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

$$\tau_{x_{2n+1}y_{2n+1}}=0$$

$$\tau_{x_{2n+2}y_{2n+1}}=\sin\varphi_{x_{2n+1}x_{2n+2}}\sin\varphi_{x_{2n}x_{2n+1}}\sin\varphi_{y_{2n-1}y_{2n}}\times$$
$$\times\sin\varphi_{x_{2n-1}x_{2n}}\ldots\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\cdot\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_{2n+2}y_{2n+2}}=\cos\varphi_{y_{2n+1}y_{2n+2}}\sin\varphi_{x_{2n+1}x_{2n+2}}\sin\varphi_{x_{2n}x_{2n+1}}\times$$
$$\times\sin\varphi_{y_{2n-1}y_{2n}}\sin\varphi_{x_{2n-1}x_{2n}}\ldots\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

. . . . . .

II.

$$\tau_{x_1z}$$

$$\tau_{x_2z_1}=0$$

$$\tau_{x_2z_2}=-\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_3z_2}=-\cos\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_4z_3}=0$$

$$\tau_{x_4z_4}=-\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_5z_4}=-\cos\varphi_{x_4x_5}\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\,\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_6z_5} = 0$$

$$\tau_{x_6z_6} = -\sin\varphi_{y_5y_6}\sin\varphi_{x_5x_6}\sin\varphi_{x_4x_5}\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\times$$
$$\times\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_7z_6} = -\cos\varphi_{x_6x_7}\sin\varphi_{y_5y_6}\sin\varphi_{x_5x_6}\sin\varphi_{x_4x_5}\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_4}\times$$
$$\times\sin\varphi_{x_2y_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_8z_7} = 0$$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

$$\tau_{x_{2n+2}z_{2n+1}} = 0$$

$$\tau_{x_{2n+2}z_{2n+2}} = -\sin\varphi_{y_{2n+1}y_{2n+2}}\sin\varphi_{x_{2n+1}x_{2n+1}}\sin\varphi_{x_{2n}x_{2n+1}}\times$$
$$\times\sin\varphi_{y_{2n-1}y_{2n}}\ldots\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{x_{2n+3}z_{2n+2}} = -\cos\varphi_{x_{2n+2}x_{2n+3}}\sin\varphi_{y_{2n+1}y_{2n+2}}\sin\varphi_{x_{2n+1}x_{2n+2}}\times$$
$$\times\sin\varphi_{x_{2n}x_{2n+1}}\ldots\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

. . . . . .

III.

$$\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{y_1z_1} = \cos\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{y_2z_2} = 0$$

$$\tau_{y_2z_2} = \sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{y_3z_3} = \cos\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{y_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{y_4z_4} = 0$$

$$\tau_{y_4z_4} = \sin\varphi_{x_4x_5}\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{y_5z_5} = \cos\varphi_{x_5x_6}\sin\varphi_{x_4x_5}\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{y_6z_6} = 0$$

$$\tau_{y_7z_6} = \sin\varphi_{x_6x_7}\sin\varphi_{y_5y_6}\sin\varphi_{x_5x_6}\sin\varphi_{x_4x_5}\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\times$$
$$\times\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{y_7z_7} = \cos\varphi_{x_7x_8}\sin\varphi_{x_6x_7}\sin\varphi_{y_5y_6}\sin\varphi_{x_5x_6}\sin\varphi_{x_4x_5}\sin\varphi_{y_3y_4}\sin\varphi_{x_2x_4}\times$$
$$\times\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

$$\tau_{y_{2n+1}z_{2n+1}} = \cos\varphi_{x_{2n+1}x_{2n+2}}\sin\varphi_{x_{2n}x_{2n+1}}\sin\varphi_{y_{2n-1}y_{2n}}\times$$
$$\times\sin\varphi_{x_{2n-1}x_{2n}}\sin\varphi_{x_{2n-2}x_{2n-1}}\ldots\sin\varphi_{x_3x_4}\sin\varphi_{x_2x_3}\sin\varphi_{y_1y_2}\sin\varphi_{x_1x_2}\tau_{y_1z}$$

$$\tau_{y_{2n+2}z_{2n+2}} = 0$$

$$\tau_{y_{2n+3}z_{2n+2}} = \sin\varphi_{x_{2n+2}x_{2n+3}} \sin\varphi_{y_{2n+1}y_{2n+2}} \sin\varphi_{x_{2n+1}x_{2n+2}} \times$$
$$\times \sin\varphi_{x_{2n}x_{2n+1}} \sin\varphi_{y_{2n-1}y_{2n}} \ldots \sin\varphi_{x_3x_4} \sin\varphi_{x_2x_3} \sin\varphi_{y_1y_2} \sin\varphi_{x_1x_2} \tau_{y_1z}$$
. . . . . .

Fiecare din şirurile $\{\tau_{xy}\}$, $\{\tau_{xz}\}$, $\{\tau_{yz}\}$ cînd numărul rotaţiilor tinde la infinit are ca *limită pe zero*. Astfel se poate scrie

$$\lim_{n\to\infty} \tau_{x_{2n+2}y_{2n+1}} = 0$$
$$\lim_{n\to\infty} \tau_{x_{2n+2}y_{2n+2}} = 0$$
$$\lim_{n\to\infty} \tau_{x_{2n+2}z_{2n+2}} = 0$$
$$\lim_{n\to\infty} \tau_{x_{2n+3}z_{2n+2}} = 0$$
$$\lim_{n\to\infty} \tau_{y_{2n+1}z_{2n+1}} = 0$$
$$\lim_{n\to\infty} \tau_{y_{2n+3}z_{2n+2}} = 0$$

Observînd cum se succed valorile în fiecare din cele trei şiruri scrise mai sus se poate scoate concluzia că aceste şiruri sînt rapid convergente şi deci din punct de vedere practic este suficient efectuarea a 3—5 rotaţii, deoarece şi şirul unghiurilor de rotaţie

$$\varphi_{xx_1}, \varphi_{x_1x_2}, \varphi_{y_1y_2}, \varphi_{x_2x_3}, \varphi_{x_3x_4}, \varphi_{y_3y_4}, \varphi_{x_4x_5}, \varphi_{x_5x_6}, \varphi_{y_5y_6} \ldots$$

este rapid convergent către zero.

PRINCIPIUL METODEI GRAFICE PROPUSE

a) Determinarea eforturilor unitare principale

De la studiul stării de tensiune plană se ştie că asigurarea legăturii univoce dintre componentele efortului unitar din planele rotite şi cercul lui Mohr, cere respectarea următoarelor reguli:

1. Paralelipipedul elementar să fie privit întotdeauna dinspre sensul pozitiv al axei în jurul căreia se face rotaţia.

2. Efortul tangenţial τ dintr-o faţetă se consideră pozitiv atunci cînd rotindu-l de un unghi de 90° în sens invers celui trigonometric, va fi orientat în sensul normalei exterioare la faţeta respectivă.

3. Unei rotiri a paralelipipedului elementar — în jurul unei axe în sens trigonometric — de un unghi oarecare $\varphi_{x,x'}$, în cercul lui Mohr corespunde o rotire a razei vectoare — în sens invers celui trigonometric cu un unghi $2\varphi_{x,x'}$.

Luînd o stare de tensiune triaxială arbitrar aleasă (de ex. cea caracterizată prin componentele reprezentate la scară în fig. 9 *a*), componentele σ_x, τ_{xy},

σ_y, $\tau_{yx}(=\tau_{xy})$ paralele cu planul Oxy — trasate în fig. 2*a* cu *linie plină* — definesc în planul axelor σ şi τ, punctele S şi S_1 inclusiv centrul C_1 cu care se construieşte cercul lui Mohr de rază $R=C_1S$ (fig. 3).

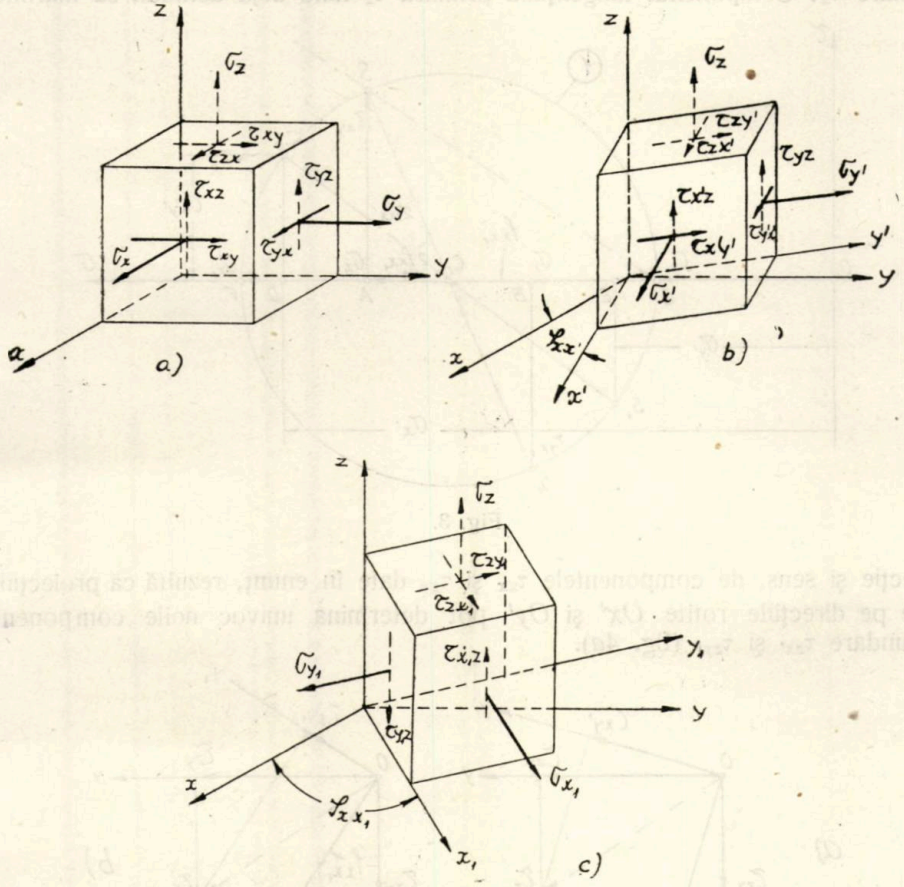


Fig. 2.

Rotind apoi paralelipipedul elementar în sens trigonometric cu un unghiu $\varphi_{xx'}$ în jurul axei Oz, valorile componentelor $\sigma_{x'}$, $\tau_{x'y'}$, $\sigma_{y'}$ şi $\tau_{y'x'}$ din fig. 2*b* sînt date de coordonatele punctelor S' şi S_1' din fig. 3 obţinute în urma rotirii razelor vectoare C_1S şi C_1S_1 în sens invers celui trigonometric cu un unghi $2\varphi_{xx'}$. Din planul aceluiaşi cerc se poate stabili şi unghiul de rotire φ_{xx_1} (fig. 2*c*) pentru care $\tau_{x_1y_1}=\tau_{y_1x_1}=0$ iar σ_{x_1} şi σ_{y_1} obţin valorile extreme determinate de segmentele $OF=\sigma_{x_1}$ şi $OG=\sigma_{y_1}$ (fig. 3) şi exprimate prin relaţiile (4).

Se remarcă faptul că în cursul rotirii, poziţia faţetelor normale pe axa de rotaţie Oz rămîne invariabilă şi prin urmare atît efortul unitar total cît şi com-

ponentele sale primare σ_z şi τ_z din aceste faţete rămîn neschimbate în valoare, direcţie şi sens. Vor varia însă, în cursul rotaţiei, componentele secundare $\tau_{zx'}$ şi $\tau_{zy'}$ după direcţia axelor rotite Ox' şi Oy' ale componentei tangenţiale primare τ_z. Componenta tangenţială primară τ_z fiind deja definită, ca mărime,

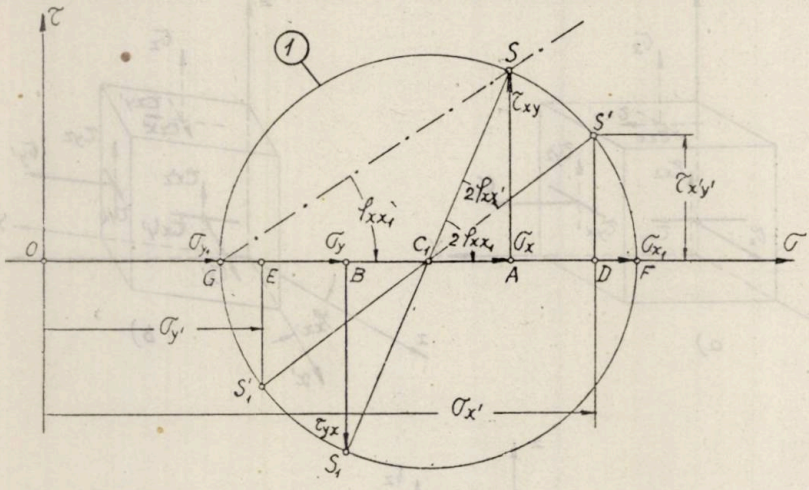


Fig. 3.

direcţie şi sens, de componentele τ_{zx} şi τ_{zy} date în enunţ, rezultă că proiecţiile sale pe direcţiile rotite Ox' şi Oy' pot determina univoc noile componente secundare $\tau_{zx'}$ şi $\tau_{zy'}$ (fig. 4*a*).

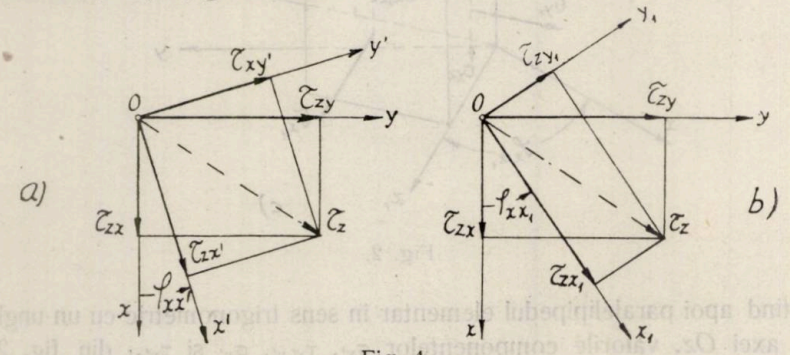


Fig. 4.

In baza legii dualităţii eforturilor tangenţiale, construcţia grafică din fig. 4*a* determină şi componentele $\tau_{x'z}$, $\tau_{y'z}$ din faţetele normale pe axele Ox' şi Oy' (fig. 2*b*).

In mod similar se obţin şi componentele $\tau_{zx_1}(=\tau_{x_1z})$ şi $\tau_{zy_1}(=\tau_{y_1z})$ ce acţionează pe faţetele paralelipipedului elementar rotit cu unghiul φ_{xx_1} (fig. 3 şi fig. 4*b*).

Astfel îmbinarea construcției cercului lui Mohr din fig. 3 cu graficul din fig. 4*b* conduce la reducerea numărului de componente ale eforturilor unitare

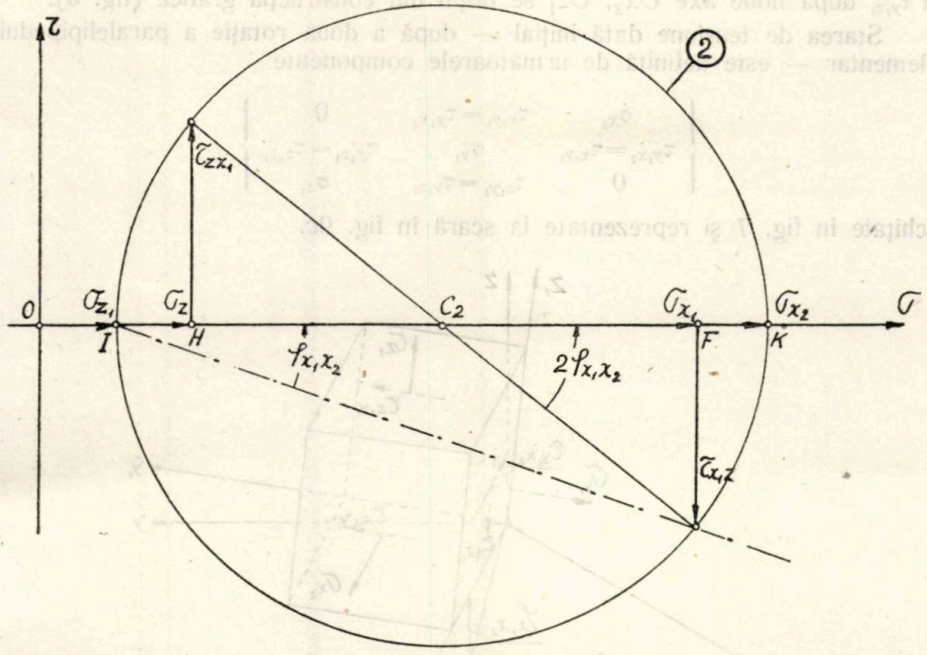


Fig. 5.

— care definesc starea de tensiune dată — de la nouă la șapte și care sînt reprezentate în fig. 9*b*.

Următoarea etapă în aplicarea metodei grafice propuse, o constituie cea de a doua rotație a paralelipipedului elementar în jurul aceleia din noile axe Ox_1 sau Oy_1, care asigură în baza principiului admis, anularea efortului unitar tangențial cu valoarea absolută cea mai mare.

Din graficul 4*b* rezultă că cea de a doua rotație a paralelipipedului elementar trebuie făcută în jurul axei Oy_1. Al doilea cerc Mohr se va construi deci pe baza componentelor σ_{x_1}, τ_{x_1z} și σ_z, τ_{zx_1} (fig. 5). Din construcția lui vor rezulta eforturile unitare σ_{x_1}, σ_{x_2} și unghiul de rotație $\varphi_{x_1x_2}$ pentru care componentele τ_{zx_1} și τ_{x_1z} în urma trecerii în $\tau_{z_1x_2}$ și $\tau_{x_2z_1}$ se anulează.

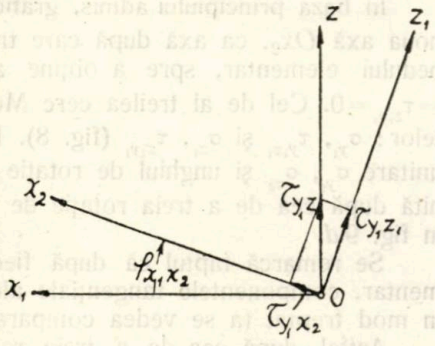


Fig. 6.

Cunoscînd unghiul $\varphi_{x_1x_2}$ şi mărimea efortului tangenţial $\tau_{y_1z}(=\tau_{zy_1})$ din feţetele normale pe axa Oy_1 — determinată în fig. 4*b* — componentele sale $\tau_{y_1x_2}$ şi $\tau_{y_1z_1}$ după noile axe Ox_2, Oz_1 se obţin din construcţia grafică (fig. 6).

Starea de tensiune dată iniţial — după a doua rotaţie a paralelipipedului elementar — este definită de următoarele componente

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x_2} & \tau_{x_2y_1}=\tau_{y_1x_2} & 0 \\ \tau_{y_1x_2}=\tau_{x_2y_1} & \sigma_{y_1} & \tau_{y_1z_1}=\tau_{z_1y_1} \\ 0 & \tau_{z_1y_1}=\tau_{y_1z_1} & \sigma_{z_1} \end{Bmatrix}$$

schiţate în fig. 7 şi reprezentate la scară în fig. 9*c*.

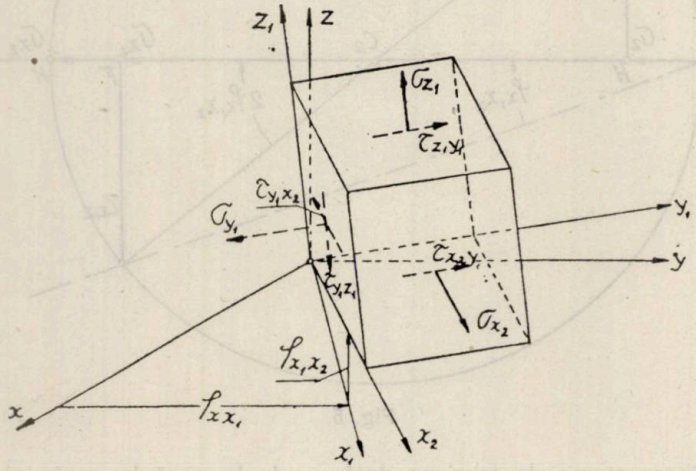


Fig. 7.

In baza principiului admis, graficul din fig. 6 — în care $\tau_{y_1z_1} > \tau_{y_1x_2}$ — indică noua axă Ox_2, ca axă după care trebuie făcută a treia rotaţie a paralelipipedului elementar, spre a obţine anularea componentelor $\tau_{y_1z_1}=\tau_{z_1y_1}\rightarrow\tau_{y_2z_2}=\tau_{z_2y_2}=0$. Cel de al treilea cerc Mohr se va construi cu ajutorul componentelor: σ_{y_1}, $\tau_{y_1z_1}$ şi σ_{z_1}, $\tau_{z_1y_1}$ (fig. 8). Din construcţia lui vor rezulta: eforturile unitare σ_{y_2}, σ_{z_2} şi unghiul de rotaţie $\varphi_{y_1y_2}$. Starea de tensiune dată va fi definită după cea de a treia rotaţie de componentele efortului unitar reprezentate în fig. 9*d*.

Se remarcă faptul că după fiecare rotaţie nouă a paralelipipedului elementar, componentele tangenţiale ale efortului unitar de pe feţele sale descresc în mod treptat (a se vedea comparativ figurile 9 *b*, *c* şi *d*).

Astfel, după cea de a treia rotaţie, componenta tangenţială maximă ce mai acţionează pe faţetele paralelipipedului considerat, va fi cea mai mare dintre proiecţiile pe axele Oy_2 şi Oz_2 ale efortului unitar tangenţial $\tau_{y_1x_2}(=\tau_{x_2y_1})$ obţinut grafic în fig. 6. Dacă valoarea acesteia (fig. 8*b*) a devenit mult infe-

rioară diferenţelor $\sigma_{x_2}-\sigma_{y_2}$ şi $\sigma_{x_2}-\sigma_{z_2}$, atunci o rotaţie nouă — respectiv construcţia celui de al patrulea cerc Mohr — nu va mai determina o modificare *sensibilă* a eforturilor unitare normale σ_{x_2}, σ_{y_2}, σ_{z_2} stabilite anterior. Acestea vor putea fi considerate din punct de vedere practic drept eforturile unitare principale cautate σ_1, σ_2 şi σ_3. Dacă din calculul grafic a rezultat $\sigma_{x_2}>\sigma_{y_2}>\sigma_{z_2}$ se va putea scrie: $\sigma_1=\sigma_{x_2}$, $\sigma_2=\sigma_{y_2}$ şi $\sigma_3=\sigma_{z_2}$.

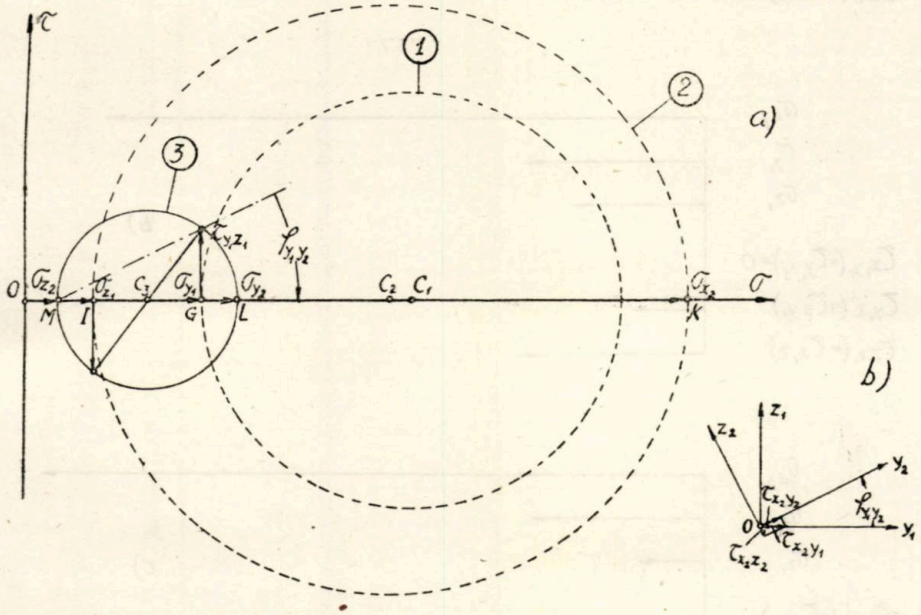


Fig. 8.

In cazul cînd valoarea componentei tangenţiale maxime — raportată la diferenţele $\sigma_{x_2}-\sigma_{y_2}$ şi $\sigma_{x_2}-\sigma_{z_2}$ — este însemnată şi după cea de a treia rotaţie a paralelipipedului elementar, calculul grafic trebuie continuat cu noi rotaţii care să fie efectuate cu respectarea aceluiaşi principiu care a stat la baza rotaţiilor precedente.

Observaţii: In cursul rezolvării efective a unei probleme date, după metoda grafică propusă, cercurile lui Mohr construite separat în fig. 3, fig. 5 şi fig. 8, se trasează în acelaşi plan de axe σ şi τ.

Pentru o claritate mai mare a construcţiei grafice în ansamblu, se recomandă ca în locul cercurilor complete să se traseze numai porţiunile de arce de cerc corespunzătoare rotirilor necesare stabilirii eforturilor unitare principale σ_1, σ_2 şi σ_3, urmînd ca cercurile complete să se construiască numai cu valorile acestora din urmă şi să fie numite „cercurile principale“ (fig. 10 *a*).

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

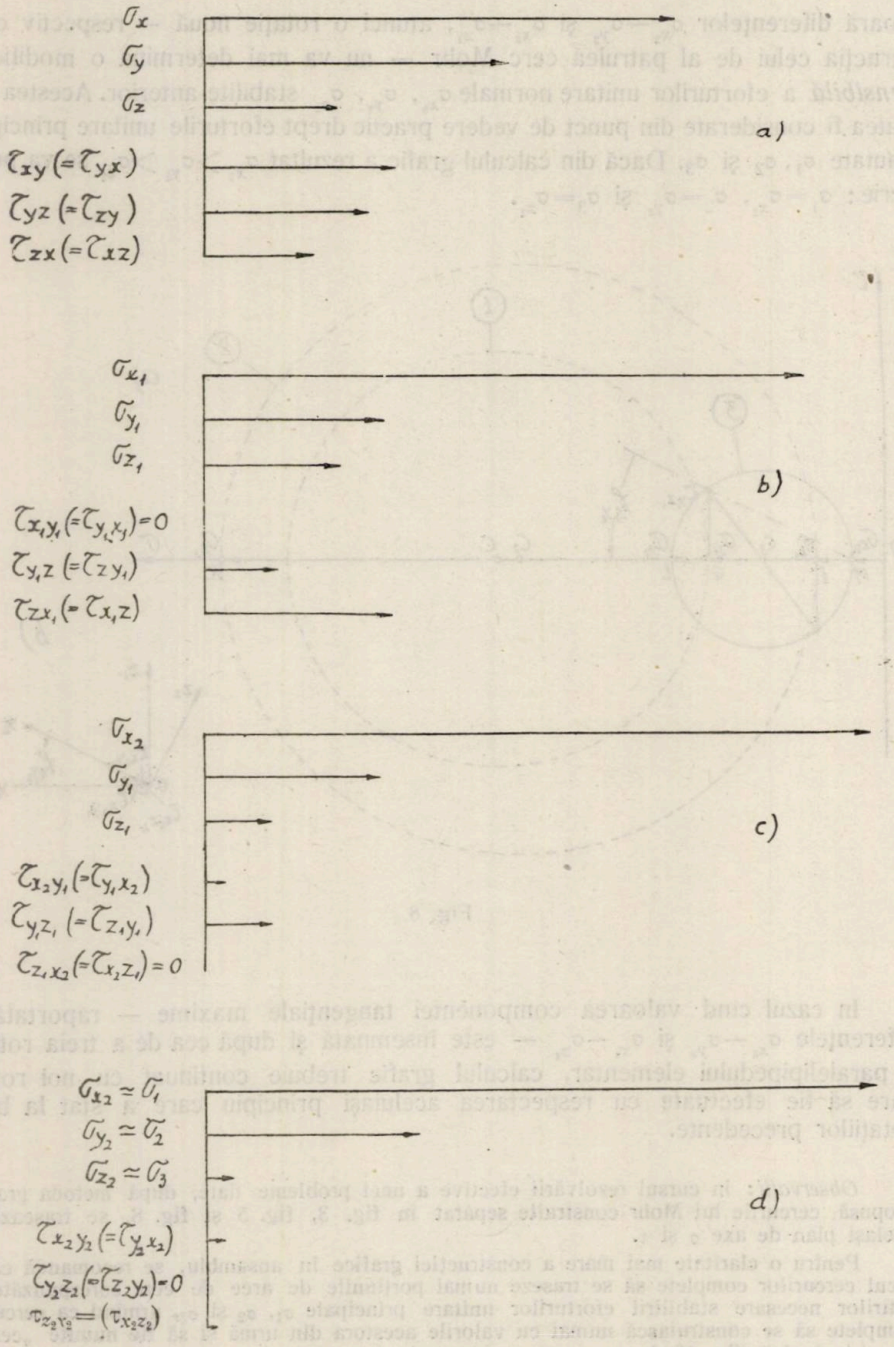

σx
σy
σz
a)
τxy (= τyx)
τyz (= τzy)
τzx (= τxz)
σx1
σy1
σz1
b)
τx1y1 (= τy1x1) = 0
τy1z (= τzy1)
τzx1 (= τx1z)
σx2
σy1
σz1
c)
τx2y1 (= τy1x2)
τy1z1 (= τz1y1)
τz1x2 (= τx2z1) = 0
σx2 ≃ σ1
σy2 ≃ σ2
σz2 ≃ σ3
d)
τx2y2 (= τy2x2)
τy2z2 (= τz2y2) = 0
τz2x2 = (τx2z2)

Fig. 9.

b) **Determinarea direcţiilor principale**

In introducere s-a menţionat că pentru starea de tensiune triaxială calculul grafic cunoscut pînă în prezent — bazat pe cercurile principale ale lui Mohr — se rezumă la determinarea componentelor efortului unitar σ şi τ dintr-un element de arie a cărei poziţie e definită de unghiurile α, β şi γ, ale normalei sale, cu direcţiile principale (fig. 10 *b*).

Acest calcul grafic se poate face în două variante. După prima variantă, în planul cercurilor principale (fig. 10 *a*) se trasează unghiul α cu vîrful în K şi unghiul γ cu vîrful în M avînd una din laturi paralelă cu axa τ. Laturile înclinate intersectează cercul cel mare în punctele N şi P. Trasînd arcele de cerc NN' cu centrul în Q_1, şi PP' cu centrul în Q_3, coordonatele punctului de intersecţie S vor reprezenta la scara graficului, componentele căutate σ şi τ.

După a doua variantă, punctul S (sau simetricul său S') ale cărui coordonate sînt componentele σ şi τ, se obţine drept intersecţie a arcelor de cerc ajutătoare construite pe baza unghiurilor duble 2α, 2β şi 2γ (fig. 10 *c*).

Determinarea direcţiilor principale *1—1*, *2—2* şi *3—3* este echivalentă cu aflarea unghiurilor α_1, β_1, γ_1 ; α_2, β_2, γ_2; α_3, β_3, γ_3; pe care le fac direcţiile principale cu axele sistemului de referinţă trirectangular *Oxyz* (fig. 11).

Valoarea unghiurilor se poate stabili relativ uşor, dacă se inversează rolul celor două sisteme de axe, considerîndu-l pe cel al axelor principale ca sistem de referinţă iar al axelor *Oxyz* ca sistem al cărui poziţie urmează a fi determinat.

In baza acestei ipoteze unghiurile care definesc poziţia axelor sistemului *Oxyz* faţă de axele sistemului direcţiilor principale —α_1, α_2, α_3, (axa $x—x$); β_1, β_2, β_3 (axa $y—y$); γ_1, γ_2, γ_3 (axa $z—z$); — pot fi determinate cu ajutorul cercurilor principale, prin aplicarea uneia din variantele metodei grafice cunoscute (problema reciprocă).

Aplicînd raţionamentul de mai sus la determinarea poziţiei axei $y—y$, se procedează în felul următor: în planul cercurilor principale (fig. 12) se construieşte punctul S_y de coordonate $\sigma=\sigma_y$ şi $\tau=\tau_y=\sqrt{\tau_{yx}^2+\tau_{yz}^2}$. Apoi se trasează cele trei arce de cerc ajutătoare cu centrele în Q_1, Q_2 şi Q_3 şi cu punctul comun de intersecţie în S_y. In baza metodei grafice cunoscute se trasează segmentele care definesc unghiurile β_1, β_2 şi β_3 pe care le face axa $y—y$ cu cele trei direcţii principale.

In acelaşi fel se determină şi unghiurile α_1, α_2, α_3 ale axei $x—x$, respectiv γ_1, γ_2, γ_3 ale axei $z—z$.

Cunoscînd toate cele nouă unghiuri, se formează cele trei grupe de unghiuri — α_1, β_1, γ_1; α_2, β_2, γ_2; α_3, β_3, γ_3; — care definesc fiecare în parte cîte una din direcţiile principale *1—1*, *2—2* şi *3—3* faţă de sistemul axelor de referinţă *Oxyz*.

Observaţie. Se ştie din aplicarea metodei grafice a cercurilor lui Mohr prin care se determină componentele σ şi τ dintr-un element de arie, că semnul componentei tangenţiale τ este nedeterminat. In problema reciprocă a aflării unghiurilor, această nedeterminare are drept consecinţă faptul că nu se poate preciza dintr-odată dacă unghiurile obţinute pentru direcţia căutată sînt cele reale sau suplimentele lor.

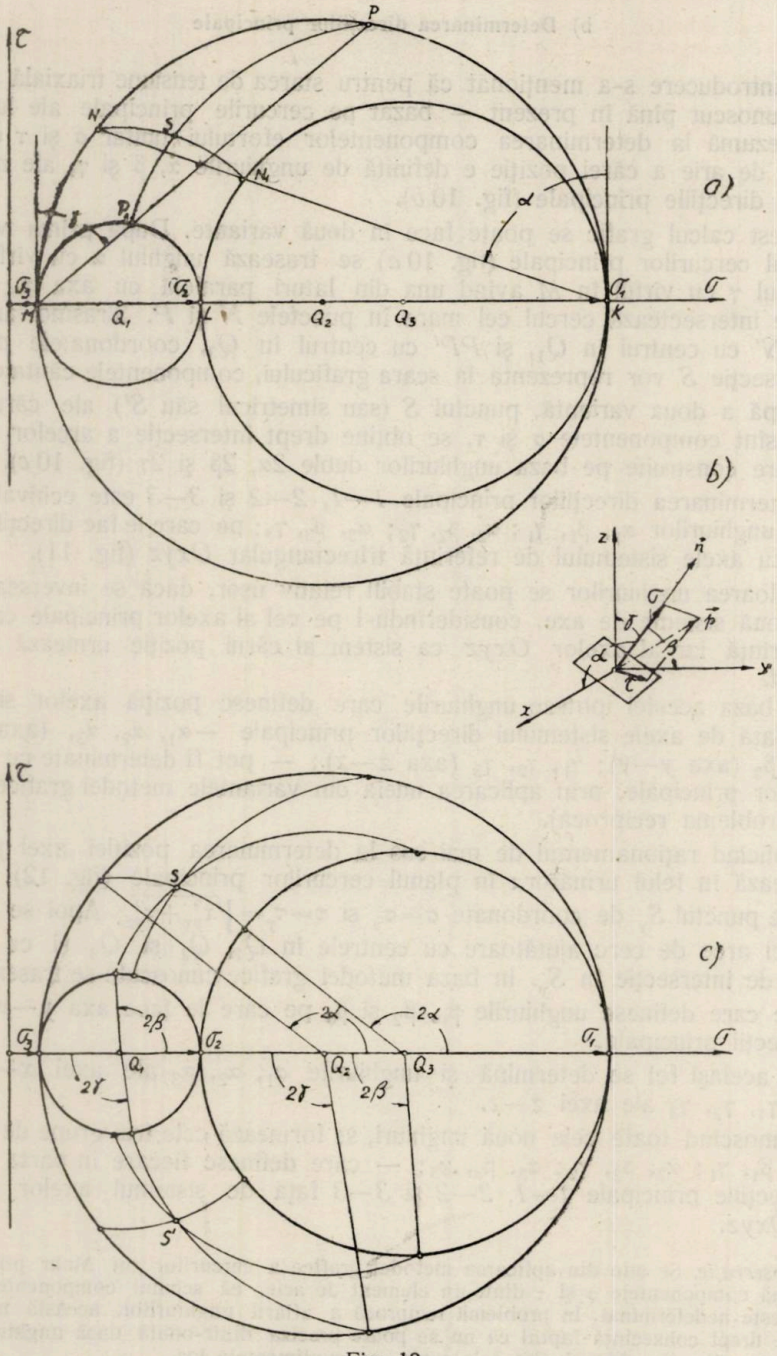


Fig. 10.

Această nedeterminare aparentă poate fi înlăturată fie pe cale grafică fie analitic. Pe cale grafică aceasta se reduce la schițarea poziției relative a axelor celor două sisteme, ținînd seama de unghiurile cu care s-au făcut rotirile paralelipipedului elementar (de ex. fig. 11). Această schiță va permite de cele mai multe ori identificarea octantului în care cade fiecare direcție principală respectiv aprecierea dacă urghiurile căutate sînt mai mici sau mai mari de 90°.

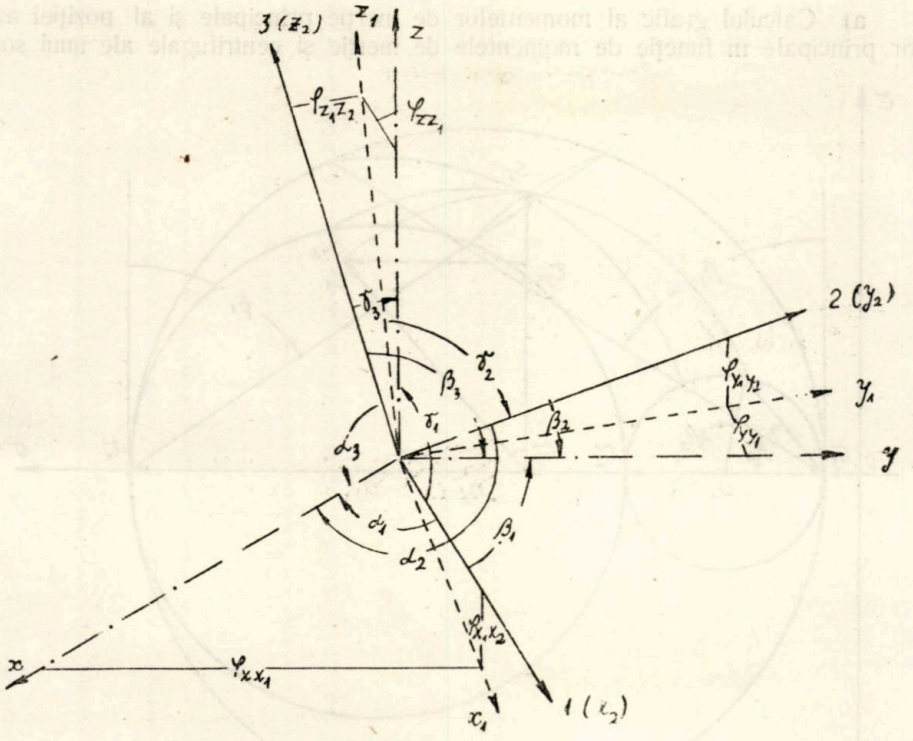


Fig. 11.

Pe cale analitică, făcînd verificarea relațiilor pe care trebuie să le satisfacă cosinușii directori ai sistemului de axe principale trirectangulare adică

$$\cos\alpha_1 \cdot \cos\alpha_2 + \cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2 + \cos\gamma_1 \cdot \cos\gamma_2 = 0$$

$$\cos\alpha_1 \cdot \cos\alpha_3 + \cos\beta_1 \cdot \cos\beta_3 + \cos\gamma_1 \cdot \cos\gamma_3 = 0$$

$$\cos\alpha_2 \cdot \cos\alpha_3 + \cos\beta_2 \cdot \cos\beta_3 + \cos\gamma_2 \cdot \cos\gamma_3 = 0$$

se pot găsi acei factori care derivă dintr-un unghiu mai mare de 90°.

CONCLUZII

Metoda grafică prezentată se caracterizează prin:

1. Face posibilă determinarea pe cale grafică a eforturilor unitare principale și a direcțiilor principale la starea generală de tensiune triaxială prin utilizarea în etape a cercurilor lui Mohr de la starea generală plană.

2. In tot cursul calculului grafic se menţine legătura cu elementul paralelipipedic solicitat ceea ce oferă o privire de ansamblu mai clară a fenomenului decît în cazul unei rezolvări pur analitice.

3. Se poate aplica cu succes şi la rezolvarea problemelor ce se aseamănă cu cea a stării de tensiune triaxială ca de ex.:

a) Calculul grafic al momentelor de inerţie principale şi al poziţiei axelor principale în funcţie de momentele de inerţie şi centrifugale ale unui solid.

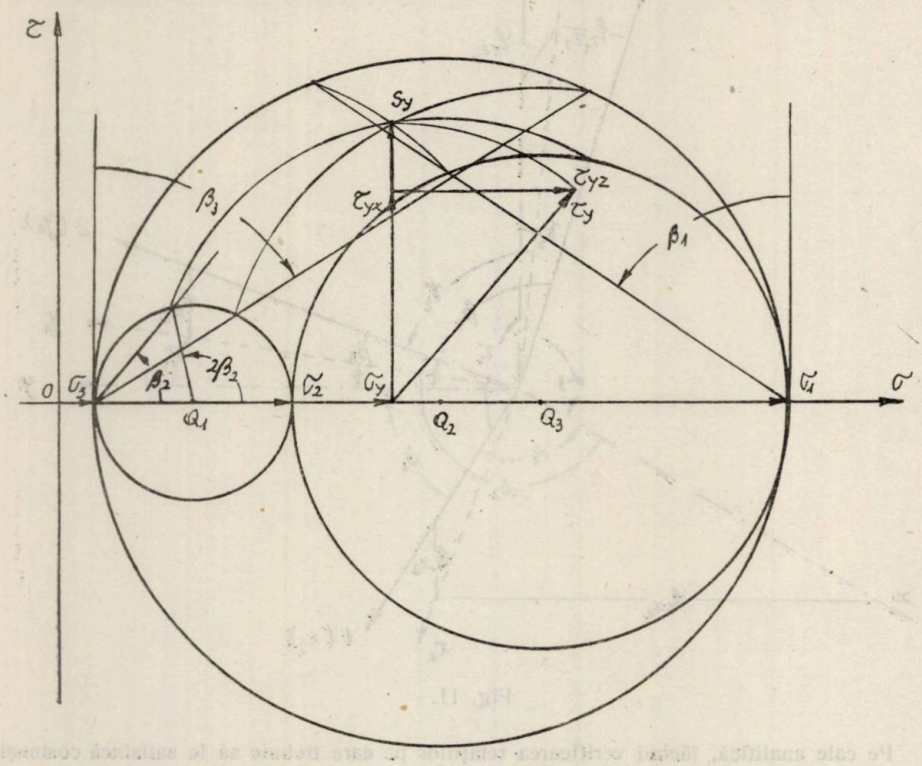


Fig. 12.

b) Calculul grafic al lungirilor specifice principale şi al poziţiei axelor principale de deformaţie în funcţie de componentele deformaţiei.

4. Faţă de timpul cerut la rezolvarea ambelor laturi ale problemei prin metodele cunoscute, metoda grafică propusă este mult mai rapidă.

5. Probabilitatea erorilor accidentale în cursul rezolvării unei probleme date prin metoda grafică propusă este simţitor mai mică decît la o rezolvare analitică.

6. Precizia calculului prin metoda grafică propusă — respectînd principiul său de bază — se încadrează în limitele admise unui calcul grafic care să satisfacă exigenţele practicii ingineresti.

BIBLIOGRAFIE

1. N. I. Bezuhov, *Teoria elasticității și plasticității.* (Traducere din l. rusă). Editura Tehnică București, 1957.
2. C. B. Biezeno, R. Grammel, *Technische Dynamik,* Vol. I, Cap. 1. Ed. Springer Berlin, 1953.
3. Muttnyánszky Ádam, *Szilárdságtan II,* Curs litografiat Budapesta, 1955.
4. Șt. Nădășan, *Curs de rezistența Materialelor.* Vol. II. Litografiat IPT, 1952.
5. A. Nádai, *Plasticinost i razrușenie tverdih tel.* (Traducere din l. engleză). Ed. I L. Moscova 1954.

BEITRAG ZUR ZEICHNERISCHEN BESTIMMUNG DER HAUPTSPANNUNGEN UND IHRER RICHTUNGEN IM ALLGEMEINEN RÄUMLICHEN SPANNUNGSZUSTAND

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Bestimmung der Hauptspannungen und ihrer Richtungen im allgemeinen räumlichen Spannungszustand erfolgt gegenwärtig ausschlisslich rechnerisch.

In der vorliegenden Arbeit wird ein zeichnerisches Verfahren erläutert, das die Verallgemeinerung der Spannungskreise des ebenen Spannungszustandes auf den allgemeinen Fall des räumlichen Spannungszustandes ermöglicht. Das angegebene Verfahren läuft auf eine wiederholte — drei — bis fünfmalige — Drehung des mit dem ursprünglichen Koordinatensystem verbundenen Rechtkantes, hinaus, so dass sich dieser schrittweise immer mehr den Hauptspannungsrichtungen bzw. — ebenen nähert. Nach jeder Drehung werden die Drehwinkel und Spannungskomponenten mit Hilfe der Spannungskreise und Kräfteparallelograme bestimmt.

Durch Anwendung des vorgeschlagenen zeichnerischen Verfahrens ergibt sich gegenüber dem rechnerischen ein bedeutender Zeitgewinn. Die erzielte Genauigkeit genügt den Anforderungen der Ingineurpraxis.

К ВОПРОСУ О ГРАФИЧЕСКОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ГЛАВНЫХ ЕДИНИЧНЫХ УСИЛИЙ И ГЛАВНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ОБЩЕГО СОСТОЯНИЯ ТРЕХОСЕВОГО НАПРЯЖЕНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Определение главных единичных усилий и главных направлений для общего случая трехосевого напряжения, производится в настоящее время только аналитически.

Настоящая работа дает графический метод, позволяющий расширить построение окружностей единичных усилий, начиная с состояния двухосевого напряжения, для разрешения задачи общего состояния трехосеего напряжения.

Метод заключается в последовательном повороте — от трех до пяти оборотов — элементарного нагруженного параллелепипеда связанного с первичной осевой системой, так чтобы он постепенно приближался к положению определенному главными направлениями и плоскостями.

Необходимые углы поворотов и составляющие единичных усилий после каждого поворота определяются при помощи построения окружностей единичных усилий и паралелограмма сил.

Главное преимущество метода по сравнению с аналитическим методом состоит в том что осуществляется экономия времени при расчете.

Точность полученных результатов удовлетворяет нужды инженерской практики.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢIE LA PROBLEMA MĂSURĂRII PUTERILOR MICI ÎN CURENT ALTERNATIV

DE

ERVIN LEBOVICS

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

La cercetări de laborator apare de multe ori necesitatea măsurării puterilor mici, de ordinul cîtorva waţi sau fracţiuni de watt. Asemenea puteri mici nu se pot măsura cu wattmetrele obişnuite, funcţionînd pe principiul electrodinamic, ci doar cu wattmetre speciale, foarte puţin răspîndite în laboratoare.

Mai recent s-a indicat în literatură [2] o metodă de măsurare a puterilor mici, aplicabilă în regim sinusoidal, care se bazează pe principiul rezonanţei. În paralel cu consumatorul, avînd caracter inductiv, se conectează o baterie de condensatori (fig. 1).

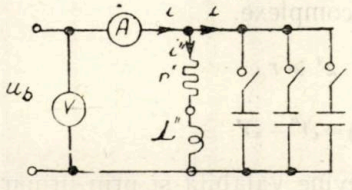


Fig. 1.

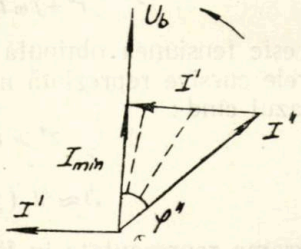


Fig. 2.

Pentru o anumită valoare a condensatorilor conectaţi, curentul I indicat de ampermetru trece printr-o valoare minimă. După cum se vede din diagrama valorilor efective, indicată în fig. 2, această valoare minimă este egală cu componenta activă a curentului I''.

Rezultă deci:

$$P'' = U_b I'' \cos \varphi'' = U_b I_{min} \tag{1}$$

Metoda descrisă este simplă, are însă dezavantajul că necesită un larg asortiment de condensatoare de capacităţi diferite.

O astfel de baterie de condensatori este scumpă şi greoaie la manevrat.

In cele ce urmează se indică cîteva scheme care nu prezintă dezavantajul indicat mai sus, folosindu-se doar un singur condensator.

Problema constă deci în obţinerea unui curent defazat cu $\frac{\pi}{2}$ înaintea tensiunii de borne U_b, care să se poată regla continuu.

In fig 3 este indicată o schemă la care tensiunea aplicată condensatorului C' este obţinută de la un transformator în conectare economică T cu cursor. Acest transformator trebuie astfel ales încît să funcţioneze practic în gol, pentru ca tensiunea reglabilă să fie în fază cu tensiunea de alimentare.

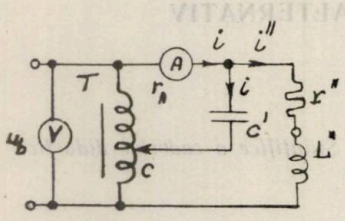


Fig. 3.

La măsurare se manevrează atît timp la cursorul c pînă cînd ampermetrul indică un curent minim. Puterea consumată se calculează folosind relaţia (1).

Pînă acuma nu s-a ţinut seama de rezistenţa ampermetrului, presupunînd $r_A = 0$. Dacă admitem că $r_A \neq 0$, rezultă pentru curentul din ampermetru expresia:

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{U}_b \frac{y'' + \zeta y'}{1 + r_A (y' + y'')} \tag{2}$$

în care:

$$y'' = \frac{1}{r'' + j\omega L''} \qquad y' = j\omega c' \qquad \zeta = \frac{\mathfrak{U}'}{\mathfrak{U}_b}$$

unde $\mathfrak{U}'$ este tensiunea obţinută de la transformator şi $0 \leqq \zeta \leqq 1$.

Literele cursive reprezintă mărimi complexe.

In cazul cînd:

$$z'' \gg r_A \quad \text{şi} \quad z' \gg r_A \tag{3}$$

obţinem:

$$\mathfrak{I} \approx \mathfrak{U}_b (y'' + \zeta y') = \mathfrak{I}'' + \mathfrak{I}' \tag{4}$$

deci diagrama reprezentată în fig. 2 devine valabilă şi prin urmare valoarea minimă indicată de ampermetru reprezintă componenta activă a curentului I''.

In schema din fig. 3 prin ampermetru trece întregul curent din consumator, curentul I' trebuind să fie de acelaşi ordin de mărime cu I''. Dacă valoarea curentului I' ar putea fi numai o fracţiune din valoarea curentului I'', (fig. 4) valoarea lui C' s-ar putea micşora, ceea ce ar constitui un avantaj.

În acest caz s-ar putea măsura cu valori relative mici pentru C' puteri relativ mai mari.

Schema indicată în fig. 5 permite realizarea celor spuse mai sus.

Dacă admitem că:

$$z'' \gg r_1 \quad \text{și} \quad z' \gg r_A \tag{5}$$

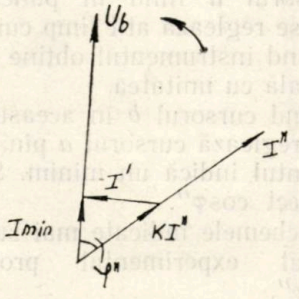


Fig. 4.

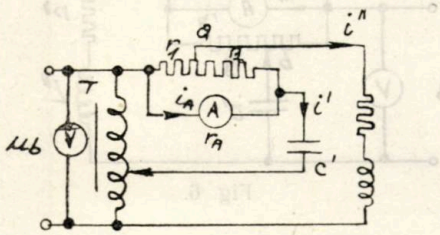


Fig. 5.

rezultă pentru expresia curentului din ampermetru:

$$\mathcal{J}_A \approx \mathcal{J}' + K\mathcal{J}'' \tag{6}$$

unde

$$K = \frac{r_1}{r_1 + r_2 + r_A}$$

Rezistențele r_1 și r_2 trebuie să fie de precizie. Rezistența r_1 trebuie astfel aleasă încît condiția (5) să fie satisfăcută. Valoarea rezistenței r_2 poate fi în jurul valorii lui r_A.

La măsurare, se determină valoarea minimă a curentului I_A.

$$I_{A\,min} = KI'' \cos \varphi'' \tag{7}$$

iar puterea consumatorului rezultă din:

$$P'' = \frac{U_b}{K} I_{A\,min} \tag{8}$$

Schema indicată în fig. 5 mai permite și măsurarea factorului de putere $\cos \varphi''$. Făcînd rezistența r_1 variabilă menținînd însă $r_1 + r_2 = \text{const.}$, putem face ca $|KI''| = 1$ și în acest caz:

$$|I_{A\,min}| = \cos \varphi''$$

Prin urmare la trecerea prin minim a curentului din ampermetru, se poate citi $\cos \varphi''$ direct de pe scala instrumentului.

O variantă a schemei din fig. 5 este indicată în fig. 6. În această schemă trecerea prin minim a curentului I_A se face prin manevrarea cursorului b de la rezistența r_3, conectată în paralel cu ampermetrul.

Avantajul schemei constă în faptul că nu necesită transformatorul T. În schimb față de schema din fig. 5, mai apare în montaj rezistența r_3 cu cursor, care trebuie să fie de precizie.

Și această schemă se poate folosi pentru măsurarea factorului de putere. În acest caz valoarea rezistenței r_3, nu trebuie cunoscută. Măsurarea decurge în felul următor:

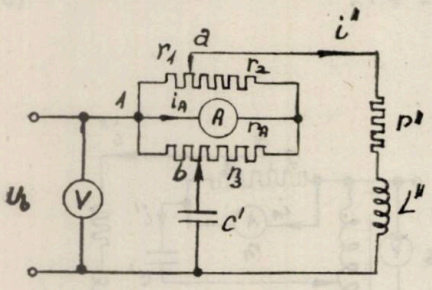


Fig. 6.

Cursorul a fiind în punctul 1 ($K=0$), se reglează atît timp cursorul b pînă cînd instrumentul obține o deviație egală cu unitatea.

Lăsînd cursorul b în această poziție, se reglează cursorul a pînă cînd instrumentul indică un minim. Se citește direct $\cos\varphi''$.

În schemele indicate mai sus s-a determinat experimental produsul $KI''\cos\varphi''$.

În principiu s-ar putea determina și produsul $KU_b\cos\varphi''$. În acest caz ar trebui să însumăm tensiunii KU_b o tensiune U', defazată cu $\frac{\pi}{2}$ în urmă față de I'', (fig. 7).

Pentru o anumită valoare a tensiunii U', tensiunea rezultantă trece printr-un minim, cînd

$$U_{min}=KU_b\cos\varphi''. \tag{9}$$

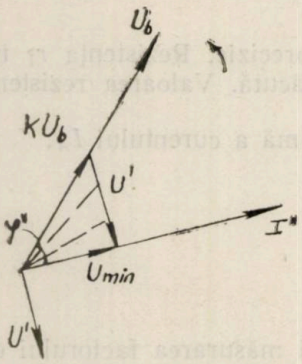


Fig. 7.

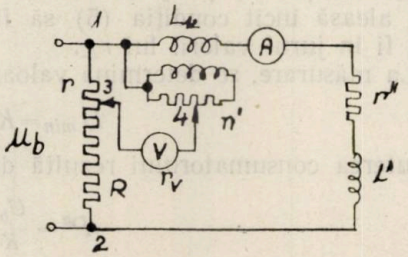


Fig. 8.

Puterea consumată se calculează în acest caz din:

$$P''=\frac{I''}{K}U_{min}. \tag{10}$$

În fig. 8 se arată o schemă care permite determinarea puterii conform relației (10). Tensiunea U' se obține în partea secundară a inductanței mutuale fixe L_{12}. Rezistența r' trebuie astfel aleasă încît inductanța mutuală

să funcționeze practic în gol. Tensiunea KU_b se obține de la un divizor de tensiune ohmic R.

Dezavantajul schemei constă în faptul că necesită un voltmetru avînd rezistența interioară foarte mare. Și această schemă se poate folosi pentru măsurarea factorului de putere.

Erori. Erorile de de măsurare pot apărea din mai multe motive :

1. La schemele care folosesc transformatorul T, tensiunea U' nu este perfect în fază cu U_b. Dacă însă acest transformator este corespunzător ales, erorile devin neglijabile.

2. Condensatorul C' nu este ideal. În acest caz măsurăm și puterea consumată de condensator. Dacă alegem un condensator cu izolație de mică, avînd $\operatorname{tg}\delta \cong 10^{-4}$, se obține la $\cos\varphi'' = 0{,}3$ o eroare procentuală $\varepsilon = 0{,}09\%$, care este neglijabilă față de eroarea de citire la instrumente.

3. Puterea consumată de ampermetru respectiv de rezistența r_1 conduce la o eroare sistematică. Deoarece s-a considerat $Z'' \gg r_A$, eroarea va fi relativ mică. Totuși, la măsurători mai exacte, trebuie să ținem cont de ea. Rezultă expresia :

$$P'' = U_b I_{min} - I_{min}^2 r_A .$$

4. Influența armonicelor superioare. Admitem că tensiunea de borne este sinusoidală, iar curentul din consumator nesinusoidal (bobină cu miez de fier). Dacă de exemplu $\frac{I_1''}{I''} = 0{,}9$ (I_1'' este valoarea efectivă a armonicii fundamentale) și $\Delta'' = \cos\varphi'' = 0{,}1$, valori ce pot să apară frecvent, rezultă o eroare de :

$$\varepsilon = 347\%!$$

Prin urmare, schemele sînt valabile exclusiv pentru un regim sinusoidal.

CONCLUZIE

Schemele indicate în această lucrare permit măsurarea puterilor mici mai rapid și cu mijloace mai simple decît schema din fig. 1. În plus, cu unele din scheme se pot măsura și puteri de ordinul zecilor sau sutelor de wați — atît la frecvențe industriale cît și la frecvențe mai înalte — respectiv se poate măsura factorul de putere al consumatorului.

Dezavantajul principal al acestor scheme constă în faptul că se pot utiliza numai în regim sinusoidal.

Eroarea măsurării puterii depinde de clasa de precizie a voltmetrului și ampermetrului precum și de erorile cauzate de montajul însăși.

Dacă instrumentele sînt de clasa 0,5, eroarea de citire se poate evalua la 1,5%.

BIBLIOGRAFIE

1. Pl. Andronescu, *Bazele teoretice ale electrotehnicei*. Ed. I.P.T. 1954.
2. M. S. Mirenski, Măsurarea puterilor mici cu ajutorul ampermetrului. Electricestvo, 9/1950.

CONTRIBUTION AU PROBLÈME DE LA MESURE DES PETITES PUISSANCES EN COURANT ALTERNATIF

(RÉSUMÉ)

Dans ce travail, on décrit quelques schémas originaux pour la mesure des petites puissances en régime sinusoïdal, à l'aide d'un Voltmètre et d'un ampèremètre.

À la base de ces schémas se trouve la détermination de la composante active du courant du consommateur, par la mesure de la valeur minima d'un autre courant.

On peut employer les schémas décrits pour les fréquences industrielles et même pour des fréquences plus élevées.

ОБ ИЗМЕРЕНИИ МАЛЫХ МОЩНОСТЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе описывается несколько оригинальных схем для измерения малых мощностей в синусоидальном режиме, при помощи вольтметра и амперметра.

Идея лежащая в основании этих схем состоит в определении активной составляющей тока приемника, путем измерения минимального значения другого тока.

Описанные схемы можно применять для промышленных и для более высоких частот.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

ASUPRA CALCULULUI PUNŢILOR SIMPLE DE CURENT CONTINUU ECHILIBRATE

DE
EUGEN POP şi SEVER CRIŞAN

I. CONSIDERAŢIUNI GENERALE

Datorită deosebitei răspîndiri a punţilor, în tehnica măsurătorilor, este natural că le-au fost consacrate nenumărate lucrări care reflectă puncte de vedere diferite. Totuşi, putem observa că în general se face o distincţie între cazul cînd indicatorul are o rezistenţă infinită, faţă de cazul cînd ea este finită. In primul caz, la baza calculului stă sensibilitatea punţii faţă de tensiune, iar în cel de al doilea sensibilitatea faţă de curent sau faţă de putere. In acest ultim caz, folosirea sensibilităţii faţă de tensiune se consideră fără sens [1]. De asemenea metodele de calcul ale condiţiilor optime pentru punte, impun întotdeauna prea multe cerinţe galvanometrelor şi anume: să aibă o anumită sensibilitate faţă de curent S_I, o anumită rezistenţă interioară R_g şi pentru a funcţiona în regim critic amortizat, o anumită rezistenţă critică exterioară. Deoarece aceste trei mărimi nu sînt independente între ele, este evident că în general nu pot fi satisfăcute toate condiţiile impuse. De aceea obişnuit se recomandă să se calculeze S_I şi R_g din condiţiile de sensibilitate iar, dacă rezistenţa exterioară galvanometrului nu corespunde, să se conecteze o anumită rezistenţă în paralel sau în serie cu galvanometrul [3], [4]. Bine înţeles că în acest mod s-a modificat sensibilitatea punţii şi deci trebuiesc refăcute calculele. Prin urmare, determinarea elementelor componente ale punţii se face numai prin calcule succesive şi nu prezintă siguranţa că ne-am situat în condiţiile optim posibile.

In cele ce urmează se va prezenta o metodă de calcul simplă, care elimină contradicţiile dintre diferitele condiţii impuse galvanometrului.

II. METODA DE CALCUL

Considerăm puntea din fig. 1. Pentru determinarea curentului i_g din galvanometru vom folosi teorema lui Thévenin.

$$i_g = \frac{U_0}{R_g + R_{ext}} \tag{1}$$

unde, după cum se ştie, U_0 este tensiunea între punctele a şi b pentru $R_g = \infty$, iar R_{ext} este rezistenţa echivalentă a punţii între aceleaşi puncte, deci reprezintă tocmai rezistenţa exterioară galvanometrului. Pentru a situa galvanometrul în regim critic amortizat, trebuie să avem indeplinită condiţia

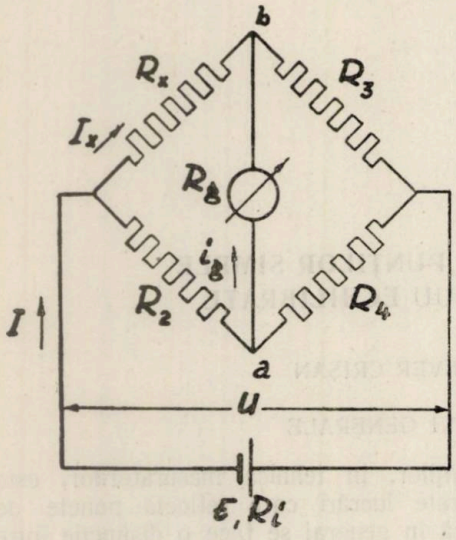


Fig. 1.

$$R_{ext} = R_{ke} \tag{2}$$

unde R_{ke} este rezistenţa critică exterioară a galvanometrului.

Deviaţia galvanometrului va fi

$$\alpha = S_I \cdot i_g = \frac{S_I}{R_g + R_{ext}} U_0. \tag{3}$$

Dacă condiţia (2) este îndeplinită, ţinînd cont că sensibilitatea faţă de tensiune a galvanometrului este

$$S_u = \frac{S_I}{R_g + R_{ke}} \tag{4}$$

obţinem

$$\alpha = S_U \cdot U_0. \tag{5}$$

Această relaţie ne arată că de fapt, cele două cazuri tratate pînă acum distinct ($R_g = \infty$ şi $R_g \neq \infty$), pot fi analizate împreună, prin introducerea sensibilităţii faţă de tensiune dată de (4) şi nu sub forma

$$S'_U = \frac{S_I}{R_g}.$$

Dacă condiţia (2) nu este îndeplinită, relaţia (3) poate fi scrisă:

$$\alpha = \beta \cdot S_U \cdot U_0 \tag{6}$$

unde

$$\beta = \frac{R_g + R_{ke}}{R_g + R_{ext}} \tag{7}$$

este tocmai gradul de amortizare al galvanometrului, neglijînd influenţa frecărilor cu aerul.

Vom trece acum la studiul sensibilităţii punţii în punctul de echilibru, care după sum se ştie se defineşte ca

$$S = \frac{d\alpha}{dR_x} \tag{8}$$

şi deci in cazul nostru

$$S = S_U \frac{dU_0}{dR_x}. \tag{9}$$

(S-a ţinut cont că la echilibru $U_0 = 0$).

Ca punct de plecare pentru dimensioarea punții servește însă pragul relativ de sensibilitate

$$\delta = \frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta \alpha}{S R_x} \tag{10}$$

care trebuie să aibă o anumită valoare, în funcție de precizia rezistențelor din punte. (In general se consideră sensibilitatea suficientă dacă δ este cel mult egal cu jumătatea clasei de precizie a rezistențelor punții [4], [6]).

Folosind notațiile din fig. 1, tensiunea U_0 are expresia

$$U_0 = E \frac{R_x R_4 - R_2 R_3}{R_i (R_x + R_2 + R_3 + R_4) + (R_x + R_3)(R_2 + R_4)} \tag{11}$$

deci, la E constant, în punctul de echilibru

$$\frac{dU_0}{dR_x} = E \frac{R_4}{R_i (R_x + R_2 + R_3 + R_4) + (R_x + R_3)(R_2 + R_4)}$$

și

$$\delta = \frac{\Delta \alpha}{S_U \cdot E} \cdot \frac{R_i (R_x + R_2 + R_3 + R_4) + (R_x + R_3)(R_2 + R_4)}{R_4 \cdot R_x}. \tag{12}$$

Introducem, după cum se obișnuiește, rapoartele

$$m = \frac{R_2}{R_x}, \quad n = \frac{R_3}{R_x}, \quad s = \frac{R_i}{R_x}, \quad mn = \frac{R_4}{R_x}.$$

Cu acestea obținem

$$\delta = \frac{\Delta \alpha}{S_U E} \cdot A \tag{13}$$

unde

$$A = \left(1 + \frac{1}{n}\right)\left[s\left(1 + \frac{1}{m}\right) + 1 + n\right]. \tag{14}$$

Rapoartele optime dintre rezistențe le determinăm din condiția ca δ să fie minim, adică A să fie minim.

Din

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0.$$

rezultă

$$n = \sqrt{1 + s\left(1 + \frac{1}{m}\right)} \tag{15}$$

iar din

$$\frac{\partial A}{\partial m} = 0, \quad \frac{s}{m} = 0. \tag{16}$$

Pentru $s \neq 0$, ultima condiție devine din punct de vedere matematic $m = \infty$, iar practic $\frac{s}{m} \ll 1$.

In-adevăr, valoarea lui A pentru n, dat de (15) este

$$A=\left(1+\sqrt{1+s+\frac{s}{m}}\right)^2$$

şi deci pentru $\frac{s}{m}\ll 1$, putem scrie

$$A=\left[1+\sqrt{1+s}\left(1+\frac{s}{2\,m\,(1+s)}\right)\right]^2. \tag{17}$$

Dacă notăm cu A_∞ valoarea lui A pentru $m=\infty$, adică

$$A_\infty=(1+\sqrt{1+s})^2 \tag{18}$$

şi

$$\frac{A}{A_\infty}=1+\eta$$

rezultă

$$\frac{s}{m}=\eta\sqrt{1+s}\,(1+\sqrt{1+s}) \tag{19}$$

deci pentru ca să nu avem o creştere a lui A mai mare decît $100\,\eta\,\%$, trebuie ca

$$m\geqq\frac{s}{\eta\sqrt{1+s}\,(1+\sqrt{1+s})}. \tag{20}$$

De aici se vede că practic m poate fi chiar foarte mic în afară de cazurile cînd s este mare.

Prin calcule asemănătoare se poate arăta, că dacă vom determina pe n din

$$n=\sqrt{1+s} \tag{21}$$

el va diferi de valoarea dată de (15) cu mai puţin de $100\,\eta\,\%$.

Prin urmare putem considera, relaţia (21) ca şi o condiţie pentru sensibilitatea maximă.

Cu acestea valoarea minimă a lui δ va fi

$$\delta_{min}=\frac{\Delta\alpha}{S_U E}\left(1+\sqrt{1+s+\frac{s}{m}}\right)^2=\frac{\Delta\alpha}{S_U E}(1+\eta)\,(1+\sqrt{1+s})^2. \tag{22}$$

Pentru a putea trece la calcularea efectivă a unei punţi este necesar în prealabil să stabilim valoarea tensiunii electromotoare E. Ea se alege cît mai mare, fiind limitată în general de curenţii admisibili în rezistenţe. La această tratare generală a problemei se presupune că nu există condiţii speciale de putere impuse unei anumite rezistenţe din punte, deci E va fi determinat de ramura punţii cu rezistenţa cea mai mică. Odată aleasă sursa, rezultă că şi s este cunoscut, deci δ_{min} fiind fixat de clasa de precizie a rezistenţelor din punte, din (22) putem calcula pe S_U. Aceasta este singura condiţie pe care i-o impu-

nem galvanometrului. Alegînd galvanometrul cu S_U dat, înseamnă că avem cunoscut și R_{ke}, deci R_{ext}. Rezistența exterioară a galvanometrului la echilibru este

$$R_{ext}=\frac{(R_x+R_2)(R_3+R_4)}{R_x+R_2+R_3+R_4}$$

și cu notațiile introduse

$$R_{ext}=R_x\frac{n}{1+n}(1+m) \tag{23}$$

de aici se determină m, ținînd cont de (2)

$$m=\frac{R_{ke}}{R_x}\cdot\frac{1+n}{n}-1 \tag{24}$$

care trebuie să satisfacă în același timp și inegalitatea (20).

Fiind cunoscute rapoartele m și n, se determină valorile rezistențelor R_2, R_3 și R_4.

Observăm că în tot calculul nu a intervenit explicit nici o condiție referitoare la rezistența galvanometrului, spre deosebire de toate celelalte moduri de tratare a problemei, în care ea joacă un rol esențial.

Din aceste relații generale se pot ușor deduce cazurile particulare care se consideră în mod obișnuit:

1) $U=\text{ct}$, adică $E=U$, $R_i=0$ și deci $s=0$.

Din (16) rezultă că minimul este independent de m iar din (15)

$$n=1 \tag{25}$$

cu aceasta

$$\delta_{min}=4\frac{\Delta\alpha}{S_U U} \tag{26}$$

$$m=\frac{2R_{ke}}{R_x}-1. \tag{27}$$

Se vede că m nu trebuie să fie mic, ci dimpotrivă poate fi mare, spre deosebire de concluziile tuturor lucrărilor anterioare. În plus observăm că dacă m este mic, el poate limita tensiunea de alimentare, deoarece puterea consumată în rezistențele R_2 și R_4 este de $\frac{1}{m}$ ori mai mare decît cea din rezistențele R_1 și R_3. Prin urmare nici nu se recomandă ca m să fie mic, ci în general să avem $m\geqq 1$. In acest caz tensiunea se va determina din $U=2\sqrt{PR_x}$, unde P este puterea admisibilă în rezistență.

Poate fi ales și $m<1$ dacă prin aceasta nu rezultă o tensiune prea mică și deci un galvanometru prea sensibil. Acesta este de exemplu cazul măsurării rezistențelor relativ mari.

Dacă puntea folosită nu permite realizarea lui m dat de (27), se va alege valoarea imediat inferioară posibilă. In acest caz crește gradul de amortizare β și deci timpul de amortizare (fig. 2).

Dat fiind că obişnuit galvanometrele pentru punţi au perioada oscilaţiilor libere, T_0, mică putem admite o creştere a lui β destul de însemnată fără a mări prin aceasta, inadmisibil, timpul de amortizare. Tot odată din (6) rezultă că va avea loc o creştere proporţională a sensibilităţii punţii, şi deci micşorarea lui δ. In cazul cînd timpul de amortizare rezultat ar fi prea mare se va conecta în serie cu galvanometrul o rezistenţă R_v dată de

$$R_v = R_{ke} - R_{ext}.$$

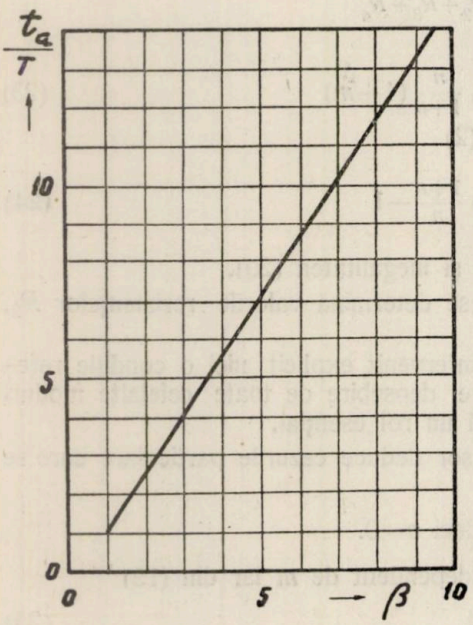


Fig. 2.

Prin aceasta nu este nevoie să refacem calculele referitoare la dimensionarea punţii, deoarece după cum s-a văzut rezistenţa din diagonala indicatoare nu intervine în relaţiile respective.

Nerespectarea exactă a condiţiei (25), nu aduce după sine o scădere pronunţată a sensibilităţii, după cum rezultă din fig. 3, care arată variaţia lui A în funcţie de n, pentru o anumită tensiune U.

Dacă ţinem cont şi de dependenţa tensiunii maxime de alimentare de n, atunci pragul relativ de sensibilitate este

$$\delta = \frac{\Delta\alpha}{S_U \sqrt{P \cdot R_x}} \cdot B.$$

unde pentru $n<1$

$$B = 1 + \frac{1}{n}$$

iar pentru $n>1$

$$B = \frac{1+n}{\sqrt{n}}.$$

Variaţia lui B cu n este arătată în fig. 4.

2) $I = ct.$

Acest caz rezultă considerînd $s = \infty$.

Din (11) avem

$$U_0 = I \frac{R_x R_4 - R_2 R_3}{R_x + R_2 + R_3 + R_4} \tag{28}$$

şi deci

$$\delta = \frac{\Delta\alpha}{S_U \cdot I \cdot R_x} \cdot \frac{(1+m)(1+n)}{m \cdot n}. \tag{29}$$

Notăm în acest caz

$$A=\frac{(1+m)(1+n)}{m\cdot n}.$$

Se observă uşor şi din (15) şi (16) ca şi direct din ultima relaţie că minimul lui A este atins pentru

$$m=\infty, \quad n=\infty \tag{30}$$

adică practic $m\gg 1$, $n\gg 1$.

Valorile lui m şi n sînt limitate pe o parte de puterile admisibile în rezistenţele R_3 şi R_4 iar pe de altă parte de rezistenţa critică exterioară a galvanometrului, întrucît trebuie să avem îndeplinită şi condiţia (24).

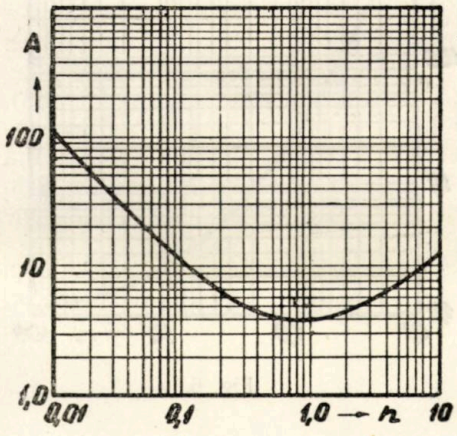


Fig. 3.

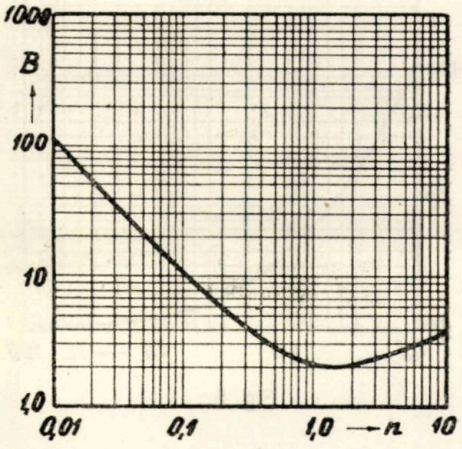


Fig. 4.

Dacă asemănător cu cazul general, vom nota cu η creşterea relativă a lui A din cauza neîndeplinirii condiţiilor (30) vom obţine

$$\eta=\frac{1+m+n}{m\cdot n}.$$

In fig. 5 avem reprezentată variaţia lui A în funcţie de n, pentru cazul $m=n$, iar în fig. 6, pentru $n=10\,m$.

Valoarea minimă a lui δ este $\delta_{min}=\frac{\Delta\alpha}{S_U\cdot I\cdot R_x}$.

Condiţiile referitoare la acest caz au fost deduse parţial şi prin alte metode.

3) $I_x=$ct.

In acest caz

$$U_0=I_x\,\frac{R_xR_4-R_2R_3}{R_2\cdot R_4}$$

şi deci

$$\delta = \frac{\Delta\alpha}{S_u \cdot I_x R_x} \cdot \frac{1+n}{n}.$$

de aici rezultă condiţia

$$n = \infty \text{ sau practic } n \gg 1. \tag{31}$$

Deci minimul lui δ nu depinde de m, care se va determina astfel exclusiv din R_{ke}.

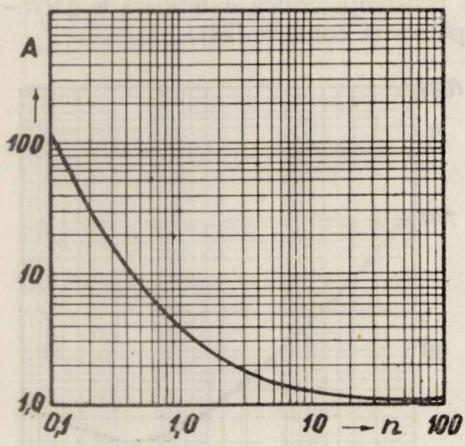


Fig. 5.

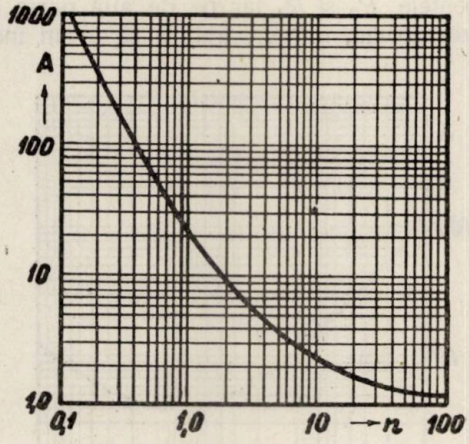


Fig. 6.

III. CONCLUZII

Se observă că atît cazul general, cînd nu sînt impuse condiţii speciale, cît şi în cazurile particulare, cînd astfel de condiţii există, metoda propusă permite determinarea simplă şi fără tatonări a tuturor elementelor punţii, inclusiv galvanometru. Condiţiile de sensibilitate maximă (25), (30), (31) au fost deduse şi de Fischer [1], [2], pentru cazul cînd $R_g = \infty$, susţinînd însă că nu sînt aplicabile cazului $R_g \neq \infty$. Concordanţa acestor rezultate este însa normală şi ea a fost subliniată la începutul expunerii metodei de calcul.

VI. EXEMPLU DE CALCUL

Prezentăm comparativ calculul unei punţi prin metoda sensibilăţii faţă de curent şi prin metoda propusă.

La prima metodă se ştie [1], [2], [3], [5], că valoarea optimă a lui n este

$$n = \sqrt{\frac{p}{1+m+p}}$$

unde $p=\frac{R_g}{R_x}$, iar p şi m se recomandă să fie cît mai mici, în general 0,1. Valoarea rezistenţei pe care dorim să o măsurăm este de 1000 Ω.

Deci cu $m=0{,}1$, $p=0{,}1$ rezultă $n=0{,}3$; $R_{ext}=254\Omega$, $R_g=100\,\Omega$,

Galvanometrul care ne stă la dispoziţie are $c_i=10^{-6}$ A/div. şi R_{ke} 675Ω.

Deci trebuie să conectăm în serie cu el o rezistenţă $R_v=421\Omega$. In acest mod s-a modificat p, deci trebuie recalculat n şi R_v. Prin mai multe încercări obţinem $R_v=300\,\Omega$, deci $p=0{,}4$; $m=0{,}1$; $n=0{,}52$; $R_{ext}=376\,\Omega$ şi deci $R_v+R_{ext}=676=R_{ke}$.

In aceste condiţii, la tensiune de alimentare de 4V şi $\Delta\alpha=0{,}1$ div rezultă

$$\delta=\frac{c_i R_x}{10\cdot U}\left\{1+m+n+mn+p\left(\frac{1}{n}+2+n\right)\right\}=0{,}86\cdot 10^{-4}.$$

Tensiunea maximă care poate fi aplicată punţii este $U_{max}=15{,}2\sqrt{P}$.

La metoda propusă, folosind acelaşi galvanometru şi aceeaşi tensiune de alimentare avem

$$n=1;\quad m=\frac{2R_{ke}}{R_x}-1=0{,}35$$

$$\delta=4\,\frac{\Delta\alpha}{S_u\cdot U}=0{,}775\cdot 10^{-4}.$$

Dacă de exemplu nu putem realiza $m=0{,}35$ ci numai $m=0{,}1$ obţinem $R_{ext}=550\,\Omega$ deci vom conecta în serie cu galvanometrul o rezistenţă $R_v=675-550=125\,\Omega$.

Pe lînga simplitatea calculului se observă că şi sensibilitatea obţinută este mai mare decît la dimensionarea cu metoda clasică, De fapt se poate obţine o sensibilitate şi mai mare, întrucît în acest caz chiar la $m=0{,}1$ tensiunea maximă de alimentare este $U_{max}=20\sqrt{P}$, iar dacă $m>0{,}1$ ea poate fi şi mai mare.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Fischer, E. u. M. 1930 H 48, p. 1060.
2. I. Krönert, *Messbrücken und Kompensatoren.* R. Oldenburg, 1935.
3. W. Schwerdtfeger, *Elektrische Messtechnik,* C. Winter, 1937, v. I.
4. G. Johansen, AEG — Mitt., 1940 H 9/10 p. 212.
5. K B. Karandeev, *Metodî elektriceschih izmerenii,* Gosenergoizdat, 1952.
6. K B. Karandeev, *Mostovîe metodî izmerenii,* Gostehizdat Ukrainskoi SSR Kiev, 1953.

SUR LE CALCUL DES PONTS SIMPLES DE COURANT CONTINU, ÉQUILIBRÉS

(RÉSUMÉ)

On présente une nouvelle méthode de calcul, basée sur la sensibilité à la tension du galvanomètre, donnée par la relation (4). De cette manière, il en résulte un seul moyen de traiter le problème autant dans le cas ou $R_g = \infty$ que dans le cas ou $R_g \neq \infty$. Aussi impose-t-on au galvanomètre une seule condition, S_u, et il est toujours possible de réaliser le régime critique d'amortisation sans la diminution de la sensibilité du pont.

О ВЫЧИСЛЕНИИ ПРОСТЫХ УРАВНОВЕШЕННЫХ МОСТОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Описывается новый метод расчета, основанный на чувствительности гальванометра к напряжению, данной отношением (4). Таким образом является единственный способ разрешения задачи когда $R_g = \infty$ и когда $R_g \neq \infty$.

Кроме того к гальванометру пред является единственное условие S_u что всегда дает возможность осуществления критического режима амортизации, без уменьшения чувствительности моста.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

UNELE PROBLEME PRIVIND TRACŢIUNEA ELECTRICĂ CU ENERGIE CINETICĂ ÎNMAGAZINATĂ

DE

CONSTANTIN ŞORA şi VLAD VĂZDĂUŢEANU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

1. În ultimii 10 ani a fost experimentat şi dat în exploatare în mod izolat, un nou tip de vehicul pentru transportul în comun, numit girobus, a cărui funcţionare se bazează pe energia cinetică înmagazinată într-un volan. Acest vehicul nu necesită cale, nici linie de contact, iar forţa de tracţiune este dezvoltată cu ajutorul motoarelor electrice.

Instalaţiile de tracţiune pentru transportul în comun urban, bazate pe energia cinetică înmagazinată într-un volan, folosesc reţelele de distribuţie la frecvenţă industrială şi tensiune nominală 380 V sau 500 V şi funcţionează după principiul de mai jos.

În perioada de „încărcare", o maşină asincronă cuplată cu volanul, accelerează volanul pînă la turaţia maximală. Pe traseu, maşina asincronă antrenată de volan, va funcţiona ca generator autoexcitat, alimentînd motorul de tracţiune, care este asincron în scurt-circuit. În scopul de a micşora pierderile prin frecare, grupul volan-maşină asincronă, este închis într-o cutie metalică, în care se face vid, sau se introduce hidrogen (sau heliu).

În prezenta lucrare, se tratează problemele de bază care intervin la realizarea grupului volan-maşină asincronă, cu o contribuţie privind unele precizări de calcul.

2. În fig. 1 este arătată o secţiune prin grupul volan-maşină asincronă.

Forma constructivă a volanului de o anumită greutate este determinată de condiţia ca la o iuţeală periferică dată, energia cinetică înmagazinată în volan să fie cît mai mare. Expresia energiei cinetice este dată de relaţia :

$$W = \frac{1}{2} \theta \Omega^2$$

în care θ este momentul de inerţie,
Ω — iuţeala unghiulară.

Tensiunile ce se stabilesc în volan fiind proporţionale cu patratul iuţelii periferice, este evident că aceasta din urmă este limitată de calitatea materialului folosit şi de procesul tehnologic de confecţionare. Faţă de cele de mai sus, o mărire a momentului de inerţie se poate obţine dacă partea cea mai mare din greutatea volanului este repartizată inelului exterior. Pe de altă parte, pentru ca în toate punctele să se stabilească aceleaşi tensiuni, trebuie ca volanul să aibă forma unui disc de egală rezistenţă.

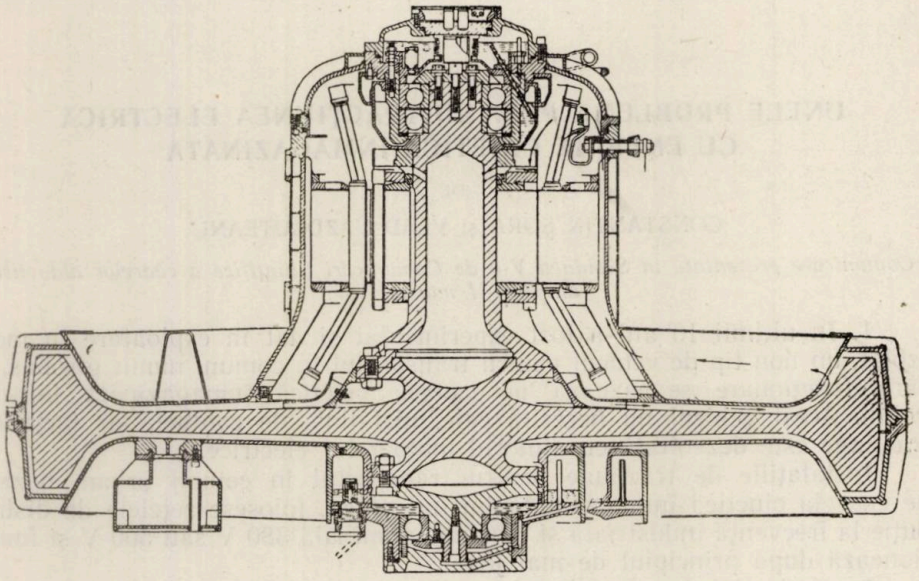


Fig. 1. Grupul volan-maşină asincronă.

În timpul rotaţiei, o parte din energie se pierde din cauza frecărilor dintre volan şi mediul înconjurător. Valoarea energiei consumată prin frecări, depinde de cantitatea de gaz în contact cu volanul în unitate de timp şi de energia cinetică ce se transmite gazului. Masa de gaz în contact cu volanul este proporţională cu greutatea specifică, cu iuţeala periferică şi cu suprafaţa volanului, adică cu diametrul la patrat. Pe de altă parte, energia cinetică este proporţională cu patratul iuţelii.

Pierderile prin frecare, pot fi calculate cu relaţia

$$P_f = 9{,}81 \cdot k \cdot \gamma \cdot v^3 D^2 \text{ [kw]} \qquad (1)$$

în care : k este un coeficient care se măsoară în sec^2/m ;

γ — greutatea specifică în kg/m^3 ;

v — iuţeala periferică în m/sec ;

D — diametrul volanului în m.

Dacă se iau în considerare pierderile suplimentare determinate de grosimea medie a discului (b), relația de mai sus devine

$$P_f = 9{,}81\,\gamma\, k \cdot v^3 \cdot D(D+5b)\,[\text{kw}], \tag{2}$$

Coeficientul k depinde de cifra lui Reynolds

$$\text{Re} = \frac{vD}{2\nu} \tag{3}$$

în care ν este viscozitatea cinematică a gazului. Valorile coeficientului k obținute experimental de Pfleiderer sînt arătate în fig. 2. Din diagramele

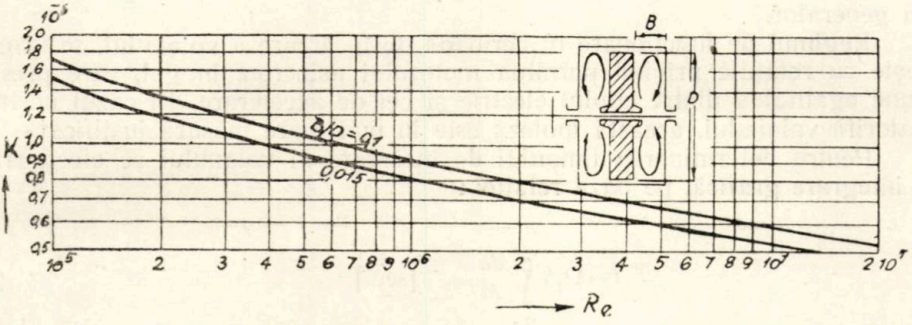


Fig. 2. Valorile coeficientului k determinate experimental (Pfleiderer).

reprezentate în această figură rezultă că spațiul B dintre volan și carcasa acestuia, trebuie să fie mic, însă valoarea coeficientului k crește dacă raportul $\frac{B}{D}$ devine mai mic de 0,012 (B, 1).

La dimensionarea vehiculelor bazate pe energie cinetică înmagazinată, trebuie să se țină seamă de efectul giroscopic al volanului cu axa verticală. În special trebuie avut în vedere că oscilațiile în jurul axei orizontale și forțele datorite efectului giroscopic pot cauza încărcări mari asupra lagărelor. De aceea este necesar ca grupul volan-mașină asincronă să fie fixat pe cadrul vehiculului cu ajutorul unor suporți elastici.

3. Mașina asincronă, are 2 poli și rotorul în scurt-circuit. În cazul alimentării la 50 Hz, volanul este accelerat pînă la o turație apropiată de 3 000 rot/min. Această soluție este simplă și corespunzătoare. Mărirea turației volanului peste 3 000 rot/min, prin introducerea unei transmisii intermediare, nu ar justifica costul și greutatea ridicată a acestei transmisii. Folosirea unei mașini asincrone cu mai multe trepte de turație în scopul de a micșora pierderile care apar în perioada de încărcare a volanului, de asemenea nu este de recomandat, pe de o parte pentru că conduce la un număr mai mare de borne, ce înrăutățesc condițiile de etanșare, iar pe de altă parte, deoarece saturația circuitului magnetic variază de la o treaptă de turație la alta.

Alegerea maşinii asincrone, atît în ceea ce priveşte puterea cît şi soluţia constructivă, trebuie să fie făcută pe baza următoarelor consideraţiuni :

Maşina asincronă, prezintă două regimuri distincte de funcţionare, cu solicitări termice diferite. Regimul de solicitare termică mai mare, corespunde mersului ca motor, adică încărcării volanului. În această perioadă, care reprezintă un proces de pornire de durată mai lungă, solicitarea termică a maşinii va depăşi cu mult pe cea corespunzătoare puterii nominale. În perioada de mers ca generator, cînd maşina furnizează energia electrică necesară vehiculului, solicitările fiind mult mai mici, sub cele nominale, pentru aprecierea datelor principale ale maşinii, la început se vor lua în considerare numai condiţiile de funcţionare din prima perioadă, urmînd ca ulterior, la calculul încălzirii, să se ţină seama şi de perioada de mers ca generator.

Regimul de funcţionare în perioada de încărcare a volanului, se urmăreşte cu relaţiile privind pornirea motorului asincron, în gol, care presupune egalitatea dintre cuplul electric şi cel de accelerare. În cazul nostru, datorită volanului, această ipoteză este în mai mare măsură justificată.

Pentru determinarea timpului de încărcare al volanului se efectuează o integrare grafică, pe baza relaţiei :

$$t = \Omega_1 \theta \int_{a_f}^{a_i} \frac{da}{M} \quad [\text{sec.}] \tag{4}$$

în care M este cuplul electric (kgm) ;

Ω_1 — iuţeala unghiulară sincronă (sec^{-1}) ;

a_i — alunecarea iniţială ;

a_f — alunecarea finală.

Timpul de încărcare al volanului, depinde de alura curbei cuplului. La o anumită putere a motorului, pentru a obţine un timp cît mai scurt, suprafaţa închisă de curbă trebuie să fie cît mai mare, ceea ce revine de fapt la a spune că este necesar un cuplu mediu de pornire cît mai ridicat.

Pentru ca frecvenţa la mersul ca generator a maşinii asincrone, să nu scadă sub 25 Hz, turaţia minimă a volanului va fi de 1 500 rot/min. Accelerarea volanului de la această turaţie, pînă aproape de turaţia de sincronism, se face în mod obişnuit în 2—3 minute.

Puterea motorului care ar rezulta din această condiţie, are un caracter orientativ, deoarece, elementul hotărîtor în alegerea motorului, îl constituie încălzirea. O atenţie deosebită trebuie acordată încălzirii cuprului rotoric. Căldura dezvoltată în această parte a maşinii, este dată în ultima expresie, de relaţia (B. 4) :

$$Q_2 = \frac{1}{2} \cdot \Omega_1^2 \cdot \theta \cdot (a_i^2 - a_f^2). \tag{5}$$

Deci, indiferent de datele motorului, cantitatea de căldură care se dezvoltă în cuprul rotoric în perioada de încărcare a volanului, depinde exclusiv de energia cinetică înmagazinată în volan la turaţie maximală şi de

limitele de alunecare între care se face accelerarea acestuia. Cuprul rotoric trebuie să poată prelua și transmite pachetului de oțel respectiv mediului de răcire, căldura dezvoltată în acest interval de timp (rel. 5).

În ipoteza că cuprul rotoric ar prelua în întregime căldura dezvoltată, supratemperatura atinsă ar fi:

$$\vartheta = \frac{Q_2}{G \cdot c} \,^{\circ}\mathrm{C}. \tag{6}$$

în care: G este greutatea cuprului rotoric (kg);
c — căldura specifică a cuprului (390 joule/kg °C).

Supratemperaturile obținute pe baza relației (6), sînt evident foarte mari.

4. În cele ce urmează, pe baza condițiunilor de mers stabilite pentru o anumită situație, se vor efectua unele calcule cu privire la grupul volan-mașină asincronă.

Se iau în considerare următoarele date:

Greutatea vehiculului încărcat	$Q=9{,}5$ t
Declivitatea medie	$i=5‰$
Iuțeala maximă	$V=35$ km/h
Iuțeala de la care începe frînarea	$V_f=20$ km/h
Rezistența specifică de rulare	$w=15$ kg/t
Distanța între două stații de încărcare	$s=3$ km
Coeficientul care ține seamă de masele în mișcare de rotație	$\alpha=0{,}1$.

Rezistențele opuse mișcării la vehicule cu bandaje pneumatice se pot calcula cu relația:

$$R=(w \pm i)\, Q + 3{,}5 \left(\frac{V}{10}\right)^2.$$

Cu datele de mai sus rezultă $R=232$ kg.

Energia necesară accelerării la pornire se compensează prin mers fără curent sau prin recuperare de energie, astfel încît în calcule se pot considera practic numai pierderile corespunzătoare frînării.

Energia consumată în ipoteza că avem 6 opriri este:

$$L=R \cdot s + 6 \frac{1000\,(1+\alpha)}{2g}\, Q V_f^2 = 792\,000 \text{ kgm}$$

g fiind accelerația gravitației.

Ținînd seamă de pierderile care se produc de la volan pînă la periferia roților de tracțiune, se poate aprecia energia necesară la 1 500 000 kgm.

Pentru calculul momentului de inerție, considerînd energia furnizată de volan numai pînă la turația de 1 500 rot/min, se poate scrie relația:

$$\frac{3}{4} \frac{\theta \Omega_1^2}{2} = 1{,}5 \cdot 10^6 \text{ kgm}$$

din care rezultă pentru momentul de inerție valoarea de 40 kgm sec^2.

Dacă se apreciază diametrul la 1,5 m rezultă pentru volan o greutate în jur de 1 000 kg.

În ipoteza că volanul se roteşte în aer care la temperatura de 20 °C are coeficientul de vîscozitate cinematică egal cu $15{,}1 \times 10^{-6}$ m²/sec şi greutatea specifică 1,2 kg/cm³, valoarea pierderilor calculată cu relaţia (2) este de 14,45 kW.

Coeficientul k s-a calculat din diagrama din fig. 2 considerîndu-se $\frac{B}{D}=0{,}015$, iar grosimea medie a discului egală cu 40 mm.

În aceleaşi condiţiuni de lucru în cazul că volanul se roteşte în atmosferă de hidrogen, valoarea pierderilor este de 1,42 kW ; aceasta, întrucît hidrogenul este de 14,4 ori mai uşor decît aerul iar cifra de vîscozitate cinematică este de 6,6 ori mai mică ca a aerului.

Referindu-ne la exemplul dat, energia cinetică înmagazinată în volan la 3 000 rot/min, este :

$$\frac{1}{2}\theta\,\Omega_1^2 = 19{,}15 \cdot 10^6 \cdot \text{Joule} = 5{,}5 \text{ kwh.}$$

Căldura dezvoltată în rotor, în ipoteza că se neglijează pierderile în fier, în perioada de accelerare a volanului, de la 1 500 rot/min ($a_i = 0{,}5$), pînă la turaţia maximală teoretică de 3 000 rot/min ($a_f = 0$), rezultă :

$$Q_2 = 4{,}95 \cdot 10^6 \cdot \text{Joule} = 1180 \text{ kcal.}$$

Condiţiile reale de funcţionare sînt de fapt mai avantajoase, deoarece distanţa dintre staţiile de încărcare se alege astfel încît, încărcarea volanului se face în mod obişnuit de la 1 800—2 000 rot/min.

Dacă încărcarea volanului durează 2 minute, cuplul echivalent mediu M', în intervalul respectiv de turaţie va fi 52,4 kgm. Cuplul echivalent M', este cuplul teoretic constant, care ar produce accelerarea volanului în acelaşi timp, adică :

$$M' = \frac{a_i - a_f}{\int_{a_f}^{a_i} \frac{da}{M}} \cdot \tag{7}$$

Puterea maşinii va fi cu atît mai mică, cu cît raportul dintre cuplul echivalent M' şi cuplul nominal M_n va fi mai mare. Valoarea acestui raport este determinată de alura curbei cuplului, respectiv de construcţia maşinii. Valorile mai mari corespund în general unor greutăţi mărite, ceea ce pentru posibilitatea de preluare a căldurii dezvoltate, este avantajos. În ipoteza că acest raport ar fi în jurul valorii 1,8, rezultă o putere a maşinii la mers ca motor, de aproximativ 90 kW.

Pentru a ne face o idee asupra solicitării termice a rotorului, apreciem capacitatea calorică a cuprului rotoric a acestei maşini, la 10.000 Joule°/C. Dacă cuprul rotoric ar prelua în întregime căldura dezvoltată Q_2, supratemperatura admisă ar fi în jur de 500 °C, ceea ce evident reprezintă o valoare exagerată. În realitate timpul de 2 minute, cît s-a presupus că durează încărcarea, este destul de mare, pentru ca o bună parte din căldură să fie preluată de pachetul de oţel şi mediul de răcire, astfel încît supratemperatura reală este mult mai mică.

Căldura dezvoltată în cuprul statorului în ipoteza că se neglijează curentul de magnetizare față de curentul principal este :

$$Q_1 \cong \frac{r_1}{r_2'} Q_2 \tag{8}$$

în care, r_1 este rezistența înfășurării statorice ;

r_2' — rezistența înfășurării rotorului redusă la stator.

Din cele expuse, reiese că solicitarea termică a mașinii în perioada de încărcare a volanului este mare, ceea ce face ca în construcția obișnuită, mașina să nu poată face în general față acestei solicitări. De aceea, se recurge la unele particularități constructive, menite să asigure condiții de răcire cît mai bune. În acest sens, hidrogenul introdus pentru micșorarea pierderilor prin frecare la volan, servește în același timp și pentru răcirea mașinii. În scopul de a intensifica răcirea rotorului, barele coliviei se execută cu secțiune tubulară, care permite trecerea ușoară a hidrogenului. Dacă efectul natural de ventilație al volanului nu este suficient pentru a asigura circulația hidrogenului în interiorul mașinii, se poate prevedea un mic ventilator centrifugal, fixat de volan. De asemenea, în jurul carcasei mașinii se prevede o cămașe, pentru trecerea apei de răcire.

Ținînd seama de numărul mare de parametri care intervin, de condițiile de funcționare și de particularitățile constructive adoptate, determinarea încălzirii numai pe baze teoretice, are un caracter de orientare. Un calcul mai exact, trebuie să se bazeze pe încercări experimentale făcute în acest scop.

Randamentul energetic al încărcării este mic și anume mai mic decît 0,75 dacă încărcarea se face de la turația de 1 500 rot/min pînă la turația maximală și mai mic decît 0,5 în cazul unei încărcări de la turația zero. Valorile de 0,75 și 0,5 corespund situației cînd s-ar lua în considerare numai pierderile în cuprul rotoric. Pentru siguranță, stațiile de alimentare se pot așeza la o distanță mai mică, ceea ce ar avea ca urmare micșorarea timpului de încărcare a volanului sub 2 minute și natural a puterii medii la încărcare.

S-ar mai putea pune problema, în ce măsură cheltuielile generale sînt mai mici decît în cazul folosirii firobusului. Dacă se evaluează la 250 000 lei costul unei linii duble de firobus, la 4 500 000 lei a unei substații de tracțiune 2×500 A și la 200 000 lei a unei stații de alimentare de 250 kVA, raportul dintre costul global al instalației pe 1 km pentru cele două sisteme de tracțiune ar fi aproximativ 1/7, în favoarea girobusului. Dacă sub acest aspect girobusele prezintă interes pentru orașele mai mici, ele pot fi avantajoase și în orașele mari, pe de o parte față de autobusele cu mașini termice, pe de altă parte, față de firobuse, în ceea ce privește instalarea în centrele aglomerate a unei linii de firobus.

BIBLIOGRAFIE

1. * * *, Mașinostroenie 6/1956, p. 55.
2. H. A. Starockolcki, Elektricestvo 5/1955, p. 13.

3. Ch. Carrard, Le Girobus et le girotracteur a volant accumulateur d'energie cinetique. Le Genie civil 1/1952.
4. R. Richter, *Elektrische Maschinen*. Verlag Birkhäuser Basel 1954.

QUELQUES PROBLÈMES AU SUJET DE LA TRACTION ÉLECTRIQUE A L'ÉNERGIE CINÉTIQUE EMMAGASINÉE

(RÉSUMÉ)

Dans ce travail, on présente les problèmes fondamentaux qui interviennent dans la réalisation du groupe volant-machine asynchrone et on y expose quelques indications de calcul dont on donne aussi un exemple.

ВОПРОСЫ КАСАЮЩИЕСЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТЯГИ РАЗВИВАЕМОЙ АКУМУЛИРОВАННОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИЕЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе указываются основные задачи возникающие при осуществлении группы Маховик-асинхронная машина, с добавлением некоторых указаний касающихся вычислений.

Для уточнения идей дается пример вычислений.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢII LA ÎMBUNĂTĂŢIREA CALITĂŢII ELECTROPORŢELANULUI PRIN FOLOSIREA FELDSPATULUI DE MUNTE-RECE

DE

C. HONAE, R. ABRAMOVICI, B. DULHAZ, V. DUDILĂ

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

INTRODUCERE

Problema izolaţiei liniilor de înaltă tensiune prezintă o importanţă deosebită din punct de vedere al gradului de siguranţă în exploatare a sistemelor energetice. Alegerea izolaţiei liniilor este importantă şi din punct de vedere economic, deoarece pe de o parte, deranjamentele cauzate de o izolaţie necorespunzătoare scot linia din funcţiune pentru perioade de timp destul de lungi (mai ales iarna în condiţii grele), cauzînd prin aceasta o pierdere anuală de energie importantă, iar pe de altă parte, schimbarea ulterioară a unei izolaţii necorespunzătoare este o cheltuială pe cît de mare, pe atît de nejustificată.

Liniile de transport de energie construite la noi în ultimii ani au fost dotate exclusiv cu izolatoare fabricate în ţară, din materii prime indigene. Calitatea acestor izolatoare precizată de caracteristicile lor electrice şi mecanice, nu este însă corespunzătoare gradului de siguranţă ridicat ce se cere azi în exploatarea sistemelor energetice, lucru confirmat şi de faptul ca M.E.E. a cerut să se studieze comportarea în exploatare a izolatoarelor fabricate în ţară. În acest scop s-au cercetat toate fişele de avarii ale Inspecţiei Avariilor din M.E.E. pe 1955 şi s-a întocmit o statistică din punct de vedere al naturii deranjamentului, al felului izolatoarelor şi al tensiunii liniilor, rezultatele trecîndu-se în tabela 1.

Din aceasta se trage concluzia că majoritatea deranjamentelor de izolaţie în sistemele noastre energetice se datoresc străpungerilor, cari, contrar fenomenelor obişnuite în exploatarea liniilor, depăşesc uneori cu mult cazurile conturnărilor. Aceste date indică direcţia de dezvoltare a cerce-

Tabela 1

Criteriul de clasificare		Numărul defectelor (%)	Felul defectului			Total
			străpungeri	conturnări	mecanice	
după natura defectului		354 (100%)	253 (71,5%)	90 (25,4%)	11 (3,1%)	354 (100%)
după felul izolatoarelor	izolatoare de linie	248 70%	164 66%	78 31,5%	6 1,5%	248 100%
	izolatoare suport de separator	69 19,6%	65 94%	2 3%	2 3%	69 100%
	izolatoare de trecere	37 10,4%	24 65%	10 27%	3 7,3%	37 100%
Total		354 100%				
după tensiuni	6 kV	36 10,2%	34 94%	2 6%	—	36 100%
	10 kV	8 2,26%	1 12,5%	3 37,5%	4 50%	8 100%
	15 kV	149 42%	128 86%	16 10,7%	5 3,3%	149 100%
	25 kV	4 11,6%	16 39%	24 58,5%	1 2,5%	41 100%
	35 kV	48 13,5%	32 66,7%	15 31,3%	1 2%	48 100%
	60 kV	61 17,24%	37 60%	24 40%	—	61 100%
	110 kV	8 2,2%	1 12,4%	7 87,6%	—	8 100%
	alte tensiuni	2 1%				
Total		354 100%				

tărilor, arătînd că va trebui să se acorde o atenţie deosebită calităţii electroporţelanului.

Pînă în anii din urmă, fabricarea electroporţelanului la noi se făcea în mare parte din materii prime importate. După sistarea importului, problema obţinerii unor mase bune din materii prime indigene a cîştigat o

mare importanţă, fiind luate în cercetare o serie de materii prime indigene, exploatate sau neexploatate. Astfel au fost studiate de către diferite institute de cercetări din ţară şi străinătate, materii prime şi mase de electroporţelan, înregistrîndu-se progrese importante. În acest sens, într-un studiu efectuat de Institutul de cercetări electroceramice Moscova asupra materiilor prime romîneşti, se indică posibilitatea obţinerii unui electroporţelan de calitate din materii prime indigene, printre cari şi pegmatitul de Caransebeş.

Un alt studiu elaborat în ţară de I.C.P.E.T., avînd acelaşi obiect de cercetare, ajunge la aceleaşi concluzii, recomandînd folosirea drept fondant a feldspatului de Crîşma. Cu toate acestea, o bună parte din rezultatele acestor cercetări n-au putut fi valorificate în fabricaţia curentă a electroporţelanului, deoarece zăcămintele materiilor prime respective nu se exploatează.

Scopul lucrării de faţă este de a îmbunătăţi caracteristicile electrice ale electroporţelanului, luînd ca bază exclusiv materii prime indigene şi exploatate. În acest sens s-au urmărit două direcţii de cercetare : a) îmbunătăţirea maselor prin modificarea compoziţiilor şi b) modificarea procesului tehnologic. În vederea îmbunătăţirii maselor s-a experimentat introducerea în mase a feldspatului de Munte-Rece, alcătuind un număr de variante de mase de electroporţelan pe baza acestui feldspat. În ceea ce priveşte modificarea procesului tehnologic aplicat în prezent, s-a urmărit influenţa măririi fineţei de măcinare asupra proprietăţilor produsului.

METODICA CERCETĂRILOR

Materiile prime luate în considerare au fost întîi analizate şi apoi introduse în mase în proporţii variabile. Au fost preparate şase mase experimentale în cantităţi semiindustriale, în condiţii similare cu cele în cari se prepară masa curentă a fabricei Electro-Ceramica Turda. Din aceste mase au fost confecţionate epruvete în conformitate cu standardele de stat în vigoare, în număr de 450. Epruvetele au fost arse într-unul din cuptoarele ceramice ale fabricei de mai sus şi într-un cuptor electric cu bare de silită, la temperaturi diferite. Epruvetele arse au fost supuse la încercări electrice, fizico-mecanice şi optice, în laboratoarele de tensiuni înalte, rezistenţa materialelor şi materiale de construcţii din cadrul Institutului Politehnic Timişoara.

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Au fost luate în lucru următoarele materii prime, cu compoziţia chimică indicată în tabela 2.

Dintre materiile prime mai sus menţionate, singura care nu a fost încă folosită la fabricarea electroporţelanului este feldspatul de Munte-Rece. Primul studiu cu privire la zăcămintele de feldspat de Munte-Rece se datorează Prof. Stoicovici de la Univ. Victor Babeş din Cluj. Din analizele

Tabela 2

Denumirea materiei prime	Compoziția chimică în %							
	PC	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	MgO	K_2O	Na_2O
Caolin de Aghireș	11,27	53,20	33,31	1,09	0,65	0,30	0,53	0,57
Caolin de Harghita	10,33	51,10	33,60	0,65	1,25	0,30	2,62	0,18
Nisip de Aghireș	0,40	97,62	1,28	0,36	0,20	0,14	—	—
Feldspat de Teregova	0,63	72,70	17,41	1,06	0,70	1,20	3,01	3,42
Feldspat de Munte-Rece	0,45	66,10	20,25	0,08	0,12	0,05	9,72	3,25

și încercările efectuate, reiese că feldspatul de Munte-Rece este de o calitate mult superioară celui de la Teregova, în special sub raportul conținutului de K_2O, care influențează hotărîtor calitatea electroporțelanului din punct de vedere al pierderilor și rigidității dielectrice. De asemenea, procentul ridicat de K_2O este un factor ce influențează favorabil comportarea maselor respective la ardere, ca urmare a vîscozității mai ridicate a topiturii. Culoarea după ardere a feldspatului de Munte-Rece este perfect albă.

Elaborarea maselor. Materiile prime au fost măcinate umed în moara cu bile, alcătuindu-se mase cu compoziția indicată în tabela 3.

Tabela 3

Denumirea masei	Compoziția procentuală a maselor						
	M 1	M 2	M 3	M 4	M 5	M 6	M 7
Caolin de Aghireș	44	44	45	46	39	45	43
Caolin de Harghita	10	10	11	10	16	10	17
Nisip de Aghireș	11	11	13	20	20	15	15
Feldspat de Teregova .	32	32	—	—	—	—	—
Felespat de Munte-Rece . .	—	—	23	24	25	30	25
Cioburi de porțelan . . .	3	3	3	—	—	—	—

Compoziția chimică a maselor este arătată în tabela 4.

Tabela 4

Denumirea masei	Compoziția chimică în procente							
	PC	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	MgO	K_2O	Na_2O
M 1	6,24	64,65	24,47	0,96	0,66	0,61	1,49	1,41
M 2	6,24	64,65	24,47	0,96	0,66	0,61	1,49	1,41
M 3	6,38	62,65	25,28	0,66	0,50	0,21	3,02	1,22
M 4	6,40	64,90	24,07	0,65	0,49	0,21	2,83	1,06
M 5	6,22	64,95	23,66	0,65	0,52	0,21	3,05	1,06
M 6	6,30	63,44	24,69	0,63	0,49	0,21	3,42	1,28
M 7	6,77	62,66	25,28	0,65	0,55	0,21	3,10	1,09

Formulele Seger ale maselor sînt :

Masa M 1 și M 2

$$\begin{matrix} 0{,}2419\ K_2O \\ 0{,}3460\ Na_2O \\ 0{,}1805\ CaO \\ 0{,}2310\ MgO \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 3{,}8360\ Al_2O_3 \\ 0{,}0918\ Fe_2O_3 \end{matrix} \cdot 16{,}4650\ SiO_2$$

Masa M 3

$$\begin{matrix} 0{,}4815\ K_2O \\ 0{,}2955\ Na_2O \\ 0{,}1335\ CaO \\ 0{,}0780\ MgO \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 3{,}7200\ Al_2O_3 \\ 0{,}0630\ Fe_2O_3 \end{matrix} \cdot 15{,}6375\ SiO_2$$

Masa M 4

$$\begin{matrix} 0{,}4977\ K_2O \\ 0{,}2755\ Na_2O \\ 0{,}1405\ CaO \\ 0{,}0843\ MgO \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 3{,}8221\ Al_2O_3 \\ 0{,}0663\ Fe_2O_3 \end{matrix} \cdot 17{,}5101\ SiO_2$$

Masa M 5

$$\begin{matrix} 0{,}5024\ K_2O \\ 0{,}2668\ Na_2O \\ 0{,}1504\ CaO \\ 0{,}0807\ MgO \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 3{,}6041\ Al_2O_3 \\ 0{,}0636\ Fe_2O_3 \end{matrix} \cdot 16{,}7611\ SiO_2$$

Masa M 6

$$\begin{matrix} 0{,}5131\ K_2O \\ 0{,}2914\ Na_2O \\ 0{,}1225\ CaO \\ 0{,}0732\ MgO \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 3{,}4192\ Al_2O_3 \\ 0{,}0549\ Fe_2O_3 \end{matrix} \cdot 14{,}8703\ SiO_2$$

Masa M 7

$$\begin{matrix} 0{,}5020\ K_2O \\ 0{,}2684\ Na_2O \\ 0{,}1495\ CaO \\ 0{,}0808\ MgO \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 3{,}7870\ Al_2O_3 \\ 0{,}0525\ Fe_2O_3 \end{matrix} \cdot 15{,}9057\ SiO_2$$

După cum reiese din tabelă, masele M 1 și M 2 au aceeași compoziție chimică, ele reprezentînd masa de producție curentă a fabricei.

Pentru a cerceta influența fineței de măcinare asupra proprietăților produsului, masa M 2 a fost măcinată pînă la un rezidiu de 1,5% pe sita de 10 000 ochiuri/cm^2. Toate celelalte mase au fost măcinate pînă la un rezidiu de 2,5% pe sita de 10 000 ochiuri/cm^2.

Epruvetele au fost fasonate după procedeul plastic, uscate și arse la temperaturile indicate în tabela 5, în care sînt redate și rezultatele tuturor încercărilor.

Din epruvetele arse s-au confecționat secțiuni subțiri care au fost cercetate la microscop în lumina naturală și polarizată.

La masele M1—M7, masa de bază este constituită din sticlă și mulit, acesta din urmă prezentîndu-se sub forma de granule. Sticla este uniform distribuită printre elementele cristaline. Cuarțul sub forma de frînturi as-

Tabela 5

Masa tip	Temp. de ardere	Capacit. de absorbţie %	Greutatea volumetrică g/cm³	σ_r kg/cm² întind.		σ_r kg/cm² înconvoiere		Rigid. dielec.		tg δ
				neglaz.	dispersia %	neglaz.	dispersia %	E kV/cm	dispersia %	
M 1a	1280	0,029	2,41	320	6,75	934	6,65	300	16,5	0,041
M 1b	1300	0,024	2,40	375	4,8	902	3,5	274	10,8	0,043
M 2a	1280	0,017	2,38	370	13,7	975	4,35	280	11,4	0,043
M 2b	1300	0,011	2,36	370	4,6	905	5,9	300	9,3	0,042
M 3a	1280	0,025	2,40	320	5,3	960	5,8	317	6,6	0,032
M 3b	1300	0,018	2,34	370	8,6	930	4,75	310	9,7	0,036
M 4a	1280	0,032	2,41	370	7,3	—	—	235	9,2	0,033
M 4b	1300	0,016	2,38	278	19	—	—	270	12,2	0,032
M 5	1280	0,027	2,41	354	8,8	1020	4,4	262	1,2	0,045
M 6	1280	0,021	2,40	—	—	965	3,3	260	9,2	0,040
M 7	1280	0,016	2,38	—	—	930	5,2	250	6	0,034

cuţite, este înconjurat de o peliculă de sticlă. La suprafaţa granulelor de cuarţ se observă fisuri fine. Grăunţele de feldspat şi-au păstrat în majoritatea cazurilor contururile nete. La masele arse la temperaturi mai ridicate (masele b), grăunţele de feldspat prezintă tendinţa de contopire cu masa de bază, iar zona de topire a grăunţelor de cuarţ este ceva mai lată. În jurul porilor se observă cantităţii mai mari de sticlă.

Masele M1 şi M3 (fig. 1 şi 2) se prezintă similar din punct de vedere optic.

Variaţia unghiului de pierderi în dielectric (tg δ) a fost studiată pentru masele M 1a, M 3a, M 4a, şi M 7, în funcţie de temperatură şi în funcţie de intensitatea cîmpului electric (fig. 3 şi 4).

Rigiditatea dielectrică a fost studiată de asemenea în funcţie de temperatură pentru masele M 1a şi M 3a, după cum reiese din fig. 5. Pierderile dielectrice specifice caracterizate de cifra de pierderi $\varepsilon \cdot \text{tg}\,\delta$, au fost trasate pentru masele M 1a, M 3a, M 4a şi M 7 în funcţie de temperatură, în figura 6.

INTERPRETAREA REZULTATELOR

Observînd rezultatele sintetizate în tabela 5, deducem că din punct de vedere mecanic toate masele au rezistenţe la întindere şi încovoiere peste cele prevăzute în STAS nr. 3471-52. La compresiune nu s-au putut efectua încercări din lipsa unei maşini speciale de şlefuit plan-paralel, fără de care nu se pot obţine rezultate reale.

Fineţea de măcinare mai pronunţată are un efect favorabil asupra caracteristicilor mecanice, ridicînd rezistenţa la tracţiune a masei M 2a cu 15,6% faţă de aceea a masei M 1a. În aceeaşi situaţie rezistenţa la încovoiere creşte cu 4,3%.

Din punct de vedere al caracteristicilor electrice, se observă că toate masele încercate au rigidităţi dielectrice peste 200 kV/cm, cifră prevăzută în STAS nr. 3471-52. Folosirea feldspatului de Munte-Rece îmbunătăţeşte rigiditatea dielectrică a masei M 3a care atinge cea mai mare valoare medie (317 kV/cm) la o cifră de dispersie mică. De asemenea şi unghiul de

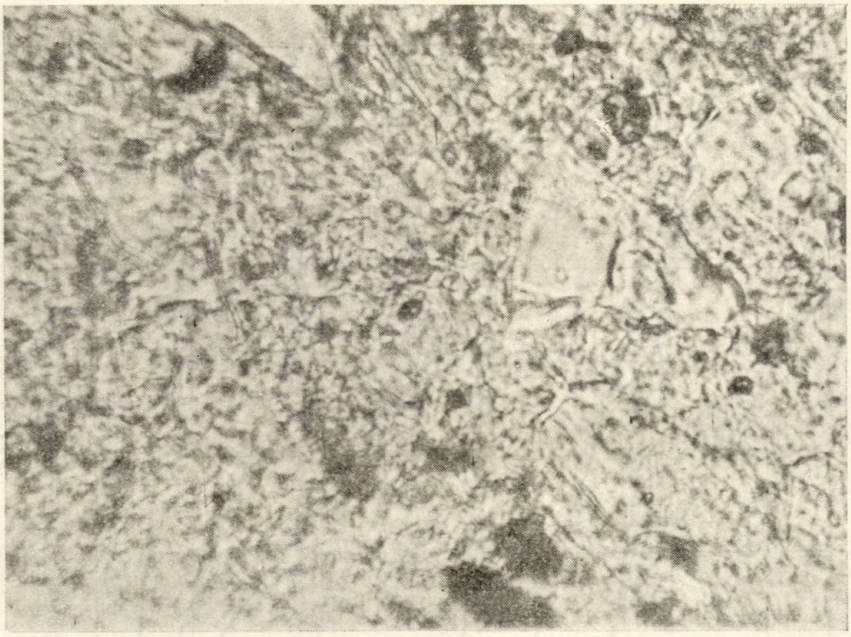


Fig. 1.

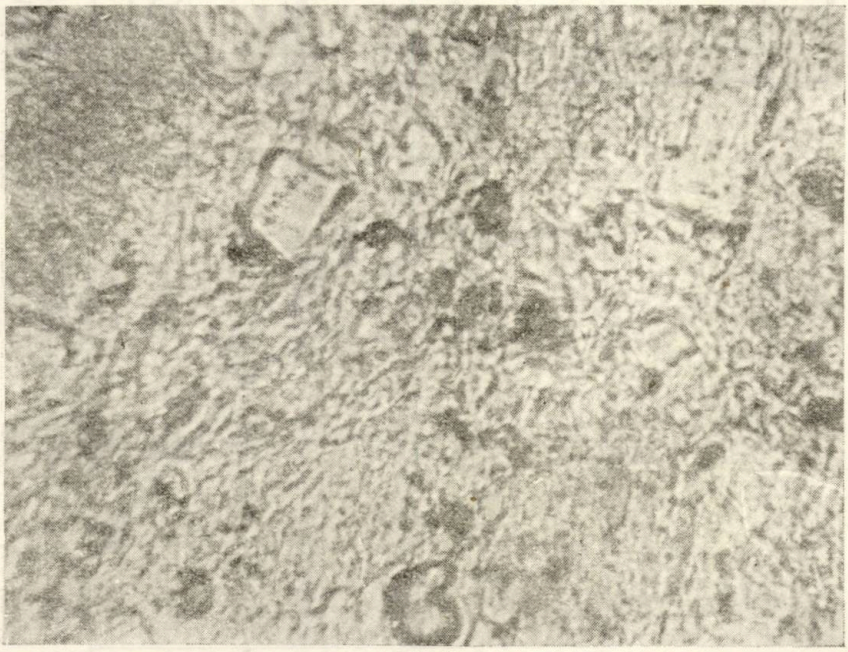


Fig. 2.

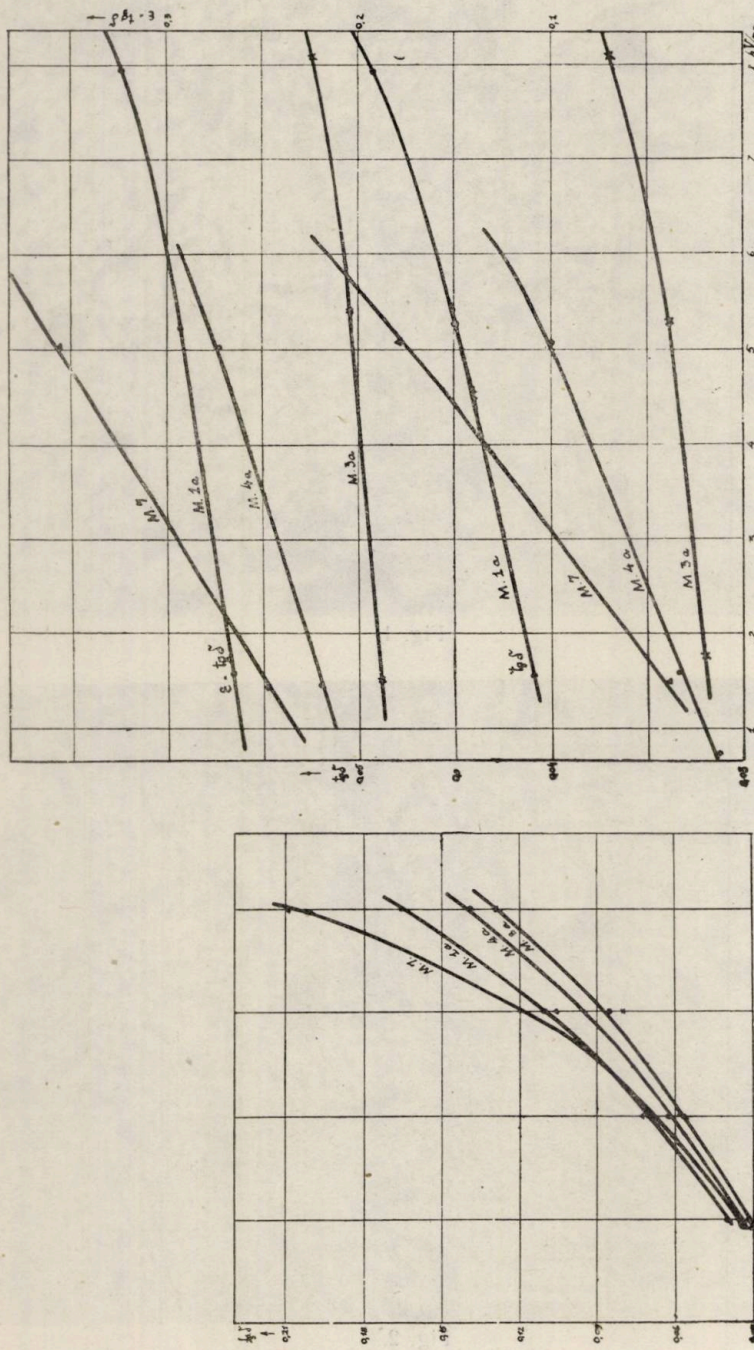


Fig. 3 și 4. S-a studiat variația unghiului de pierderi în dielectric (tg δ) în funcție de t^0 și în funcție de intensitatea cîmpului electric.

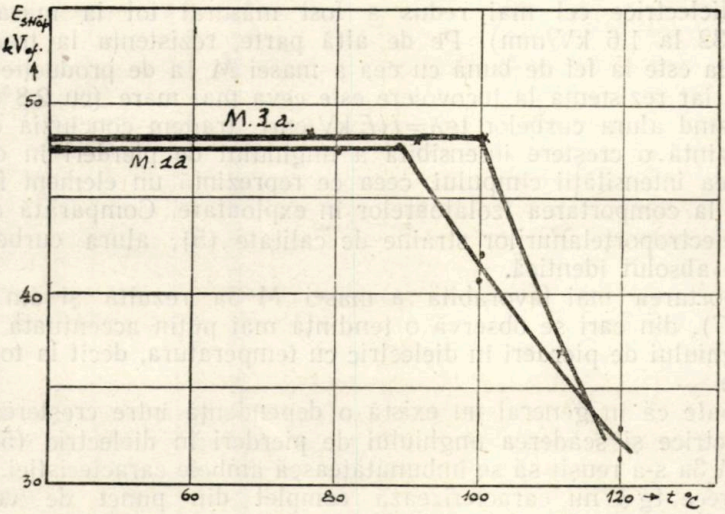


Fig. 5. Rigiditatea în funcție de $t°$.

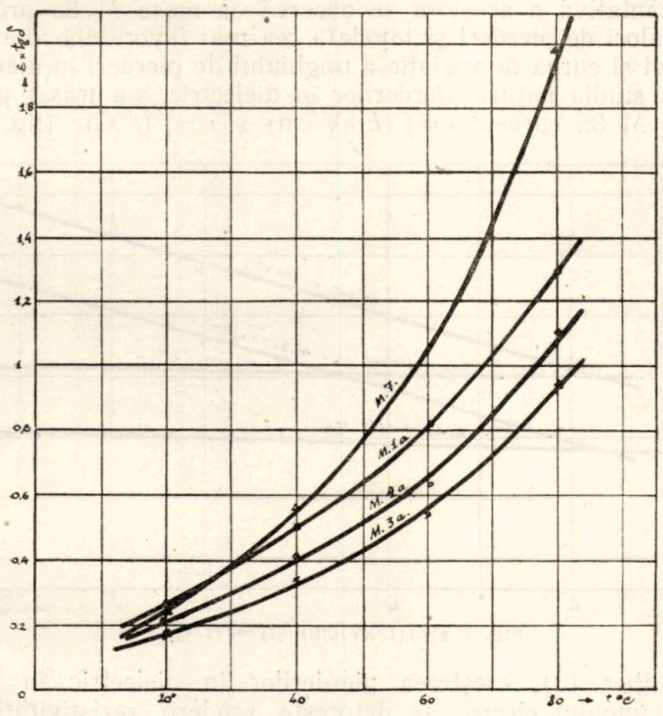


Fig. 6. Pierderile caracterizate prin cifra de pierderi ε tg δ în funcție de (t °C).

pierderi dielectrice cel mai redus a fost măsurat tot la masa M 3a ($tg\,\delta = 0{,}032$ la 1,6 kV/mm). Pe de altă parte, rezistența la tracțiune a masei M 3a este la fel de bună cu cea a masei M 1a de producție curentă a fabricei, iar rezistența la încovoiere este ceva mai mare (cu 2,8%).

Analizînd alura curbelor $tg\delta = f(E\,\text{kV/cm})$, tragem concluzia că masa M 3a prezintă o creștere insensibilă a unghiului de pierderi în dielectric cu creșterea intensității cîmpului, ceea ce reprezintă un element favorabil cu privire la comportarea izolatoarelor în exploatare. Comparată cu alura curbelor electroporțelanurilor străine de calitate (5), alura curbei masei M 3a este absolut identică.

Comportarea mai favorabilă a masei M 3a rezultă și din curbele $tg\,\delta = f(t°C)$, din cari se observă o tendință mai puțin accentuată de creștere a unghiului de pierderi în dielectric cu temperatura, decît la toate celelalte mase.

Cu toate că în general nu există o dependență între creșterea rigidității dielectrice și scăderea unghiului de pierderi în dielectric (5), totuși la masa M 3a s-a reușit să se îmbunătățească ambele caracteristici.

Deoarece $tg\,\delta$ nu caracterizează complet din punct de vedere al pierderilor în dielectric electroporțelanul (1, 6), s-au trasat și curbele pierderilor specifice în dielectric caracterizate prin produsul $\varepsilon \cdot tg\,\delta$. Din figura reprezentativă a acestora se observă că masa M 3a prezintă cele mai reduse valori de pierderi și totodată cea mai favorabilă alură, cum de altfel a indicat și curba de variație a unghiului de pierderi în dielectric.

Pentru a studia natura pierderilor în dielectric, s-a trasat pentru masele M la și M 3a curbele $\varepsilon = f\,(E\,\text{kV/cm})$ și $\varepsilon = f\,(t\,°C)$, (fig. 7). După

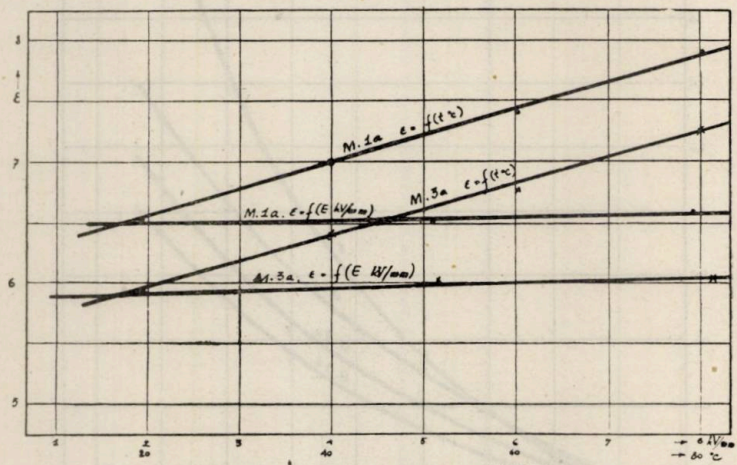


Fig. 7. $\varepsilon = f(E\,\text{kV/cm})$ și $\varepsilon = f(t\,°C)$.

Inge și Walther (3), creșterea pierderilor în dielectric în funcție de intensitatea cîmpului electric se datorește scăderii rezistivității volumetrice care poate avea la bază creșterea pierderilor de conducțiune sau a celor de polarizare. Din alura acestor curbe comparată cu alura curbelor

$\varepsilon \cdot \text{tg} = f$ (E kV/cm) corespunzătoare aceloraşi mase, se observă că pierderile în dielectric atît la masa M la cît şi la masa M 3a se datoresc în primul rînd pierderilor de conducţiune, ca urmare a impurităţilor componenţilor maselor şi conducţiunii ionice şi electronice.

În sfîrşit, trasarea curbelor reprezentative ale rigidităţii dielectrice în funcţie de temperatură pentru masele M 1a şi M 3a (fig. 7), a dat posibilitate de a preciza temperatura limită dintre domeniul străpungerii termice şi al străpungerii electrice propriu-zise. Se observă şi în acest caz că masa M 3a prezintă o temperatură-limită mai ridicată decît masa M 1a. Deoarece în exploatare temperatura izolatorului nu ajunge la 90 °C decît în cazuri excepţionale (conturnare prelungită, curent superficial important), reiese că străpungerile vor fi de natură electrică propriu-zisă. În realitate însă, străpungerile sînt combinate iar datorită neomogenităţii de fabricaţie a electroporţelanului, dimensionarea pereţilor se face cu coeficienţi de siguranţă ce merg pînă la 100% (6). În această situaţie şi ţinînd seama că porţelanul nu prezintă fenomene de învechire, se ajunge la concluzia că străpungeri premature în exploatare nu pot avea drept cauză decît deficienţe de ordin tehnologic la fabricarea izolatoarelor.

CONCLUZII

Masa experimentală M 3a cu feldspat de Munte-Rece prezintă aceleaşi caracteristici mecanice cu masa M 1a a producţiei curente, dar o rigiditate dielectrică cu 5,7% mai mare şi $\text{tg}\,\delta$ cu 28% mai mică decît a acesteia. Valoarea minimă de $\text{tg}\delta = 0{,}032$ nu se încadrează în STAS nr. 2471-52, care prevede $\text{tg}\,\delta = 0{,}001\ 7 — 0{,}025$, în schimb ea este sub limita superioară indicată în literatura străină de specialitate ($\text{tg}\,\delta = 0{,}045$), (5).

RECOMANDĂRI

Feldspatul de Munte-Rece îmbunătăţeşte caracteristicile electroporţelanului iar folosirea lui prezintă şi avantajul că zăcămintele sînt foarte apropiate de fabrica Electro-Ceramica Turda. În schimb, pentru a nu trimite feldspatul de Munte-Rece la Teregova în vederea sortării şi măcinării, este indicată utilarea fabricei constructoare cu aparatajul minim necesar.

BIBLIOGRAFIE

1. K. Halbach, Archiv für Elektrotechnik 1929 XXI, pag. 535.
2. G. Güllner, Archiv für Elektrotechnik 1929 XXI, pag. 267.
3. L. Inge u. A. Walther, Archiv für Elektrotechnik 1929 XXI, pag. 209.
4. P. P. Budnicov, A. C. Berejnoi, I. A. Bulavin, B. M. Grisic, G. V. Cucolev, D. N. Poluboiarinov, *Tehnologia keramiki i ogneuporov*, Gosudarstvenoie Izdatelstvo Literaturi po stroitelnim materialam 1955, p. 603.
5. H. Handrek, Mitteilungen der Hermsdorf-Schomburg Isolatoren G.M.B.H. 1929, pag. 1479, pag. 1483, pag. 1482.
6 A. Roth, *Hochspannungstechnik*, Julius Springer Wien 1938, pag. 105.

BEITRÄGE ZUR VERBESSERUNG DER QUALITÄT VON ELEKTROPORZELLAN DURCH VERWENDUNG VON FELDSPAT AUS MUNTE RECE

REZUMAT

Die Arbeit beschäftigt sich mit dem Problem des Elektroporzellans, das aus inländischen Rohstoffen hergestellt wird. Es werden 6 Versuchsmassen berechnet, Proben unter Berücksichtigung der Normen hergestellt und mit diesen elektrische, physikalisch-mechanische und optische Messungen vorgenommen. Auf Grund der Versuchsergebnisse und der Analyse der elektrischen Kennzahlen, die graphisch dargestellt werden, kann man feststellen dass eine Versuchsmasse dieselben mechanischen Eigenschaften besitzt, wie die Masse der normalen Tagesproduktion, ihre elektrischen Eigenschaften hingegen verbessert sind. Diese Tatasache befürwortet die Verwendung, von Feldspat aus Munte-Rece bei der Hertellung von Elektroporzellan.

К УЛУЧШЕНИЮ КАЧЕСТВА ЭЛЕКТРОФАРФОРА ПРИ ПОМОЩИ ПОЛЕВОГО ШПАТА; ИЗ МУНТЕ-РЕЧЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе рассматривается вопрос электрофарфора изготовленного из местного добытого сырья. Расчитываются шесть опытных масс, разробатываются пробы соответственно нормам и подвергаются электрическому, физико-механическому и оптическому испытанию.

На основе результатов и анализа электрических характеристик установлено, что одна из экспериментированных масс имеет те-же механические характеристики как и масса текущего производства, но электрические характеристики улучшены. Это обстоятельство говорит в пользу применения полевого шпата из Мунте-Рече для изготовления электрофарфора.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

PROBLEME DE ACŢIONARE ELECTRICĂ LA RĂZBOAIELE DE ŢESUT

DE

VLAD VĂZDĂUŢEANU şi EUGEN SERACIN

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

1. Intr-un articol cu privire la studiul acţionării electrice a războaielor de ţesut, publicat în Bul. Stiinţific şi Tehnic. Tom. I 1956, s-a tratat problema determinării cuplurilor la arborele motorului de acţionare. Rezultatele încercărilor experimentale cu privire la variaţia alunecării în funcţie de timp, prezentate în articolul arătat mai sus, nefiind suficient de concludente, s-a folosit pentru determinarea variaţiei cuplului la arborele motorului de acţionare curba $i=f(t)$.

In lucrarea de faţă, pe baza altor măsurători efectuate la acelaşi război de ţesut, se tratează problema determinării variaţiei cuplului la arborele motorului şi a componentelor sale în cursul unei perioade.

2. Pentru determinarea curbei de variaţie a cuplului $M=f(t)$, s-a recurs la folosirea motorului asincron de acţionare ca aparat de măsură. In acest scop, s-au determinat experimental variaţia alunecării la arborele motorului $s_1=f(t)$ pentru un ciclu de funcţionare a războiului de ţesut şi caracteristica cuplu în funcţie de alunecare a motorului de acţionare.

Variaţia alunecării $s_1=f(t)$, arătată în fig. 1, s-a obţinut prin înregistrarea cu oscilograful mecanic a variaţiei tensiunii unui generator tahometric antrenat de motorul de acţionare. Pentru a înregistra numai variaţia tensiunii generatorului tahometric, care este proporţională cu alunecarea, s-a utilizat un montaj în opoziţie.

Caracteristica motorului asincron s-a determinat prin măsurarea cuplului cu o balanţă electromagnetică, iar alunecarea cu stroboscopul.

In fig. 2 este arătată curba de variaţie a cuplului la arborele motorului $M=f(\alpha)$ în caz de funcţionare normală a războiului, α fiind unghiul manivelei de la vatală. Pentru reprezentarea curbei $M=f(\alpha)$ s-a folosit relaţia

$$\Delta\alpha=792\,[1-(s_1+s)]\,\Delta t$$

(vezi lucrarea din Bul. Stiinţific şi Tehnic Vol. I Tom. I-56).

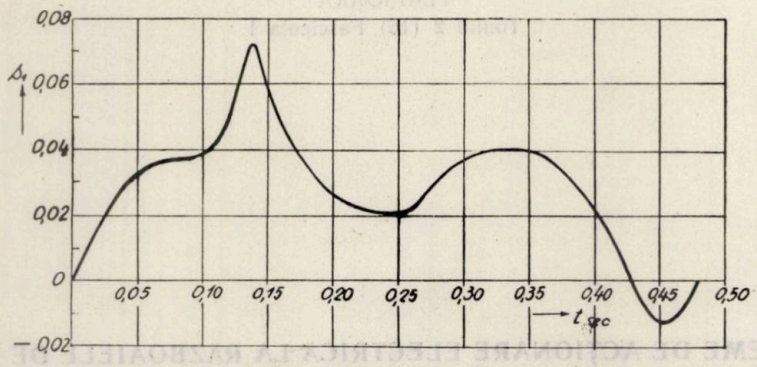


Fig. 1. Curba de variaţie a alunecării $s_1=f(t)$ la arborele motorului de acţionare, pentru funcţionarea normală a războiului de ţesut.

3. Variaţia părţilor componente ale cuplului total, se obţine în baza ecuaţiei de mişcare stabilită pentru războiul de ţesut (în Bul. mai sus amintit)

$$M=M_r-\theta_1\Omega_{01}\frac{ds_1}{dt}-\frac{1}{i_0(1-s)}\theta_2\,\Omega_{02}\frac{d(s_1+s)}{dt}+\frac{1}{2i_0(1-s)}\Omega_{02}^2[1-(s_1+s)]^2\frac{d\theta_2}{d\alpha} \quad (1)$$

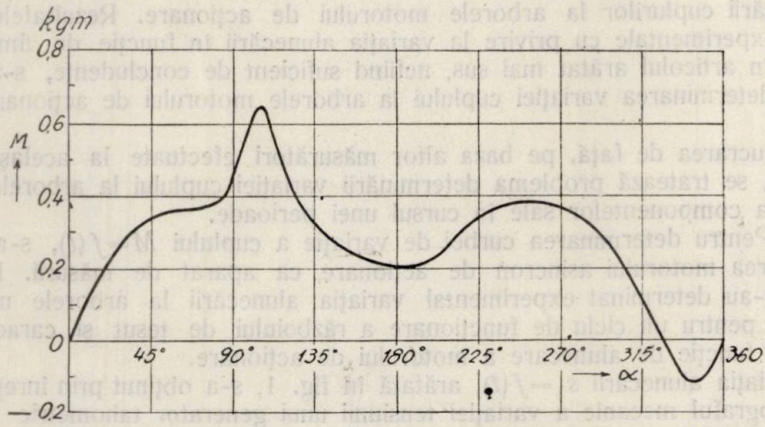


Fig. 2. Curba de variaţie a cuplului $M=f(\alpha)$ la arborele motorului de acţionare, pentru funcţionarea normală a războiului de ţesut.

unde M este cuplul motor total,

M_r — cuplul rezistent redus la arborele motor,

Ω_1 — viteza unghiulară a arborelui motor,

Ω_2 — viteza unghiulară a arborelui principal al războiului,

α — unghiul manivelei,

$i=\frac{\Omega_1}{\Omega_2}$ — raportul de transmisie între motor şi război (i variază cu sarcina din cauza alunecării curelei),

θ_1 este momentul de inerție constant al maselor în rotație de pe arborele motorului ($\theta_1 = 0{,}6 \cdot 10^{-3}$ kgmsec^2),

$\theta_2 = \theta_{2c} + \theta_{2v}$ — momentul de inerție al maselor în mișcare ale războiului de țesut reduse la arborele principal,

θ_{2c} — partea constantă a momentului de inerție ($\theta_{2c} = 147 \cdot 10^{-3}$ kgmsec^2),

$\theta_{2v} = \theta_L + \theta_S$ — partea variabilă a momentului de inerție, în funcție de unghiul manivelei,

θ_L — momentul de inerție al vatalei,

θ_S — momentul de inerție al suveicii,

Ω_{01} — viteza unghiulară sincronă la arborele motor ($\Omega_{01} = 88$ la frecvența rețelei $f = 42$ Hz.),

$\Omega_{02} = \frac{\Omega_{01}}{i_0}$ — viteza unghiulară sincronă redusă la arborele principal al războiului,

$i_0 = \frac{d_1}{d_2}$ — raportul de transmisie constant (d_1 și d_2 sînt diametrele discurilor de curea ale transmisiei $i_0 = 6{,}36$),

$s_1 = \frac{\Omega_{01} - \Omega_1}{\Omega_{01}}$ — alunecarea la arborele motorului,

$s_1 + s = \frac{\Omega_{02} - \Omega_2}{\Omega_{02}}$ — alunecarea la arborele principal al războiului,

$s = \frac{\Omega_1 - i_0 \Omega_2}{\Omega_{01}}$ — alunecarea curelei.

Ecuația (1) se poate pune sub forma simplificată

$$M = M_r + M_{j1} + M_{j2} + M_{j3} \tag{2}$$

în care:

$$M_{j1} = -\theta_1 \Omega_{01} \frac{ds_1}{dt}$$

este cuplul de inerție datorit variației vitezei unghiulare a maselor de pe arborele motor.

$$M_{j2} = -\frac{1}{i_0 (1-s)} \theta_2 \Omega_{02} \frac{d(s_1 + s)}{dt}$$

este cuplul de inerție redus la arborele motor, care apare datorită variației vitezei unghiulare a maselor în mișcare ale războiului de țesut.

$$M_{j3} = \frac{1}{2 i_0 (1-s)} \Omega_{02}^2 [1 - (s_1 + s)]^2 \frac{d\theta_2}{d\alpha}$$

este cuplul redus la arborele motor, care apare în urma variației momentelor de inerție ale maselor în mișcare.

Pentru efectuarea calculelor a mai fost necesar să se determine următoarele curbe:

— variaţia alunecării $s_1+s=f(t)$ la funcţionarea normală a războiului (fig. 3);

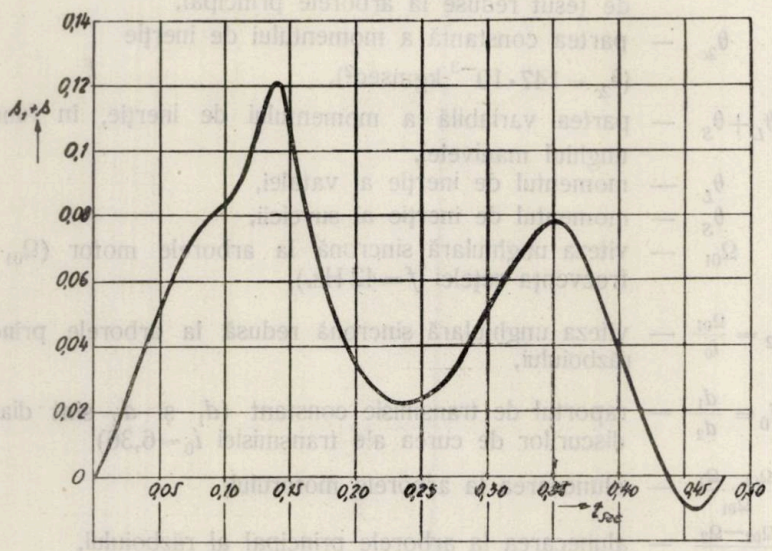


Fig. 3. Curba de variaţie a alunecării $s_1+s=f(t)$ la arborele principal al războiului, pentru funcţionarea normală.

— variaţia alunecării $s_1=f(t)$ şi $s_1+s=f(t)$ la funcţionarea războiului fără mecanismul de bătaie al suveicilor (fig. 4 *a* şi *b*).

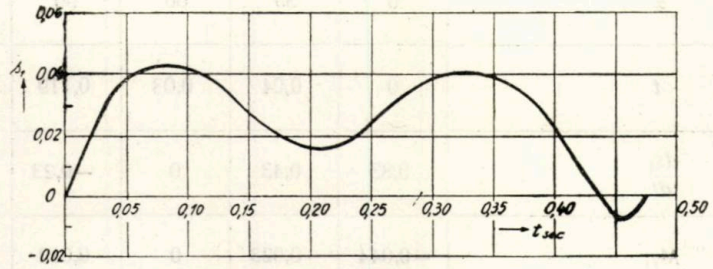
In calcule, prin folosirea curbelor obţinute la funcţionarea normală (fig. 1 şi fig. 3) există posibilitatea de a se introduce erori în porţiunea în care intervine cuplul datorit suveicii. De accea, pentru separarea cuplurilor, s-au utilizat curbele ridicate în timpul funcţionării războiului de ţesut fără suveici (fig. 4 *a* şi *b*).

Influenţa cuplului datorit suveicilor se poate urmări comparînd curbele din fig. 2 şi fig. 5 (în fig. 5 este reprezentată variaţia cuplului în funcţie de unghiul manivelei $M=f(\alpha)$ la funcţionarea războiului fără mecanismul de bătaie al suveicilor).

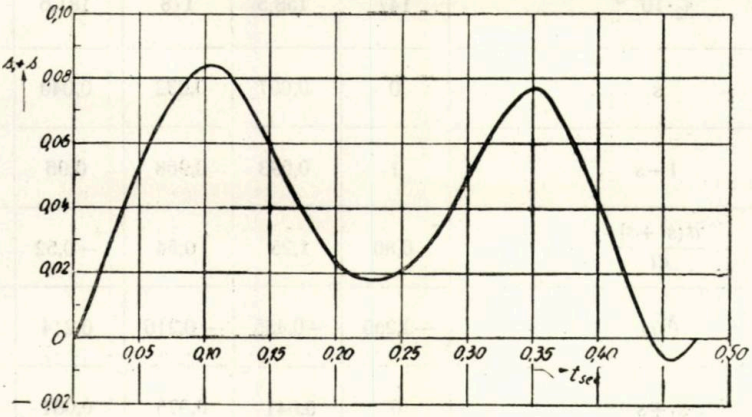
Pe baza calculelor sistematizare în tabela 1 şi a variaţiei componentelor cuplurilor de inerţie M_{j1}, M_{j2} şi M_{j3} în funcţie de unghiul manivelei, reprezentate în fig. 6 *a*, *b*, *c*, se pot face următoarele observaţiuni:

Influenţa cuplului M_{j1} este mică întrucît θ_1 este mic. Valoarea maximă a acestuia este |0,044| kgm.

Faţă de acesta cuplul M_{j2} prezintă importanţă întrucît în decursul unui ciclu are valori de aceleaşi ordin de mărime cu ale cuplului motor, valoarea maximă ajungînd la |0,435| kgm. Variaţia lui urmăreşte alura derivatei $\frac{d(s_1+s)}{dt}=f(t)$.



a



b

Fig. 4 *a*, *b*. Variația alunecării $s_1=f(t)$ și $s_1+s=f(t)$ pentru funcționarea războiului fără mecanismul de bătaie al suveicilor.

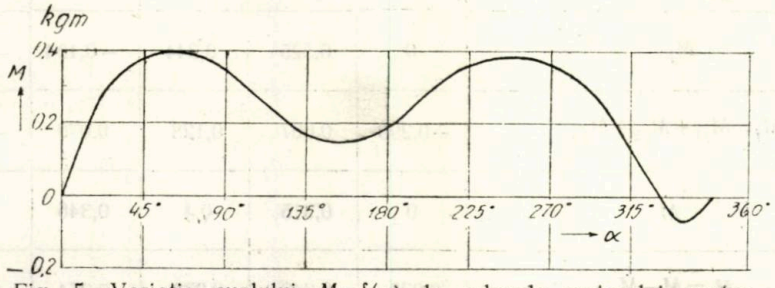


Fig. 5. Variația cuplului $M=f(\alpha)$ la arborele motorului pentru funcționarea războiului fără mecanismul de bătaie al suveicilor.

α	0	30	60	90	120
t	0	0,04	0,08	0,119	0,158
$\frac{ds_1}{dt}$	0,83	0,43	0	−0,23	−0,32
M_{j1}	−0,044	−0,023	0	0,012	0,017
$\theta_2' \cdot 10^{-3}$	147	158,5	178	181,6	168,7
s	0	0,007	0,032	0,040	0,020
$1-s$	1	0,993	0,968	0,96	0,972
$\frac{d(s_1+s)}{dt}$	0,80	1,25	0,54	−0,52	−0,900
M_{j2}	−0,255	−0,435	−0,216	0,214	0,339
s_1+s	0	0,041	0,075	0,081	0,052
$1-(s_1+s)$	1	0,959	0,925	0,919	0,948
$\frac{d\theta_2'}{d\alpha} \cdot 10^{-3}$	0	37,9	26,8	−12,14	−32,1
M_{j3}	0	0,525	0,344	−0,154	−0,433
$M_j = M_{j1} + M_{j2} + M_{j3}$	−0,299	0,067	0,128	0,070	−0,077
M	0	0,315	0,4	0,346	0,22
$M_r = M - M_j$	0,299	0,248	0,272	0,274	0,297

Tabela 1

150	180	210	240	270	300	320	340	360
0,197	0,235	0,278	0,315	0,352	0,394	0,421	0,447	0,474
−0,125	0,2	0,3	0,05	−0,11	−0 5	−0,6	−0,49	0,81
0,007	−0,011	−0,016	−0,003	0,006	0,026	0,032	0,026	−0,043
153,2	147	153,2	168,7	181,6	177,8	166	152,5	147
0,008	0,001	0,002	0,021	0,048	0,024	0,009	≈0	≈0
0,992	0,999	0,998	0,979	0,0952	0,976	0,991	1	1
−0,515	0,17	0,67	0,76	0,11	−0,855	−1,04	−0,37	0,74
0,173	−0,054	−0,223	−0,285	−0,045	0,338	0,378	0,122	−0,236
0,025	0,019	0,034	0,061	0,087	0,048	0,018	−0,005	0
0,975	0,981	0,966	0,939	0,913	0,952	0,982	1,005	1
−22,8	0	22,8	32,1	12,14	−26,8	−40,3	−29,6	0
−0.325	0	0,319	0,424	0,152	−0,365	−0,583	−0,448	0
−0,145	−0,065	0,080	0,136	0,113	−0,001	−0,173	−0,30	−0,294
−0,15	0,185	0,32	0,378	0,365	0,24	0,09	−0,05	0
0,295	0,250	0,24	0,242	0,252	0,241	0,263	0,250	0,279

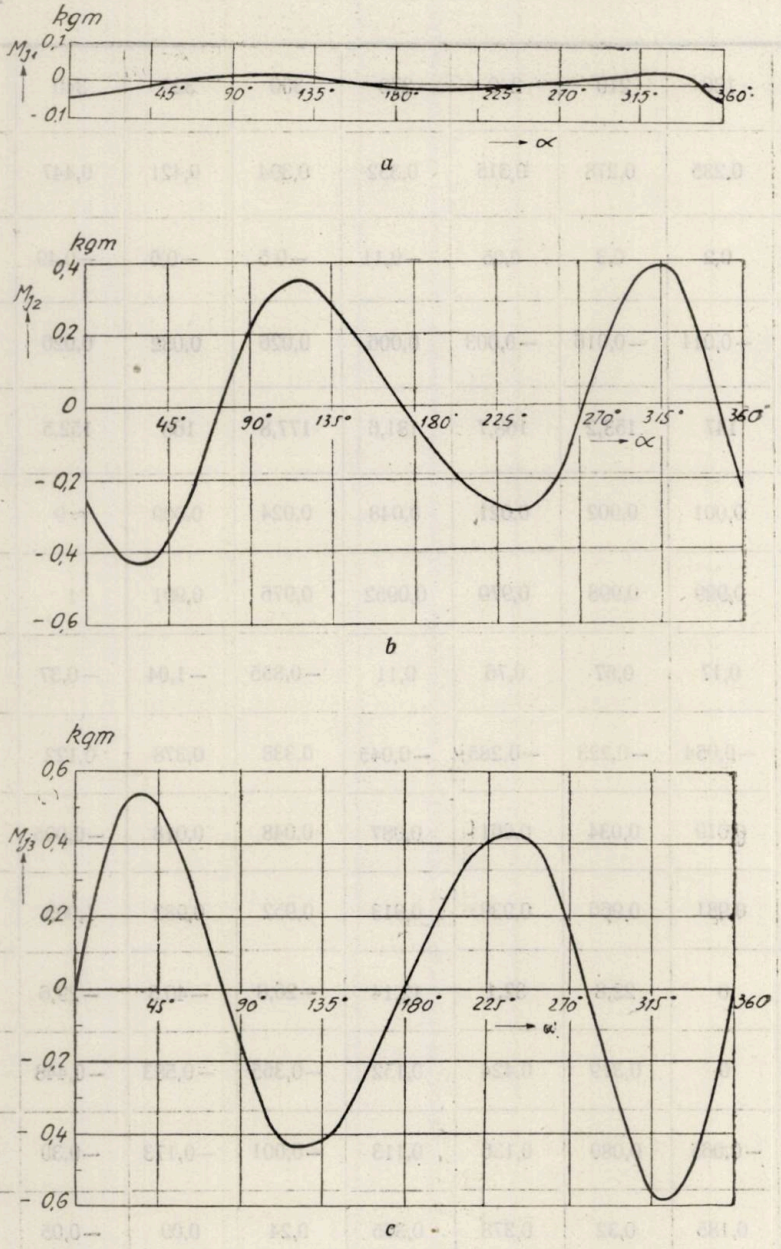


Fig. 6 *a*, *b*, *c*. Curbele de variaţie ale componentelor cuplurilor de inerţie M_{J_1}, M_{J_2} şi M_{J_3} reduse la arborele motorului de acţionare, în funcţie de unghiul manivelei, la funcţionarea fără mecanismul de bătaie al suveicilor.

Influenţa cea mai mare asupra funcţionării războiului de ţesut, o are cuplul M_{f3} valoarea lui maximă fiind |0,583| kgm. Variaţia acestuia este asemănătoare cu a curbei de variaţie a derivatei momentului de inerţie. La calculul acestui cuplu, momentul de inerţie este

$$\theta'_2 = \theta_{2c} + \theta_2.$$

In fig. 7 *a* şi *b* sînt arătate curbele

$$\theta'_2 = f(\alpha) \quad \text{şi} \quad \frac{d\theta'_2}{d\alpha} = f(\alpha)$$

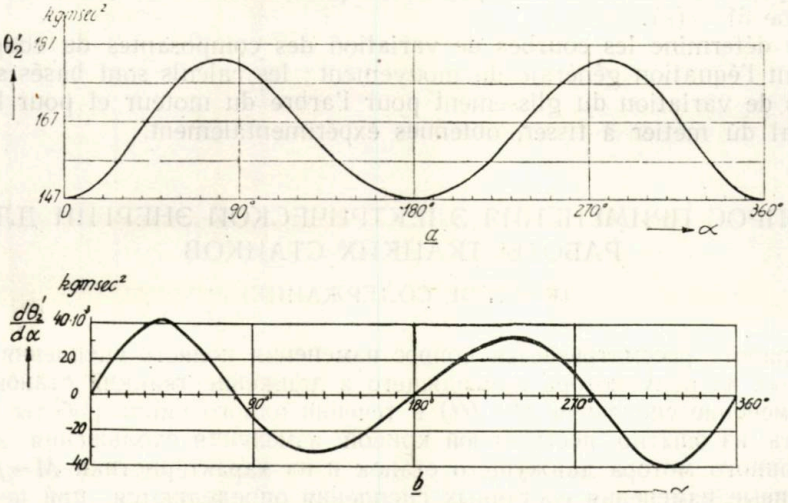


Fig. 7 *a, b.* Curba de variaţie a momentului de inerţie $\theta'_2 = f(\alpha)$, al maselor în mişcare ale războiului de ţesut, la funcţionarea fără mecanismul de bătaie al suveicilor şi curba $\frac{d\theta'_2}{d\alpha} = f(\alpha)$.

Aceste curbe au fost determinate prin metoda tratată în articolul din Buletinul Ştiinţific şi Tehnic nr. 1 Tom. I 1956.

Din tabela 1 se poate vedea că cuplul rezistent este relativ constant, valorile acestuia fiind cuprinse între 0,24 şi 0,30 kgm.

Se remarcă faptul că cuplul M_{f3}, datorită derivatei $\frac{d\theta_2}{d\alpha}$, este acela care introduce variaţiile mari ale cuplului total. Variaţia cuplului M_{f3} este cauza variaţiilor mari ale alunecărilor deci şi a cuplurilor M_{f1} şi M_{f2}.

Rezultă că prin micşorarea momentului de inerţie θ_2 se poate obţine o reducere a cuplului la arborele motorului de acţionare.

BIBLIOGRAFIE

E. Seracin şi V. Văzdăuţeanu, Probleme de acţionare electrică la războaiele de ţesut, Buletinul Ştiinţific şi Tehnic IPT, Vol. I, Tom. I, 1956.

PROBLÈMES DE LA COMMANDE ÉLECTRIQUE DES MÉTIERS À TISSER

(RÉSUMÉ)

Dans le présent travail, on traite le problème de la détermination de la variation du couple total et de ses composantes pour l'arbre du moteur de commande d'un métier à tisser.

On obtient la variation du couple $M=f(t)$, durant un cycle de fonctionnement, à partir de la courbe de variation du glissement $s=f(t)$ du moteur asynchrone de commande, tracée expérimentalement, et de la caractéristique $M=f(s)$.

On détermine les courbes de variation des composantes du couple en résolvant l'équation générale du mouvement ; les calculs sont basés sur les courbes de variation du glissement pour l'arbre du moteur et pour l'arbre principal du métier à tisser, obtenues expérimentalement.

ВОПРОС ПРИМЕНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ РАБОТЫ ТКАЦКИХ СТАНКОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе рассматривается вопрос изменения полного сцепления и его составных на валу мотора приводящего в движение ткацкий станок.

Изменение сцепления $M=f(t)$ в течении одного цикла работы можно получить из опытно построенной кривой изменения скольжения $s=f(t)$ асинхронного мотора движущего станок и из характеристики $M=f(s)$.

Кривые изменения составных сцепления определяются при пешении общего уравнения движения; Расчеты основываются на кривых изменения скольжения на валу мотора и на главном валу станка, полученных опытным путем.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

REGIMUL DE ÎNCĂLZIRE LA ELECTROMAGNEŢII DE CURENT ALTERNATIV

DE

A. SEMLYEN

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Incălzirea înfăşurării electromagneţilor de curent alterntiv, alimentaţi cu tensiunn constantă se deosebeşte de regimurile obişnuite de încălzire, prin faptul că, die momentul conectării, pînă la sfîrşitul perioadei de mişcare, deci într-un timp foarte scurt (de ordinul sutimilor sau cel mult a zecimilor de secundă), în care răcirea este cu totul neglijabilă, curentul fiind deosebit de mare, se dezvoltă o cantitate de căldură W care ridică brusc temperatura înfăşurării cu $\Delta\tau$. După ce armătura a fost atrasă, înfăşurarea va fi parcursă în general pe mai departe de curent, însă acesta este mult mai mic decît curentul la conectare, reactanţa bobinei fiind mai mare. In fine, după deconectare apare o răcire, ciclul putîndu-se repeta în mod periodic.

In cadrul acestei lucrări ne propunem să stabilim supratemperatura care se stabileşte la o singură acţionare (regim de scurtă durată) sau la acţionarea repetată, periodică, a electromagnetului (regim intermitent periodic). Rezultatele acestor calcule stau la baza dimensionării, înfăşurării a cărei supratemperatură trebuie să fie mai mică decît supratemperatura admisibilă pentru izolaţia bobinei. Calculele ce urmează a fi prezentate se pot aplica nu numai în cazul electromagneţilor alimentaţi la tensiune alternativă constantă (cum ar fi electromagneţii de la c ntactoare, disjunctoare în ulei pentru comanda motoarelor electrice, relee etc.) ci şi în orice alt caz cînd în regimul de încălzire există o perioadă foarte scurtă în care se dezvoltă o cantitate importantă de căldură (de exemplu electromagneţi de curent continuu, la care după atragerea armăturii se intercalează o rezistenţă în circuitul bobinei). Determinarea lui W este indicată pe scurt într-o anexă de la sfîrşitul lucrării.

Inainte de a aborda problema propusă, vom stabili ecuaţia generală a încălzirii unui corp omogen (bine cunoscută de altfel) ea fiind la baza dezvoltărilor ulterioare. Presupunem, că puterea care produce încălzirea (prin efect Joule-Lenz) este constantă, că temperatura corpului este uniformă, că o parte a căldurii

se transmite spre exterior la suprafaţa S a corpului (de masă M) şi o parte se imagazinează producînd creşterea temperaturii. Rezultă ecuaţia diferenţială:

$$p=\lambda S\tau+cM\frac{d\tau}{dt}, \tag{1}$$

unde p este puterea care produce încălzirea,

λ — coeficientul de transmitere a căldurii prin suprafaţa corpului către mediul exterior,

τ — supratemperatura (diferenţa dintre temperatura corpului şi a mediului exterior),

c — căldura specifică,

Separăm variabilele:

$$dt=\frac{cMd\tau}{p-\lambda S\tau}=\frac{cM}{\lambda S}\left(\frac{d\tau}{\frac{p}{\lambda S}-\tau}\right)=T\frac{d\tau}{\tau_f-\tau}, \tag{2}$$

unde $T=\frac{cM}{\lambda S}$ este constanta de timp (termică) a corpului încălzit. Se vede din relaţia (2) că, T are dimensiune de timp.

$\tau_f=\frac{p}{\lambda S}$ — supratemperatura finală, adică acea supratemperatură, care apare după un timp îndelungat, cînd temperatura nu mai creşte $\left(\frac{d\tau}{dt}=0\right.$, relaţia (1)$\left.\right)$, deci toată căldura se transmite prin suprafaţa corpului, mediului exterior.

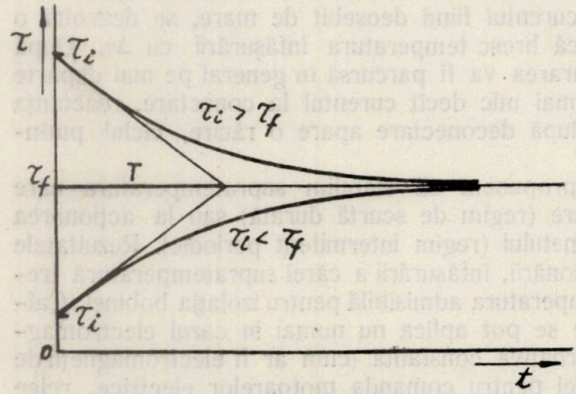


Fig. 1.

Integrînd relaţia (2), obţinem:

$$t=-T\ln(\tau_f-\tau)+C. \tag{3}$$

Notăm cu τ_i (supratemperatura iniţială) valoarea lui τ la $t=0$. Inlocuind aceste valori în (3), obţinem:

$$0=-T\ln(\tau_f-\tau_i)+C. \tag{4}$$

şi scăzînd (4) din (3):

$$t=-T\ln\frac{\tau_f-\tau}{\tau_f-\tau_i}, \tag{5}$$

sau

$$\boxed{\tau=\tau_f(1-e^{-\frac{t}{T}})+\tau_i e^{-\frac{t}{T}}.} \tag{6}$$

Fig. 1. reprezintă variaţia lui τ în raport cu timpul în două cazuri: $\tau_i<\tau_f$ şi $\tau_i>\tau_f$.

Examinăm acum mai îndeaproape fenomenele de încălzire la electromagneții de curent alternativ.

La conectare se dezvoltă în înfășurare într-un timp foarte scurt cantitatea de căldură W care ridică temperatura cu $\Delta\tau = \frac{W}{cM}$. După ce armătura a fost atrasă apare datorită puterii p o răcire sau o încălzire pînă la supratemperatura τ_f, după cum supratemperatura inițială $\tau_i = \Delta\tau$ este mai mare sau mai mică decît τ_f (fig. 1). Dacă după acționare înfășurarea se decontează, avem $p = 0$ și deci $\tau_f = 0$. Așadar temperatura maximă care apare după o singură atragere a armăturii este cea mai mare dintre valorile: τ_f și $\Delta\tau$, iar în cazul deconectării după acționare ea este egală cu $\Delta\tau$. Această observație stă la baza verificării înfășurării în cazul unei singure acționări.

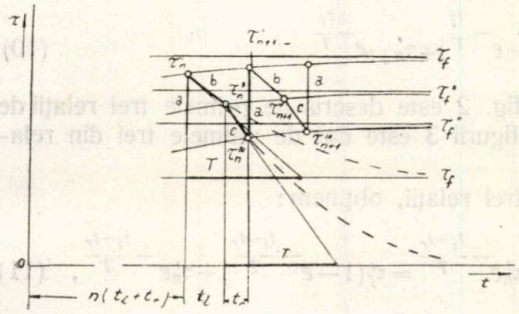


Fig. 2.

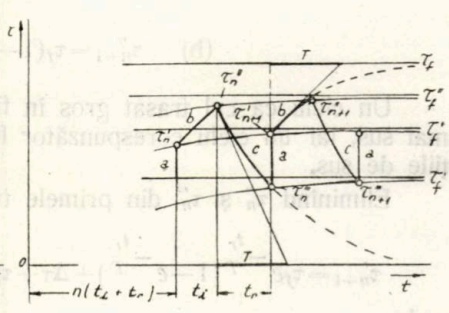


Fig. 3.

La acționări repetate, un ciclu este format din următoarele trei faze:

a — atragerea armăturii, cînd într-un timp foarte scurt temperatura crește cu $\Delta\tau = \frac{W}{cM}$,

b — armătura rămîne atrasă un timp t_i în care se dezvoltă în înfășurare cantitatea de căldură pt_i (i indică încălzirea),

c — înfășurarea fiind scoasă de sub tensiune pe un timp t_r, în acest interval apare o răcire.

Acestea sînt reprezentate în figurile 2 și 3. In cazul reprezentat în fig. 2 faza b este descendentă, deoarece $\tau_f < \tau'_n$, iar în cazul din fig. 3 faza b prezintă o alură ascendentă, deoarece $\tau_f > \tau'_n$. Constanta de timp T este aceeași în fazele b și c; de acest lucru se ține seamă la construirea curbelor între $\tau'_n \sim \tau''_n$ pe de o parte și $\tau''_n \sim \tau'''_n$ pe de altă parte. Se poate arăta

că punctele τ'_n, τ'_{n+1}, etc. se găsesc pe o exponențială care tinde spre asimptota $\tau = \tau'_f$,

că punctele τ''_n, τ''_{n+1}, etc. se găsesc pe o exponențială care tinde spre asimptota $\tau = \tau''_f$,

și punctele τ'''_n, τ'''_{n+1}, etc. se găsesc pe o exponențială care tinde spre asimptota $\tau = \tau'''_f$.

In cazul fig. 2 temperatura maximă este $\tau'_f > \tau''_f > \tau_f$, iar în cazul fig. 3 temperatura maximă este $\tau''_f > \tau'_f$ (iar $\tau_f > \tau''_f$). Va trebui deci să găsim expresia lui τ'_f şi τ''_f şi să stabilim în ce condiţii avem $\tau'_f \gtrless \tau''_f$ (fig. 2 respectiv fig. 3). Pentru aceasta aplicăm ecuaţia (6) pentru diferite porţiuni b şi c, considerînd că timpul se măsoară începînd cu punctul de plecare (supratemperatura acesteia fiind deci înlocuită în locul lui τ_i). Avem astfel:

$$\text{(b)} \quad \tau''_n = \tau_f\left(1 - e^{-\frac{t_i}{T}}\right) + \tau'_n e^{-\frac{t_i}{T}}, \tag{7}$$

$$\text{(c)} \quad \tau'''_n = \tau''_n e^{-\frac{t_r}{T}}, \tag{8}$$

$$\text{(a)} \quad \tau'_{n+1} = \tau'''_n + \Delta\tau, \tag{9}$$

$$\text{(b)} \quad \tau''_{n+1} = \tau_f\left(1 - e^{-\frac{t_i}{T}}\right) + \tau'_{n+1} e^{-\frac{t_i}{T}}. \tag{10}$$

Un ciclu ca cel trasat gros în fig. 2 este descris de primele trei relaţii de mai sus, iar un ciclu corespunzător figurii 3 este dat de ultimele trei din relaţiile de sus.

Eliminînd τ''_n şi τ'''_n din primele trei relaţii, obţinem:

$$\tau'_{n+1} = \tau_f e^{-\frac{t_r}{T}}\left(1 - e^{-\frac{t_i}{T}}\right) + \Delta\tau + \tau'_n e^{-\frac{t_i+t_r}{T}} = \tau'_f\left(1 - e^{-\frac{t_i+t_r}{T}}\right) + \tau'_n e^{-\frac{t_i+t_r}{T}}, \tag{11}$$

unde

$$\boxed{\tau'_f = \frac{\tau_f e^{-\frac{t_r}{T}}\left(1 - e^{-\frac{t_i}{T}}\right) + \Delta\tau}{1 - e^{-\frac{t_i+t_r}{T}}}.} \tag{12}$$

Dacă eliminăm τ'''_n şi τ'_{n+1} din ultimele trei relaţii (8, 9, 10) obţinem:

$$\tau''_{n+1} = \tau_f\left(1 - e^{-\frac{t_i}{T}}\right) + \Delta\tau e^{-\frac{t_i}{T}} + \tau''_n e^{-\frac{t_i+t_r}{T}} = \tau''_f\left(1 - e^{-\frac{t_i+t_r}{T}}\right) + \tau''_n e^{-\frac{t_i+t_r}{T}}, \tag{13}$$

unde

$$\boxed{\tau''_f = \frac{\tau_f\left(1 - e^{-\frac{t_i}{T}}\right)\Delta\tau e^{-\frac{t_i}{T}}}{1 - e^{-\frac{t_i+t_r}{T}}}.} \tag{14}$$

Relaţiile (11) şi (13) confirmă observaţia că, punctele $\tau'_n, \tau'_{n+1} \ldots$ şi $\tau''_n, \tau''_{n+1} \ldots$ se găsesc pe cîte o exponenţială, aceste relaţii avînd forma (6). Constanta de timp este tot T ca la fazele b şi c.

Să examinăm inegalitatea

$$\tau'_f \gtrless \tau''_f. \tag{15}$$

Inlocuind (12) şi (14) în (15) obţinem:

$$\tau_f e^{-\frac{t_r}{T}}(1-e^{-\frac{t_i}{T}})+\Delta\tau \geqq \tau_f(1-e^{-\frac{t_i}{T}})+\Delta\tau e^{-\frac{t_i}{T}}, \tag{16}$$

sau

$$\Delta\tau(1-e^{-\frac{t_i}{T}}) \geqq \tau_f(1-e^{-\frac{t_r}{T}})(1-e^{-\frac{t_i}{T}}), \tag{17}$$

$$\boxed{\Delta\tau \geqq \tau_f(1-e^{-\frac{t_r}{T}}).} \tag{18}$$

Relaţia (18) şi cele care se obţin din ea nu sînt valabile decît dacă $t_i \neq 0$, căci altfel trecerea de la (17) la (18) nu era admisă.

Examinînd relaţia (16) constatăm că, ea devine o egalitate, dacă $\frac{t_i}{T} \to 0$ şi prin urmare $\tau_f' \to \tau_f''$.

Relaţiile (18) şi (15) ne arată că, dacă $\Delta\tau > \tau_f(1-e^{-\frac{t_r}{T}})$ avem $\tau_f' > \tau_f''$ şi deci supratemperatura se va calcula cu relaţia (12). Dacă însă $\Delta\tau < \tau_f(1-e^{-\frac{t_r}{T}})$, atunci $\tau_f' < \tau_f''$ şi deci supratemperatura va fi dată de relaţia (14). Relaţia (18) poate fi pusă şi sub forma

$$\boxed{W \geqq pT(1-e^{-\frac{t_r}{T}}),} \tag{19}$$

dacă se fac următoarele înlocuiri:

$$\Delta\tau = \frac{W}{cM}, \quad \tau_f = \frac{p}{\lambda S} \quad \text{şi} \quad \frac{cM}{\lambda S} = T.$$

Dacă timpul de răcire este scurt în raport cu constanta de timp ($t_r \ll T$), relaţiile (18) şi (19) devin:

$$\Delta\tau \geqq \tau_f \frac{t_r}{T}, \tag{20}$$

$$W \geqq pt_r. \tag{21}$$

Introducem notaţia:

$$\boxed{\Delta t_i = \frac{W}{p} = \frac{\Delta\tau \cdot T}{\tau_f},} \tag{22}$$

Δt_i reprezentînd acel timp suplimentar de încălzire în care puterea p (ea se dezvoltă de fapt în intervalul t_i) ar da energia W (care de fapt se dezvoltă

aproape instantaneu). Cu această notație sensul inegalității $\tau'_f \gtrless \tau''_f$ (relația 15) se va stabili din următoarea (obținută prin înlocuirea relației (22) în (21)):

$$\boxed{\Delta t_i \gtrless t_r.} \tag{23}$$

In cazul ciclurilor scurte ($t_i + t_r \ll T$ și deci $t_i \ll T$, $t_r \ll T$) relațiile (12), (14) și (22) ne dau:

$$\tau'_f \cong \frac{\tau_f \left(1 - \frac{t_r}{T}\right) \frac{t_i}{T} + \Delta\tau}{\frac{t_i + t_r}{T}} \cong \frac{\tau_f \frac{t_i}{T} + \Delta\tau}{\frac{t_i + t_r}{T}} = \frac{\tau_f \frac{t_i}{T} + \tau_f \frac{\Delta t_i}{T}}{\frac{t_i + t_r}{T}} = \tau_f \left(\frac{t_i + \Delta t_i}{t_i + t_r}\right) \tag{24}$$

și

$$\tau''_f \cong \frac{\tau_f \frac{t_i}{T} + \Delta\tau \left(1 - \frac{t_i}{T}\right)}{\frac{t_i + t_r}{T}} \cong \frac{\tau_f \frac{t_i}{T} + \Delta\tau}{\frac{t_i + t_r}{T}} = \tau_f \left(\frac{t_i + \Delta t_i}{t_i + t_r}\right).$$

Așadar

$$\boxed{\tau'_f \cong \tau''_f \cong \tau_f \frac{t_i + \Delta t_i}{t_i + t_r}.} \tag{25}$$

Această relație ne arată că, sensul inegalității (23) determină și sensul inegalității

$$\tau'_f \gtrless \tau''_f \gtrless \tau_f, \tag{26}$$

pe lîngă sensul inegalității (15):

$$\tau'_f \gtrless \tau''_f.$$

In concluzie:

dacă $\Delta t_i > t_r$, avem $\tau'_f > \tau''_f > \tau_f$ (fig. 2),

iar

dacă $\Delta t_i < t_r$, avem $\tau'_f < \tau''_f < \tau_f$ (fig. 3).

Pentru ca timpul suplimentar de încălzire Δt_i să fie cît de mic (căci astfel τ'_f și τ''_f se micșorează) trebuie, după cum ne arată relația (22), ca constanta de timp T să fie cît se poate de mică, lucru ce se stabilește cu o răcire bună.

Să considerăm acum regimuri particulare de funcționare. Fie $t_r = 0$, deci $\Delta t_i > t_r$ (relația 23). Ne interesează (vezi inegalitatea (15)) în acest caz:

$$\tau'_f = \frac{\tau_f \left(1 - e^{-\frac{t_i}{T}}\right) + \Delta\tau}{1 - e^{-\frac{t_i}{T}}} = \tau_f + \frac{\Delta\tau}{1 - e^{-\frac{t_i}{T}}}, \tag{27}$$

expresie obținută din relația (12). Dacă timpul de încălzire este lung ($t_i \gg T$; el este urmat de o perioadă de răcire foarte scurtă), vom avea

$$\tau'_f = \tau_f + \Delta\tau \qquad \text{(vezi fig. 4).} \tag{28}$$

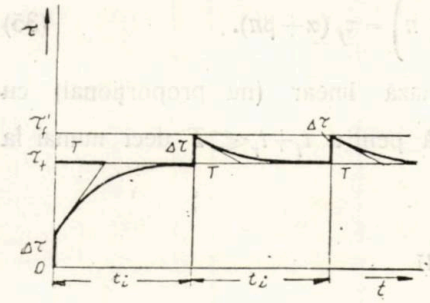


Fig. 4.

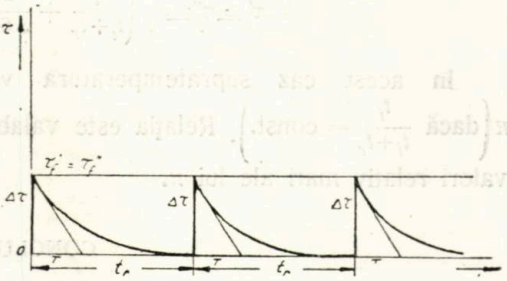


Fig. 5.

Dacă $t_i = 0$, rezultă $\tau'_f = \tau''_f$ atît din definiție (vezi figurile 2 și 3) cît și din relațiile (12) și (14) care ne dau:

$$\tau'_f = \tau''_f = \frac{\Delta\tau}{1 - e^{-\frac{t_r}{T}}}. \tag{29}$$

Dacă în plus faza de răcire este lungă ($t_r \gg T$), va rezulta din (29):

$$\tau'_f = \tau''_f = \Delta\tau \qquad \text{(vezi fig. 5).} \tag{30}$$

Dacă p și deci τ_f sînt foarte mici situația este analoagă cu aceea cînd $t_i = 0$, timpul total $t_i + t_r$ corespunzînd timpului de răcire t_r. In ambele cazuri dacă se consideră nu $t_r \gg T$, ci invers $t_r \ll T$, relația (29) ne va da:

$$\tau'_f = \tau''_f = \Delta\tau \frac{T}{t_r}. \tag{31}$$

Numărul de acționări într-o oră este

$$n = \frac{3\,600}{t_r}. \tag{32}$$

Rezultă

$$\tau'_f = \tau''_f = \frac{\Delta\tau \cdot T \cdot n}{3\,600}. \tag{33}$$

Supratemperatura este deci proporțională cu frecvența conectărilor. In cazul mai general dat de relația (25):

$$\tau'_f \cong \tau''_f \cong \tau_f \frac{t_i + \Delta t_i}{t_i + t_r},$$

frecvenţa conectărilor fiind în acest caz

$$n = \frac{3\,600}{t_i + t_r}, \tag{34}$$

supratemperatura maximă va fi:

$$\tau'_f \cong \tau''_f \cong \tau_f \left(\frac{t_i}{t_i + t_r} + \frac{\Delta t_i}{3\,600} n \right) = \tau_f (\alpha + \beta n). \tag{35}$$

In acest caz supratemperatura variază linear (nu proporţional) cu $n \left(\text{dacă } \frac{t_i}{t_i + t_r} = \text{const.} \right)$. Relaţia este valabilă pentru $t_i + t_r \ll T$ deci numai la valori relativ mari ale lui n.

CONCLUZII

1. Dacă electromagnetul este acţionat o singură dată, după atragerea armăturii temperatura înfăşurării creşte sau descreşte după cum $\tau_f \gtrless \Delta\tau \left(\tau_f = \frac{p}{\lambda S}, \Delta\tau = \frac{W}{cM} \right)$. Prin urmare temperatura maximă va fi cea mai mare dintre valorile: τ_f şi $\Delta\tau$.

2. La acţionări repetate temperatura maximă apare fie imediat după ce armătura a fost atrasă, fie în momentul deconectării, criteriul fiind dat de relaţia (18), (19) sau (23) dacă $t_r \ll T$. Supratemperatura se calculează cu relaţia (12) sau (14), după cum în relaţia (18), (19) sau (23) apare semnul $>$ sau semnul $<$.

3. Dacă durata ciclului este mică în raport cu constanta de timp ($t_i + t_r \ll T$), supratemperatura finală se poate determina cu aproximaţie cu relaţia (25), după ce în prealabil s-a calculat cu relaţia (22) t_i, timpul suplimentar de încălzire corespunzător energiei W dezvoltată în timpul procesului tranzitoriu de conectare şi de mişcare a armăturii electromagnetului. Relaţia (25) ne arată că, în cazul ciclurilor scurte, problema încălzirii este tot atît de simplă ca în regimul intermitent obişnuit format din cicluri de durată relativ mică.

4. La conectări dese supratemperatura variază linear cu frecvenţa conectărilor (relaţiile 33 şi 35).

ANEXĂ

La calculul lui W ne bazăm pe rezultatele obţinute în lucrarea: Dinamica electromagnetului, publicată de autor în Buletinul Ştiinţific şi Tehnic al Institutului Politehnic Timişoara, Tomul II, fasc. 2/1957.

Avem

$$W = r \int_{x=x_0}^{x=0} i^2 dt$$

dacă calculul se efectuează cu valori momentane, sau

$$W = r \int_{x=x_0}^{x=0} i^2 dt$$

dacă se calculează cu valoarea efectivă a curentului.

In cazul general, cînd nu pot fi admise ipoteze simplificatoare, i şi W se determină prin integrare numerică respectiv grafică.

In cazul unei mişcări frînate (cînd din cauza vitezei relativ mici forţele de inerţie se pot neglija), forţa electromagnetică $\left(F_e = -\frac{i^2 L'}{2}\right)$ va fi egală cu cea rezistentă $(F_r = -av)$, adică

$$\frac{i^2 L'}{2} = av.$$

Rezultă

$$W = r\int_{x_0}^{0} i^2\,dt = r\int_{x_0}^{0} \frac{i^2\,dx}{v} = r\int_{x_0}^{0} \frac{2a}{L'}\,dx \cong r\int_{x_0}^{0} \frac{2a}{-\frac{w^2\mu_0 S}{x^2}}\,dx = \frac{2ax_0^3 r}{3w^2\mu_0 S} =$$

$$= \frac{2ax_0^2}{3} \cdot \frac{r}{\frac{w^2\mu_0 S}{x_0}} = \frac{2ax_0^2}{3} \cdot \frac{r}{L_0}. \qquad (a)$$

Relaţia (a) este valabilă la orice regim de alimentare a electromagnetului. Dacă se schimbă numărul de spire al bobinei (păstrînd neschimbat volumul acesteia) raportul $\frac{r}{L_0}$ rămîne practic neschimbat, deci $W = kax_0^2$: căldura produsă nu depinde de mărimea curentului respectiv de viteza deplasării (nu putem spune acelaşi lucru despre lucrul mecanic efectuat la deplasarea armăturii!).

In cazul unui electromagnet conectat în serie în circuit valoarea curentului este independentă de poziţia armăturii. W se calculează deci independent de condiţiile de mişcare ale armăturii.

In cazul cînd se poate admite aproximaţia $r = 0$, relaţia $u \cong \frac{d\psi}{dt}$ ne dă pe ψ în funcţie de t. Dacă electromagnetul este conectat în momentul $t = 0$ la tensiunea de borne alternativă

$$u = u_{max} \sin(\omega t + \alpha),$$

se obţine

$$\psi = \int_0^t u\,dt = -\frac{u_{max}}{\omega}[\cos(\omega t + \alpha) - \cos\alpha].$$

Dacă se admite că întregul flux trece prin întrefierul de lucru al electromagnetului şi că este repartizat uniform pe suprafaţa polului, se obţine

$$F_e = \frac{1}{2w^2\mu_0 S}\psi^2 = \frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2 \mu_0 S}[\cos(\omega t + \alpha) - \cos\alpha]^2,$$

iar pentru valoarea mijlocie a forţei electromagnetice rezultă:

$$F_{e_m} = \frac{1}{2w^2\mu_0 S}\psi_m^2 = \frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2 \mu_0 S}\left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right).$$

Dacă se admite pentru F_r o valoare medie constanta F_{r_m}, ecuaţia diferenţială a mişcării devine:

$$-F_{e_m} + F_{r_m} = mx''$$

sau

$$-\frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2 \mu_0 S}\left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right) + F_{r_m} = mx''.$$

Punînd

$$\frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2 \mu_0 S}\left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right) - F_{r_m} = k,$$

obţinem

$$x = x_0 - \frac{k}{2m}t^2.$$

Durata mişcării va fi

$$T = \sqrt{\frac{2mx_0}{k}}.$$

Putem a calcula acum energia dezvoltată prin efect Joule-Lenz:

$$W = r\int_0^T i^2\,dt = r\int_0^T \left(\frac{\psi_m}{L}\right)^2 dt \cong r\int_0^T \frac{u_{max}^2}{\omega^2}\left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right)\cdot\frac{x^2}{w^4\mu_0^2 S^2}\,dt =$$

$$= \frac{ru_{max}^2\left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right)}{\omega^2 w^4 \mu_0^2 S^2}\cdot\int_0^T \left(x_0 - \frac{k}{2m}t^2\right)^2 dt = \frac{ru_{max}^2\left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right)}{\omega^2 w^4 \mu_0^2 S^2}\left(x_0^2 T - \frac{x_0 k T^3}{3m} + \right.$$

$$\left. + \frac{k^2 T^5}{20m^2}\right) = \frac{2r(k + F_{rm})}{w^2\mu_0 S}\cdot\frac{8}{15}x_0^2 T = \frac{16}{15}\cdot\frac{r}{L_0}\cdot x_0(k + F_{r_m})\,T. \qquad \text{(b)}$$

Dacă $F_{r_m} \cong 0$, avem

— în cazul cînd $\alpha = \frac{\pi}{2}$:

$$k = \frac{u_{max}^2}{4\omega^2 w^2 \mu_0 S},$$

$$T = T_{max} = \frac{2\omega w}{u_{max}}\sqrt{2mx_0\mu_0 S},$$

$$W = W' = \frac{16}{15}\cdot\frac{r}{L_0}\cdot x_0 kT = \frac{16}{15}\cdot\frac{r}{L_0}\cdot x_0\cdot\frac{u_{max}^2}{4\omega^2 w^2\mu_0 S}\cdot\frac{2\omega w}{u_{max}}\sqrt{2mx_0\mu_0 S} =$$

$$= \frac{8\sqrt{2m}\cdot ru_{max}x_0}{15L_0^{3/2}\omega}; \qquad \text{(b')}$$

— în cazul cînd $\alpha=0$:

$$k=\frac{3u_{max}^2}{4\omega^2 w^2 \mu_0 S},$$

$$T=T_{min}=\frac{2\omega w}{u_{max}}\sqrt{\frac{2mx_0\mu_0 S}{3}},$$

$$W=W''=\frac{16}{15}\cdot\frac{r}{L_0}\cdot x_0 kT=\frac{8\sqrt{2m}\cdot r\cdot u_{max}x_0}{5\sqrt{3}L_0^{3/2}\omega}. \qquad (b'')$$

Din relațiile (b') și (b'') se vede că, la schimbarea numărului de spire al bobinei (păstrînd volumul bobinei neschimbat) pentru a o adapta la altă tensiune, W rămîne neschimbat. Într-adevăr raportul $\frac{r}{L_0}$ nu se schimbă, iar $\frac{u_{max}}{L_0^{1/2}}=\frac{u_{max}}{w}\sqrt{\frac{x_0}{\mu_0 S}}=\text{const.}$ la schimbarea proporțională a tensiunii și a numărului de spire. Componenta aperiodică a fluxului mărește pe W de $\frac{W''}{W'}=\sqrt{3}$ ori (dacă se neglijează amortizarea ei).

Dacă electromagnetul se conectează la tensiune continuă constantă și se consideră $r=0$ și $F_{r_m}\cong 0$, expresia energiei dezvoltate va fi (vezi relația 127 și 128 din lucrarea citată):

$$W=\int_0^T i^2\,dt=\int_0^T[\alpha t(x_0-\beta t'')]^2 dt=\frac{32}{231}\alpha^2 x_0^2 T^3=0{,}138\frac{u^2x_0^2T^3}{\mu_0^2 w^4 S^2}=0{,}138\left(\frac{u}{L_0}\right)^2 T^3. \qquad (c)$$

In relația (c) $T=\sqrt[4]{\frac{24w^2\mu_0 Smx_0}{u^2}}$.

In cazul general cînd $r=0$, dar celelalte aproximații $F_r=\text{const.}$ sau chiar $F_r=0$ nu sînt valabile, se poate totuși determina $x=x(t)$ prin integrarea ecuației diferențiale a mișcării armăturii.

Rezultă

$$i^2=\frac{\psi^2}{L^2}\cong\frac{\psi^2(t)\cdot x^2(t)}{w^4\mu_0^2 S^2}=f(t)$$

și deci

$$W=r\int_{t_0}^{t_0+T} i^2\,dt=r\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\,dt,$$

integrarea putînd fi efectuată analitic sau grafic.

LE RÉGIME DE CHAUFFAGE POUR LES ÉLECTRO-AIMANTS DE COURANT ALTERNATIF

(RÉSUMÉ)

On examine le régime de chauffage formé de trois phases dont une est très courte et à développement intense de chaleur. Dans ce travail, on établit des méthodes de calcul pour la surtempérature maxime qui apparait dans un seul cycle ou dans des cycles qui se répètent périodiquement.

Le régime considéré apparaît dans un grad nombre d'électro-aimants où, durant le processus transitoire de l'attraction de l'armature, se développe brusquement une importante quantité de chaleur. Dans une annexe du travail, on présente le calcul de cette chaleur.

РЕЖИМ НАГРЕВА ЭЛЕКТРОМАГНИТОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Изучается режим нагрева состоящий из трех фаз, из которых одна очень краткой продолжительности с интенсивным выделением тепла.

В работе устанавливается метод расчета максимальной сверхтемпературы которая создается при одном цикле или при периодически повторяющихся циклах.

Указанный режим появляется в большинстве электромагнитов, которые во время переходного процесса притяжения арматуры развивают в короткий промежуток времени большое количество тепла. Расчет дается в конце работы в виде отдельного приложения.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

STUDIUL SOLICITĂRILOR ÎN GUSEELE GRINZILOR CU ZĂBRELE CU METODA FOTOELASTICĂ

DE

DAN D. MATEESCU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

1. INTRODUCERE

La construcţiile metalice nituite şi în multe cazuri şi la cele sudate, prinderea barelor în noduri se face prin intermediul guseelor. Dimensionarea acestor elemente, care asigură echilibrul nodurilor şi de care depinde în mare măsură comportarea construcţiei în exploatare, este foarte dificilă şi în cele mai multe cazuri chiar imposibilă. In mod obişnuit dimensiunile guseelor rezultă prin respectarea unor reguli constructive privind prinderea barelor în noduri, verificate apoi în diferite secţiuni considerîndu-se guseul ca o bară. Această ipoteză nu corespunde însă situaţiei reale, guseul fiind de fapt o placă plană, în cele mai multe cazuri avînd un contur foarte neregulat şi încărcată cu forţe concentrate în anumite puncte, la construcţiile nituite, sau cu forţe repartizate de-a lungul unor linii, la cele sudate.

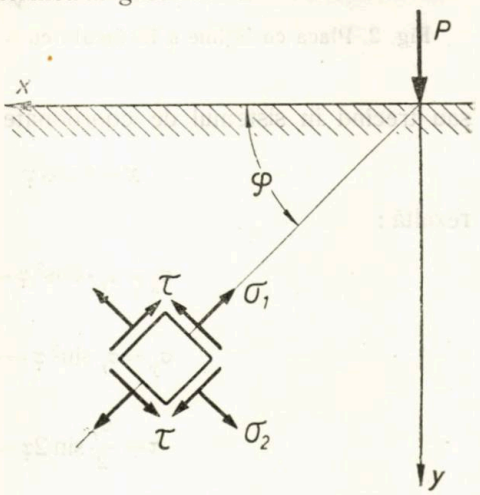


Fig. 1. Semiplanul încărcat cu o forţă concentrată.

Prin asimilarea problemei semiplanului încărcat cu o forţă concentrată, (fig. 1), cu o placă cu lăţime finită încărcată de asemenea cu o forţă concentrată axială, (fig. 2), se poate determina efortul unitar σ_y la diferite nivele.

Plecînd de la funcţiunea Airy care determină starea de solicitare pentru cazul semiplanului,

$$\Phi = \frac{P}{\pi} r\varphi \cos\varphi \qquad (1)$$

obţinem :

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} = -\frac{2P}{\pi r}\sin\varphi \\ \sigma_t &= \frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} = 0 \quad \text{şi} \quad \tau = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\right) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

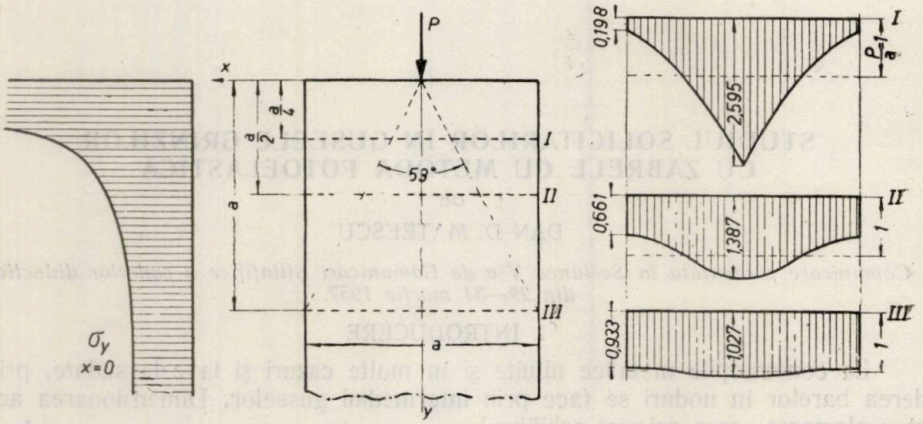


Fig. 2. Placa cu lăţime a încărcată cu o forţă concentrată. Diagramele solicitărilor.

sau trecînd în sistemul de coordonate rectangulare, cu :

$$x = r\cos\varphi \quad \text{şi} \quad y = r\sin\varphi$$

rezultă :

$$\sigma_x = \sigma_r \cdot \cos^2\varphi = -\frac{2P}{\pi}\frac{x^2y}{(x^2+y^2)^2} \tag{3}$$

$$\sigma_y = \sigma_r \sin^2\varphi = -\frac{2P}{\pi}\frac{y^3}{(x^2+y^2)^2} \tag{4}$$

$$\tau = \frac{\sigma_r}{2}\sin 2\varphi = -\frac{2P}{\pi}\frac{xy^2}{(x^2+y^2)^2}\,. \tag{5}$$

In diagramele din figura 2 este arătată variaţia efortului unitar σ_y la diferitele nivele ale plăcii. Aşa cum rezultă din diagrama III, o repartizare aproape uniformă obţinem la nivelul $y=a$, adică vom putea admite că repartizarea forţei concentrate P se face sub un unghi de 53°.

Pe acest considerant, dimensiunile unui guseu care asigură prinderea unei singure bare în nod, se determină în modul următor : din axul primului nit care bara este prinsă de guseu se duc două direcţii care fac cu axa barei 30° (fig. 3). Se măsoară la capătul barei lăţimea guseului cuprinsă între cele două

drepte trasate din primul nit, segmentul $a—b$, verificîndu-se la acest nivel condiţia de dimensionare:

$$\sigma_{ef} = \frac{P}{ab \cdot t} \leqq \sigma_a \qquad (6)$$

t fiind grosimea guseului.

Dar chiar această verificare elementară a celui mai simplu tip de guseu nu este suficient de concludentă. Dacă la nivelul $a—b$, avînd în vedere cele spuse mai înainte, noi putem admite o repartizare uniformă a eforturilor unitare şi putem calcula efortul unitar efectiv din relaţia (6), aceasta nu o putem face pentru alte secţiuni unde chiar din diagramele arătate în figura 2 rezultă că repartizarea nu mai este uniformă. In cazul nostru problema este mai complicată prin faptul că forţa P se transmite guseului prin cele două nituri şi că guseul este găurit. Din aceste cauze starea de solicitare va fi cu totul alta şi concentrările de eforturi vor fi mult mai pronunţate decît în cazul arătat în figura 2.

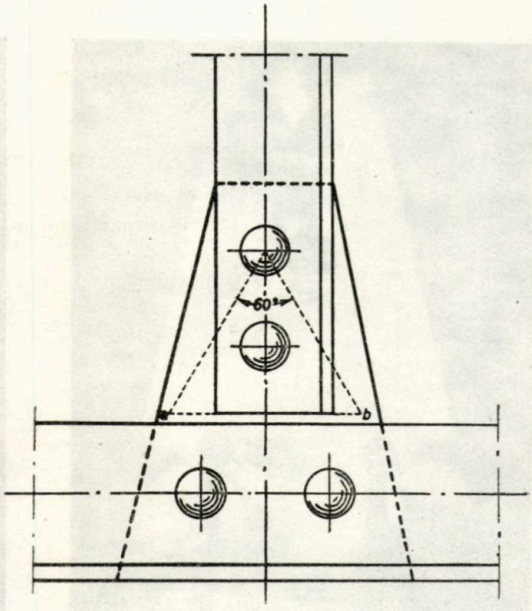


Fig. 3. Guseu.

Această problemă, care face parte dintr-o temă mai vastă, ne propunem s-o studiem experimental cu ajutorul metodei fotoelastice.

2. DETERMINAREA EFORTURILOR UNITARE CU METODA FOTOELASTICA

Starea de solicitare într-o placă încărcată în planul ei este determinată prin cunoaşterea în fiecare punct al plăcii a valorii celor două rezistenţe principale σ_1 şi σ_2 şi a unghiului φ pe care una din cele două rezistenţe principale îl face cu o anumită direcţie fixă.

Cu ajutorul metodei fotoelastice direcţia rezistenţelor principale, unghiul φ, se poate determina direct. Prin rotirea simultană a celor doi polaroizi încrucişaţi, (polarizatorul şi analizatorul), se determină acele puncte ale plăcii în care rezistenţele principale au direcţii paralele cu planul de polarizare. Aceste puncte de egală înclinaţie a rezistenţelor principale apar în analizator ca puncte negre, iar liniile care unesc aceste puncte de egală înclinaţie a rezistenţelor principale, numite din această cauză *izocline*, apar ca linii întunecate.

Pentru ca aceste linii să fie separate de alte linii de care se va vorbi mai jos, pentru obţinerea izoclinelor se recomandă întrebuinţarea, pentru model, a unui material transparent şi cu calităţi de birefrigenţă accidentală cu un efect optic însă cît mai redus. Din acest motiv în experimentările noastre, pentru obţinerea izoclinelor, s-a folosit sticlă plexi.

In figurile 4 şi 5 sînt arătate, pentru cazul studiat, izoclinele de 20° şi de 70°.

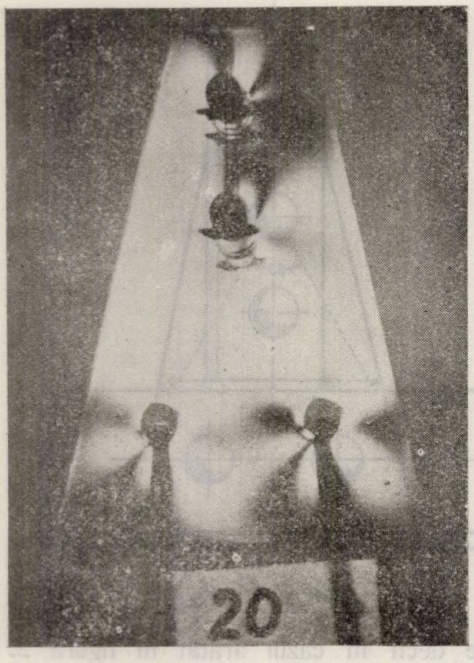


Fig. 4. Izocline de 20°.

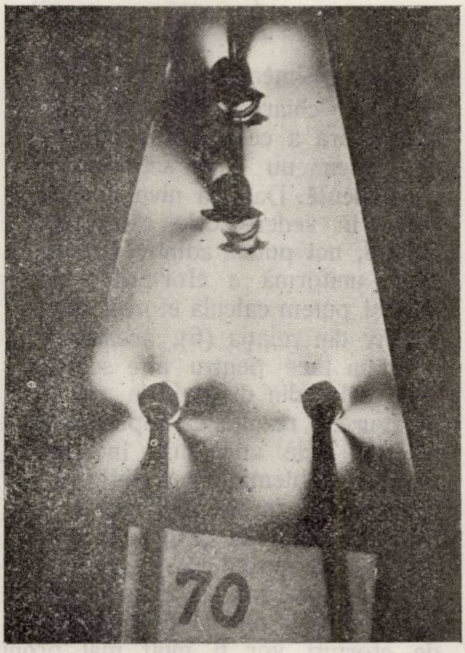


Fig. 5. Izocline de 70°.

Izoclinele astfel obţinute din 5 în 5 grade sînt desenate într-o figură, (fig. 6), cu ajutorul căreia pot fi trasate traiectoriile rezistenţelor principale numite liniile *izostatice*.

Aceste linii izostatice, arătate în fig. 7, ne dau posibilitatea unei analize calitative a stării de solicitare. Ele indică evident modul de curgere a eforturilor în piesă şi ne arată regiunile cu concentrări pronunţate a eforturilor. Pe baza studiului izostaticelor pot fi trase concluzii privind forma cea mai potrivită a piesei.

Tot cu metoda fotoelastică se pot determina cu uşurinţă liniile de egală diferenţă a rezistenţelor principale.

Insemnînd cu s deplasarea relativă de fază a celor două componente ale luminii care oscilează paralel cu direcţiile principale 1 şi 2, în baza legii Wertheim se poate scrie:

$$s = C(\sigma_1 - \sigma_2)\frac{t}{\lambda} \qquad (7)$$

unde C reprezintă o constantă a materialului, t grosimea modelului, iar λ lungimea de undă a luminii folosite. Pentru C, t şi λ date, deplasarea de fază depinde deci numai de diferenţa dintre rezistenţele principale. Cînd s are o valoare întreagă, (0, 1, 2, 3,...), cele două componente orizontale care trec

prin analizator şi care au aceeaşi amplitudine, provenind din componente ale unei mărimi verticale, vor fi astfel decalate, în contra fază, încît rezultanta lor este nulă şi deci în acest caz în analizator apare un punct întunecat (fig. 8).

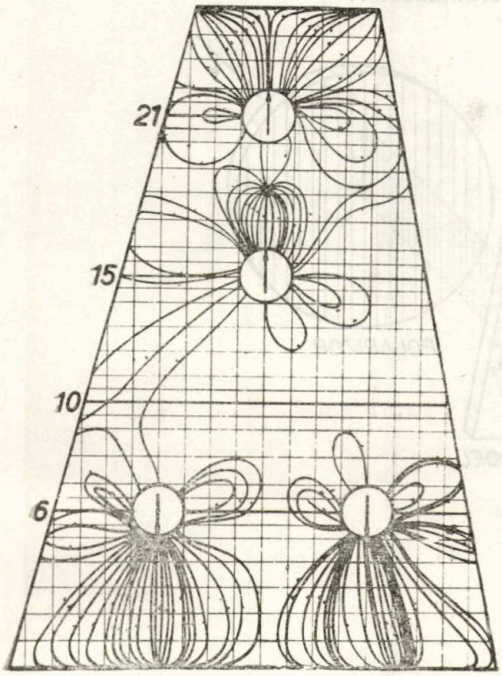


Fig. 6. Izocline din 5 în 5 grade.

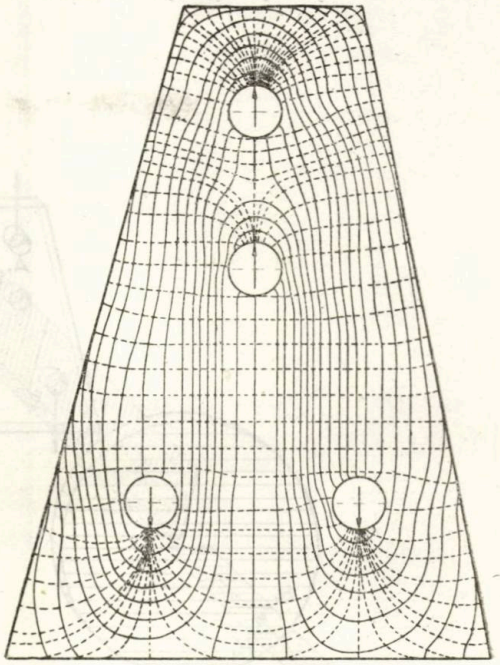


Fig. 7. Izostatice.

Liniile care unesc aceste puncte de egală diferenţă a rezistenţelor principale şi pentru care s are valori întregi apar în analizator ca linii întunecate, iar dacă cercetarea se face în lumină albă aceste linii apar în culoarea complimentară a lungimii de undă stinse, deci ca linii de aceeaşi culoare, de unde numele de linii *izocromatice*.

După cum $s=0, 1, 2, 3, \ldots$, se vorbeşte de izocromatice de ordinul 0, 1, 2, 3, ..., mărimea diferenţei rezistenţelor principale fiind proporţională cu acest număr de ordine. Pentru ca ordinul izocromaticelor să fie cît mai mare, ca material pentru modele se foloseşte un material cît mai activ din punct de vedere optic. In cercetările noastre pentru obţinerea liniilor izocromatice s-a întrebuinţat o răşină sintetică pe bază de phenol.

Pentru înlăturarea izoclinelor a căror apariţie în analizator ar îngreuia determinarea izocromaticelor se foloseşte lumină polarizată circular. Această polarizare circulară se obţine prin intercalarea între polarizator şi model şi între model şi analizator a unor plăci de sfert de undă executate dintr-un material cu calităţi de birefrigenţă şi montate astfel ca direcţiile principale să formeze unghiuri de 45° cu direcţiile de polarizare.

Trasarea izocromaticelor s-a făcut după fotografii luate în lumină monocromatică, iar determinarea numărului de ordine s-a făcut după fotografii luate în lumină albă şi prin aplicarea încărcării în trepte. In acest mod s-a putut urmări cu uşurinţă apariţia treptată a izocromaticelor.

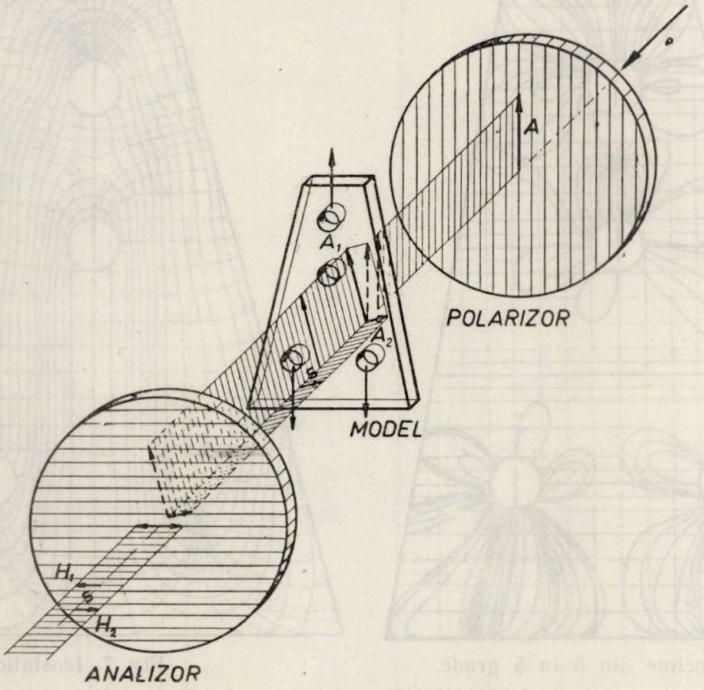


Fig. 8. Schemă privind apariţia izocromaticelor.

In figura 9 este arătată fotografia făcută în lumină monocromatică, iar în fig. 10 este dat desenul izocromaticelor întocmit pe baza acestei fotografii cu indicarea numărului de ordine al liniilor de egală diferenţă a rezistenţelor principale.

Cunoscînd direcţiile rezistenţelor principale, izoclinele şi diferenţele între rezistenţele principale, izocromaticele, în fiecare punct al plăcii, valoarea rezistenţelor principale σ_1 şi σ_2 se poate determina cu metoda propusă de M. Frocht şi care constă în următoarele:

a) Se determină în toate punctele unui careiaj cu laturile paralele cu axele x şi y eforturile tangenţiale τ_{xy} din:

$$\tau_{xy} = \tau_1 \sin 2\varphi \tag{8}$$

unde:

$$\tau_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \tag{9}$$

iar φ respectiv $\varphi + 90°$ fiind unghiul pe care direcţiile principale îl fac cu axa x.

b) Din condiţiile de echilibru scrise pentru elementul infinitezimal se obţin relaţiile cunoscute:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}&=0\\ \frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x}&=0\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

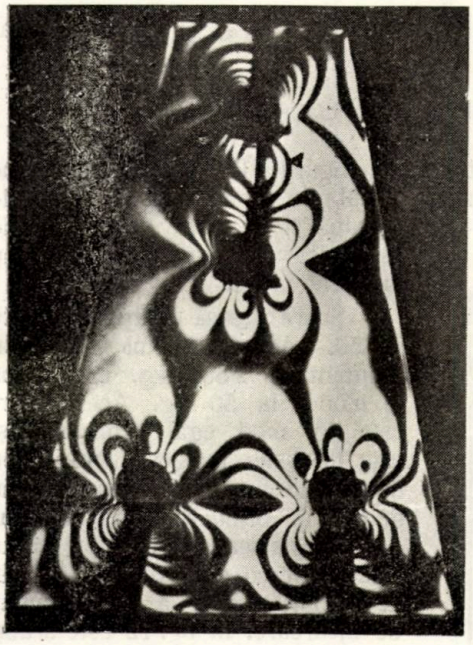


Fig. 9. Izocromatice-fotografie.

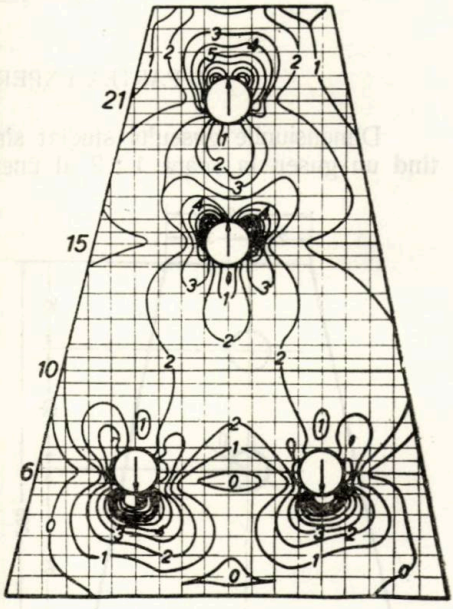


Fig. 10. Ordinul izocromaticelor.

Prima ecuaţie, ecuaţia de protecţie pe axa x se poate scrie cu diferenţe finite:

$$\frac{\Delta\sigma_x}{\Delta x}+\frac{\Delta\tau_{xy}}{\Delta y}=0 \tag{10 a}$$

de unde;

$$\Delta\sigma_x=-\Delta\tau_{xy}\frac{\Delta x}{\Delta y} \tag{11}$$

adică creşterea rezistenţei normale σ_x de-a lungul elementului finit Δx este egală cu minus creşterea efortului tangenţial τ_{xy} de-a lungul elementului finit Δy. Creşterea efortului tangenţial o determinăm ca diferenţă a eforturilor tangenţiale τ_{xy} calculate de-a lungul a două paralele cu axa x şi la distanţele $\frac{\Delta y}{2}$ de această axă.

Plecînd de la margine unde de la început putem să stabilim, din tabloul izocromaticelor, valoarea efortului unitar σ_x, prin însumarea creşterilor $\Delta\sigma_x$ de-

terminăm în fiecare punct al careiajului, de-a lungul axei x, valorile efortului σ_x. Ca un control la cealaltă margine va trebui să dăm de valoarea σ_x care de asemenea poate fi determinată şi direct din tabloul izocromaticelor.

c) Efortul normal după direcţia y, σ_y, poate fi determinat grafic, cu cercul lui Mohr, sau analitic din relaţia:

$$\sigma_y = \sigma_x \pm \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 4\tau_{xy}^2} \qquad (12)$$

sau:

$$\sigma_y = \sigma_x \pm (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\varphi. \qquad (12\,a)$$

3. PARTEA EXPERIMENTALĂ A LUCRĂRII

Dimensiunile guseului studiat sînt trecute în figura 11, modelul reprezenetînd un guseu la scara 1 : 2 al unei grinzi cu zăbrele, fixat cu două nituri de o talpă şi de care se prinde de asemenea cu două nituri, un montant întins.

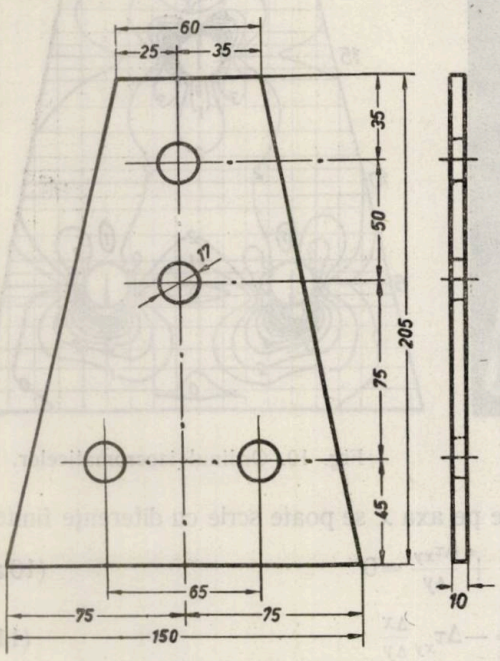


Fig. 11. Guseul studiat.

Scara aleasă pentru forţe este 1 : 50. Astfel efortul real din montant de 2 500 kg, este redus la model la 50 kg. Acest efort este în mod egal repartizat şi este transmis în guseu prin cele două dornuri bine păsuite în găurile de prindere ale montantului. In partea inferioară guseul este fixat cu două dornuri îndoite de o bară rigidă a dispozitivului de încărcare. In fig. 12 este arătat dispozitivul de încărcare, iar în fig. 13 dispozitivul de încărcare montat între cei doi polaroizi.

In figurile 6 şi 7 au fost arătate izoclinele şi izostaticele, iar în figura 10 au fost arătate izocromaticele. Cu metoda descrisă în paragraful precedent au fost determinate de-a lungul unor secţiuni paralele cu axa x diagramele eforturilor normale σ_x şi σ_y. Aceste diagrame sînt arătate în fig. 14. Valoarea benzii materialului întrebuinţat a fost determinată la 11,2 kg/cm^2 pe epruvete supuse la întindere şi compresiune.

O primă verificare a acestor diagrame se poate face aplicînd metoda secţiunilor scriind condiţii de echilibru. Astfel eforturile interioare σ_y însumate de-a lungul orizontalei 21 şi pe grosimea modelului trebuie să egaleze efortul

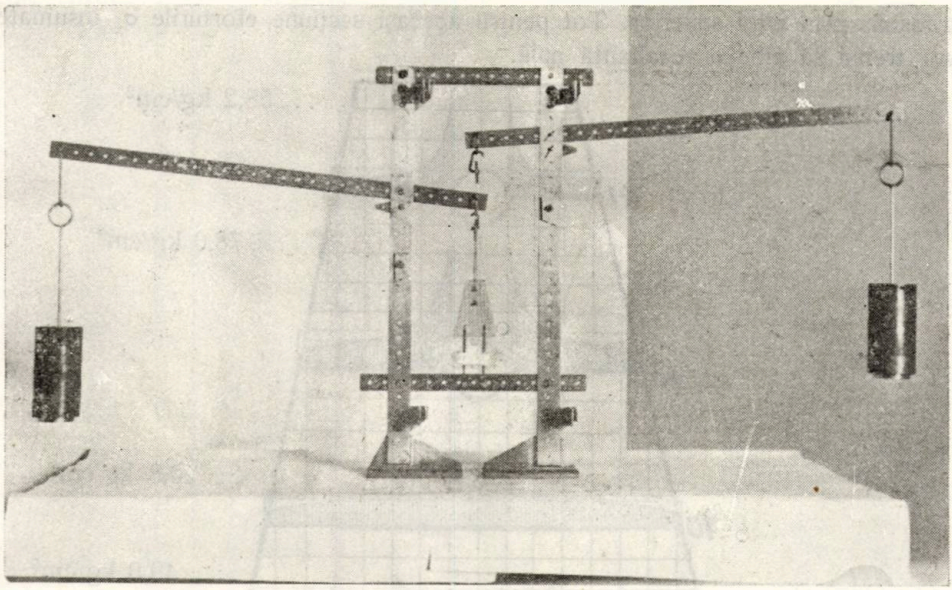


Fig. 12. Dispozitivul de încărcare.

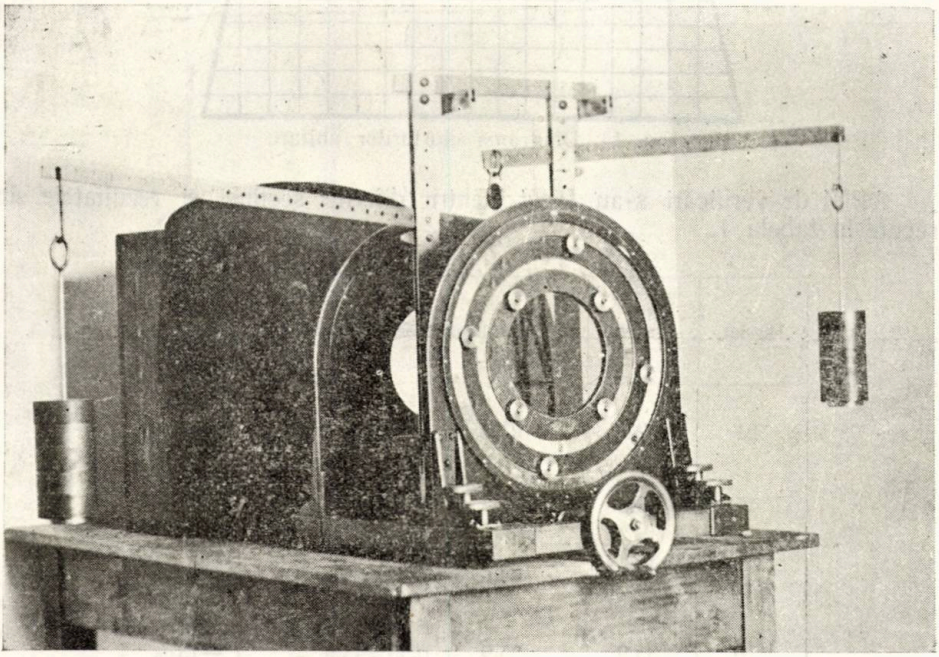


Fig. 13. Vederea aparatului cu dispozitivul montat.

transmis prin nitul superior. Tot pentru aceeaşi secţiune eforturile σ_x însumate vor trebui să aibe o rezultantă nulă.

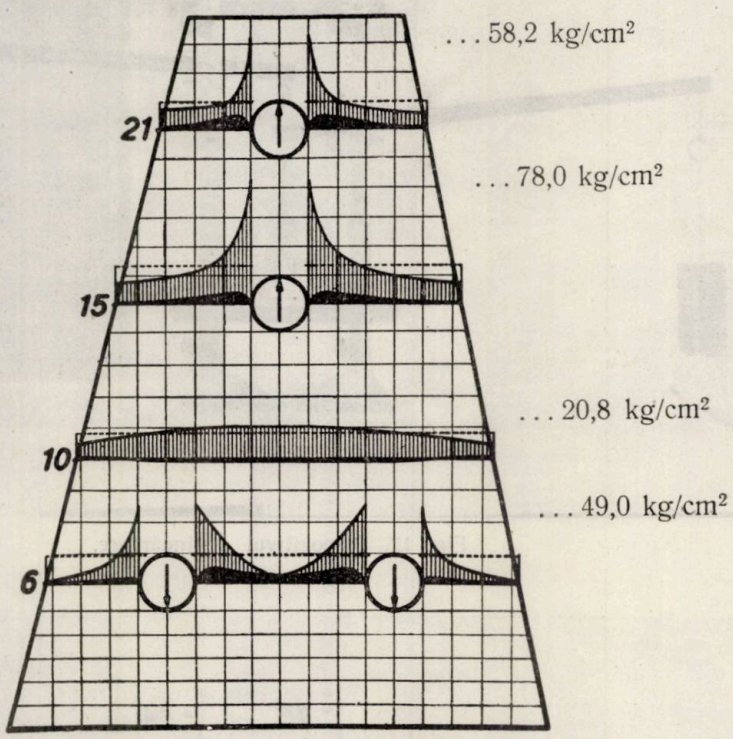


Fig. 14. Diagrama eforturilor unitare.

Astfel de verificări s-au făcut pentru diferite secţiuni şi rezultatele sînt trecute în tabela 1.

Tabela 1

Nivelul	$\int_0^{2b} \sigma_y dx$	Rezultanta efort. interioare	Diferenţa
21	22,7	$22{,}7 \frac{2{,}80}{13{,}1} 0{,}55 = 26{,}5$ kg	+6,8%
15	43,8	$43{,}8 \frac{4\,00}{18{,}0} 0{,}55 = 53{,}5$ „	+ 7,0%
10	44,0	$44{,}0 \frac{5{,}70}{25{,}9} 0{,}55 = 55{,}0$ „	+10%
6	35,9	$35{,}9 \frac{4{,}90}{22{,}3} 0{,}55 = 43{,}5$ „	—13%

O a doua verificare a rezultatelor obținute se poate face prin asimilarea problemei studiate experimental cu probleme care au rezolvări teoretice sau experimentale acceptate, comparîndu-se mărimea eforturilor unitare în diferite puncte ale plăcii.

De exemplu pentru secțiunea de la nivelul 21 placa noastră ar putea fi considerată în condițiile de încărcare arătate în figura 15.

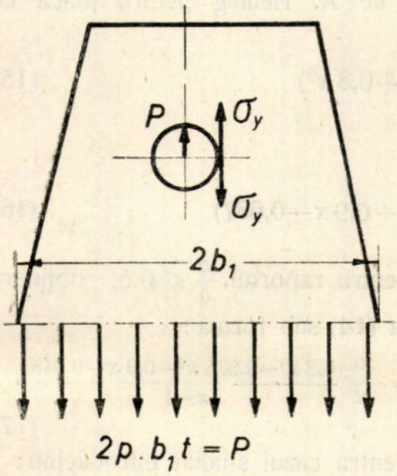


Fig. 15. Schemă de încărcare.

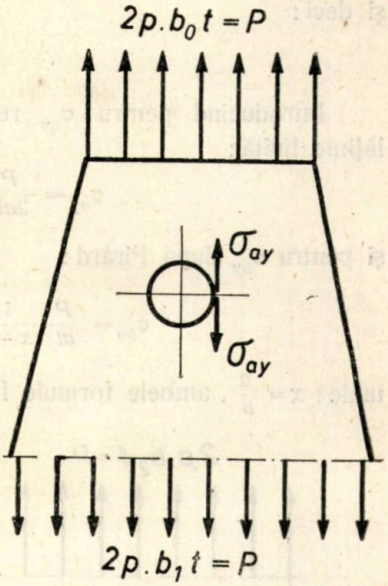


Fig. 16. Schemă de încărcare.

Sînt cunoscute însă rezolvările teoretice și experimentale a celor două cazuri de încărcare arătate în figurile 16 și 17. Cazul din fig. 16 reprezintă o placă cu lățime finită cu o gaură circulară cu raza *a* și încărcată cu o sarcină uniform repartizată pe lățimea plăcii; (cazul Kirsch particularizat), iar cazul din fig. 17 o placă de asemenea cu lățime finită și cu o gaură cu raza *a*, încărcată cu două forțe egale, concentrate, diametrale și care acționează axial.

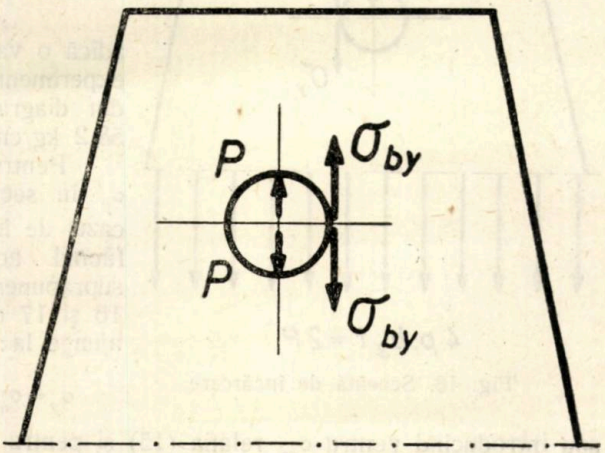


Fig. 17. Schemă de încărcare.

Efortul unitar în punctul și după direcția indicată în fig. 15 se obține ca jumătate din suma eforturilor unitare din cele două cazuri calculate în același punct și după aceeași direcție, deoarece cazul de încărcare din

fig. 15 se obţine prin suprapunerea celor două sisteme arătate în fig. 16 şi 17, rezultatul fiind redus la jumătate fiindcă:

$$2\sigma_y = \sigma_{ay} + \sigma_{by} \tag{13}$$

şi deci:

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{ay} + \sigma_{by}}{2}. \tag{14}$$

Introducînd pentru σ_{ay} relaţia stabilită de A. Hennig pentru placa cu lăţime finită:

$$\sigma_{ay} = \frac{P}{2at} \frac{x}{1-x} (3 - 2x + 0{,}8\,x^2) \tag{15}$$

şi pentru σ_{by} după Pirard:

$$\sigma_{by} = \frac{P}{at} \frac{1}{x-1} (x^3 - 1{,}75\,x^2 + 0{,}9\,x - 0{,}637) \tag{16}$$

unde: $x = \frac{a}{b}$, ambele formule fiind valabile pentru raportul $\frac{a}{b} < 0{,}5$, obţinem ecuaţia (14) sub forma:

$$\sigma_y = \frac{P}{at} \frac{0{,}3\,x^3 - 0{,}375\,x^2 - 0{,}3\,x - 0{,}318}{x-1}. \tag{17}$$

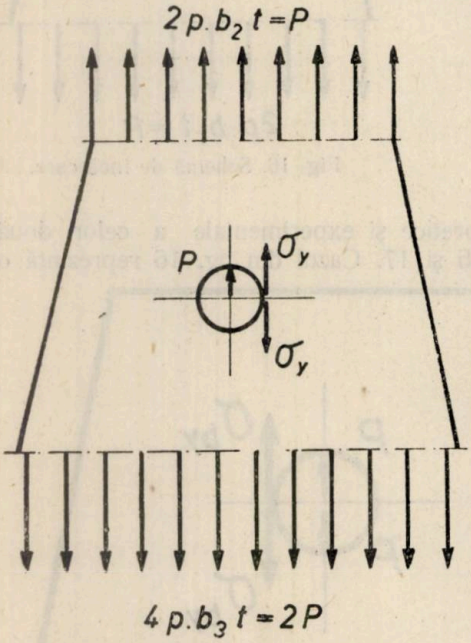


Fig. 18. Schemă de încărcare.

Pentru cazul studiat introducînd:

$P = 25$ kg; $t = 0{,}55$ cm;
$b = 1{,}80$ cm; $a = 0{,}4$ cm

obţinem:

$$\sigma_y = 58{,}3 \text{ kg/cm}^2$$

adică o valoare identică cu cea stabilită experimental, care aşa cum rezultă din diagrama dată în fig. 14 este de 58,2 kg/cm².

Pentru determinarea efortului unitar σ_y în secţiunea de la nivelul 15, în cazul de încărcare arătat în fig. 18 şi făcînd aceleaşi considerente privind suprapunerea cazurilor arătate în figurile 16 şi 17 ca şi pentru secţiunea 21, se ajunge la:

$$\sigma_y = \sigma_{ay} + \frac{\sigma_{ay} + \sigma_{by}}{2} = \frac{3\sigma_{ay} + \sigma_{by}}{2} \tag{18}$$

sau introducînd pentru σ_{ay} relaţia (15) şi pentru σ_{by} relaţia (16), obţinem:

$$\sigma_y = \frac{P}{at} \frac{0{,}1\,x^3 - 0{,}625\,x^2 + 1{,}8\,x + 0{,}318}{1-x}. \tag{19}$$

Cu valorile noastre:

$$P=25 \text{ kg}; \quad t=0{,}55 \text{ cm}; \quad b=2{,}4 \text{ cm}; \quad a=0{,}4 \text{ cm}$$

obţinem:

$$x=0{,}166$$

$$\sigma_y=\frac{25}{0{,}4\times 0{,}55}\,\frac{0{,}590}{0{,}834}=80{,}5 \text{ kg/cm}^2$$

valoare de asemenea foarte apropiată de cea stabilită de noi experimental pentru aceeaşi secţiune şi în acelaşi punct, aşa cum rezultă din diagrama din fig. 14, $\sigma_y=78$ kg/cm^2.

4. TRANSPUNEREA REZULTATELOR ÎN PIESA METALICĂ ŞI CONCLUZII

Insemnînd cu:

λ scara lungimilor $\quad \lambda=\dfrac{L_{model}}{L_{piesă}}$

δ scara grosimilor $\quad \delta=\dfrac{t_{model}}{t_{piesă}}$

$\varkappa$ scara forţelor $\quad \varkappa=\dfrac{P_{model}}{P_{piesă}}$

şi considerînd valabilitatea legii Hooke atît în model ca şi în piesă şi egalitatea coeficienţilor Poisson, obţinem legea de analogie fizică:

$$\sigma_{piesă}=\sigma_{model}\,\frac{\lambda\cdot\delta}{\varkappa}.$$

In cazul nostru, cu $\lambda=\frac{1}{2}=0{,}5$, $\delta=\frac{0{,}55}{1{,}0}=0{,}55$ şi $\varkappa=\frac{25}{1250}=0{,}02$ vom avea:

$$\sigma_{piesă}=\sigma_{model}\,\frac{0{,}5\times 0{,}55}{0{,}02}=13{,}75\,\sigma_{model}.$$

Diagramele eforturilor unitare în diferite secţiuni ale guseului vor fi deci asemănătoare cu cele stabilite în model şi arătate în fig. 14. Ordonatele trecute în aceste diagrame trebuie înmulţite cu 13,75 pentru a obţine eforturile unitare în guseul metalic.

In piesa metalică vor rezulta deci următoarele solicitări maxime şi coeficienţi de concentrare, calculaţi faţă de eforturile unitare medii:

a) *la nivelul orizontalei 21*

$$\sigma_{med}=\frac{1\,250}{5{,}6\times 1{,}0}=224 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{max}=13{,}75\times 58{,}2=800 \text{ kg/cm}^2$$

$$K=\frac{800}{224}=3{,}57$$

b) *la nivelul orizontalei 15*

$$\sigma_{med} = \frac{2\,500}{8{,}0 \times 1{,}0} = 313 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{max} = 13{,}75 \times 78 = 1\,075 \text{ kg/cm}^2$$

$$K = \frac{1\,075}{313} = 3{,}44$$

c) *la nivelul orizontalei 10*

$$\sigma_{med} = \frac{2\,500}{11{,}2 \times 1{,}0} = 223 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{max} = 13{,}75 \times 20{,}8 = 286 \text{ kg/cm}^2$$

$$K = \frac{286}{223} = 1{,}28$$

d) *la nivelul orizontalei 6*

$$\sigma_{med} = \frac{2\,500}{9{,}8 \times 1{,}0} = 255 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{max} = 13{,}75 \times 49{,}0 = 675 \text{ kg/cm}^2$$

$$K = \frac{675}{255} = 2{,}65.$$

Avînd în vedere rezultatele de mai sus putem trage următoarele concluzii:

1. Dimensionarea guseului, pe baza regulei constructive arătate la început, este corespunzătoare, eforturile unitare nedepăşind în nici un punct al plăcii rezistenţa admisibilă.

2. Valorile coeficienţilor de concentrare a tensiunilor sînt apropiate de cele stabilite teoretic şi experimental în bare găurite şi admise în construcţiile nituite. Admiterea acestor vîrfuri de solicitare, care depăşesc cu mai mult de trei ori eforturile unitare medii, este bazată pe comportarea elastico-plastică a materialului, care are ca efect o uniformizare a solicitărilor cînd eforturile unitare depăşesc limita de proporţionalitate şi de asemenea pe faptul că forţa transmisă prin nituri, din cauza forţei de strîngere a niturilor, se repartizează pe suprafaţa de contact a pieselor asamblate reducîndu-se în mod important vîrful de solicitare.

3. Formulele (17) pentru secţiunea prin gaura superioară şi (19) pentru secţiunea prin gaura de mijloc, stabilite prin analogie cu alte cazuri de încărcare şi verificate prin acest studiu, pot fi considerate valabile şi folosite în proiectare la verificarea vîrfurilor de solicitare care apar la nivelul celor două găuri de nit.

BIBLIOGRAFIE

1. Dr. L. Föppl şi Dr. ing. E. Mönch, *Praktische Spannungsoptik*, Springer, 1950.
2. Ing. A. Pirard, *La photoelasticité*, Dunod—1947.
3. Prof. ing. Dan Mateescu, *Construcţii metalice, Vol. II.* Editura I.P.T. 1951.

STUDIUM ÜBER DEN SPANNUNGSZUSTAND IN DEN KNOTENBLECHEN EINES FACHWERKTRÄGERS MIT HILFE DER FOTOELASTIZITÄTS METHODE

(INHALTSANGABE)

Nach einer einleitenden kurzen Betrachtung über die fotoelastizitäts Methode, sowie deren Anwendung zur Bestimmung von Spannungszuständen im allgemeinen, wird der praktisch ausgeführte Versuch, zur Bestimmung der Isoklinen und der Isokromaten eines geniteten Knotenbleches gezeigt. Das Knotenblech ist mit zwei Nite am Untergurt befestigt und ebenso mit dem gezogenen Stab des Systems.

Im folgenden werden die Diagramme der Spannungen in verschiedenen Querschnitten gezeigt, überprüft nach der Gleichgewichts-Methode sowie auch mit Formeln, die sich ausgehend von bestimmten Belastungsfällen deren Airysche Funktionen bekannt sind, ergeben.

Als Abschluss werden die erhaltenen Resultate auf die Metall-Ausführung übertragen und gezeigt, wie die Ergebnisse bei der Dimensionierung von ähnlichen Knotenblechen dienlich sein können.

ИЗУЧЕНИЕ НАГРУЗОК УЗЛОВЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИСТОВ РЕЩЕТЧАТЫХ БАЛОК ПОСРЕДСТВОМ ФОТОЭЛАСТИЧЕСКОГО МЕТОДА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

После краткого введения в фотоэластическую методику и в определение нагрузок по этой методике, излогается экспериментальное исследование по определению изоклин и изохроматик узловых связных листов решетчатой балки клепанной конструкции.

Узловой связной лист приклепанный к пяте обеспечивает закрепление сборочного приспособления, что производится также двумя заклепками.

Даются диаграммы единичных усилий в разных сечениях модели проверенные при условиях равновесия и по формулам установленным на основании различных случаев испытания, для которых известны функции Айри.

В заключение даются результаты для металлической детали и делаются выводы о размерах этого типа узловых связных листов.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

„CALCULUL PIERDERII DE TENSIUNE ÎN ELEMENTELE PRECOMPRIMATE ŞI ÎNCĂRCATE CENTRIC ÎN URMA CURGERII LENTE ŞI A CONTRACŢIEI BETONULUI"

DE

IGOR TERTEA

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Introducerea în calcule a unei valori globale constante care să reprezinte pierderile de tensiune în armătura pretensionată, datorită contracţiei şi curgerii lente a betonului, aşa cum o prevăd normele actuale pentru proiectarea construcţiilor de beton precomprimat, fără a ţine seama de calitatea betonului, precum şi de vîrsta la care a fost precomprimat sau încărcat cu sarcini exterioare, este neraţională (coeficient de siguranţă nejustificat) în stadiul actual de dezvoltare a betonului precomprimat.

In cele ce urmează se expune un procedeu de calcul pentru determinarea exactă a stării de tensiune a unui element precomprimat centric, înainte şi după încărcarea cu sarcini exterioare, pentru orice valoare a timpului, ţinîndu-se seama de contracţia şi curgerea lentă a betonului. Studiul se referă la elementele precomprimate după orice sistem, prevăzute în afară de armătura pretensionată (A_a) şi cu o armătură obişnuită (A_f). Se consideră cazul cînd modulul de elasticitate al betonului (E_0) este constant, precum şi cazul cînd această mărime este variabilă (E_t).

1. ELEMENTUL ESTE SOLICITAT NUMAI DIN PRECOMPRIMARE

Imediat după transfer, ţinînd seama de scurtarea elastică a betonului se poate calcula cu uşurinţă starea de tensiune din beton (${}^p\sigma_b$), din armătura pretensionată (${}^p\sigma_a$) şi din armătura obişnuită (${}^p\sigma_f$). (Pentru elementele precomprimate fără aderenţă valoarea tensiunilor se consideră după terminarea pretensionării corzilor). Timpul corespunzător acestor stări de eforturi îl vom considera $t=0$. In acest moment, efortul de întindere din armătura preîntinsă:

$$ {}^pN_{a0} = {}^p\sigma_a A_a = P \qquad (1) $$

îşi va face echilibru cu efortul de compresiune din beton:

$$^{p}N_{b0}=\frac{A_b}{n_{f0}A_i}P \tag{2}$$

şi din armătura obişnuită A_f:

$$^{p}N_{f0}=\frac{A_f}{A_i}P \tag{3}$$

unde:

$$n_{f0}=\frac{E_f}{E_0} \quad \text{iar} \quad A_i=\frac{1}{n_{f0}}A_b+A_f.$$

In timp, datorită fenomenului de contracţie şi curgere lentă a betonului, va avea loc o modificare a stării de tensiune dată de ec. (1)—(3). La timpul t, betonul se va descărca cu cantitatea ΔN_{bt}, armătura A_a cu cantitatea ΔN_{at}, iar armătura A_f se va încărca cu valoarea ΔN_{ft}. Pentru un interval de timp elementar $dt=1$, între aceste mărimi se poate scrie o ecuaţie de echilibru:

$$d\Delta N_{bt}=d\Delta N_{ft}+d\Delta N_{at}, \tag{4}$$

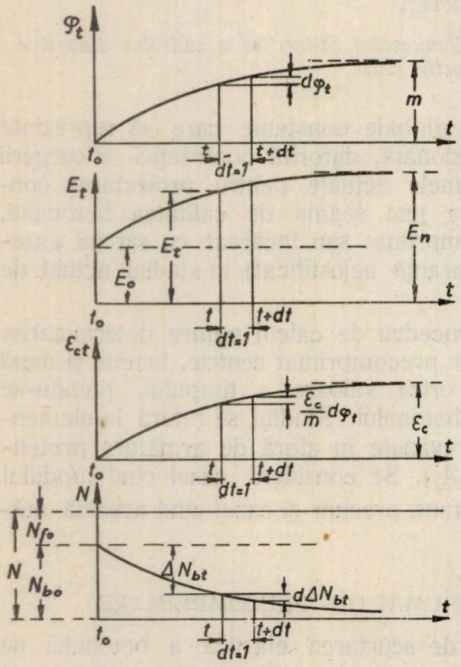


Fig. 1. Stabilirea ecuaţiei (6)

iar dacă ţinem seama de aderenţa dintre beton şi cele două feluri de armături, pentru un element de lungime unitară, putem scrie următoarele condiţii de compatibilitate:

$$\frac{d\Delta N_{ft}}{E_f A_f}=\frac{d\Delta N_{at}}{E_a A_a}; \tag{5}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{m}d\varphi_t+\frac{^{p}N_{b0}-\Delta N_{bt}}{E_0 A_b}d\varphi_t-\frac{d\Delta N_{bt}}{E_t A_b}=\frac{d\Delta N_{ft}}{E_f A_f}. \tag{6}$$

Alcătuirea ec. (6), care poate fi urmărită cu uşurinţă după fig. 1, reprezintă egalitatea dintre deformaţiile elastice, de curgere lentă şi din contracţie suferite de beton în intervalul de timp dt, cu cele ale armăturii A_f pentru acelaşi interval de timp.

Din ec. (4) şi (5) putem scoate o relaţie între variaţia tensiunii din armătura A_f şi beton, în intervalul de timp dt:

$$d\Delta N_{ft}=\frac{A_f}{A_f+n_{af}A_a}d\Delta N_{bt}=\beta d\Delta N_{bt}, \tag{7}$$

în care am notat:

$$n_{af}=\frac{E_a}{E_f}.$$

Introducînd valoarea, din ec. (7) în ec. (6), obținem următoarea ecuație diferențială lineară de ordinul I;

$$\frac{d\Delta N_{bt}}{d\varphi_t}\left(\frac{1}{A_bE_t}+\frac{1}{A_{af}E_f}\right)+\frac{\Delta N_{bt}}{E_0A_b}-\frac{\varepsilon_c}{m}-\frac{{}^pN_{b0}}{E_0A_b}=0. \tag{8}$$

în care:

$$A_{af}=A_f+n_{af}A_a.$$

Ec. (8), care ne dă valoarea pierderii de tensiune din beton la un moment oarecare t (ΔN_{bt}), are soluții diferite după cum modulul de elasticitate al betonului este considerat constant (E_0) sau variabil în timp (E_t), adică după cum coeficienții săi sînt constanți sau variabili.

1.1. Modulul $E_t=E_0=$ constant

In acest caz, soluția ec. (8) este:

$$\Delta N_{bt}=\left(\frac{N_c}{m}+{}^pN_{b0}\right)(1-e^{-\gamma\cdot\varphi t}). \tag{9}$$

Mai sus am introdus notațiile:

$$N_c=\varepsilon_cE_0A_b;$$

$$\gamma=\frac{A_{af}}{A_{baf}},$$

iar

$$A_{baf}=\frac{A_b}{n_{f0}}+A_f+n_{af}A_a.$$

Pentru $t=0$ avem $\varphi_t=0$ [1]) și deci $\Delta N_{bt}=0$.
Pentru $t=\infty$ (practic după 3—5 ani) avem $\varphi_t=m$, iar

$$\Delta N_b=\left(\frac{N_c}{m}+{}^pN_{b0}\right)(1-e^{-\gamma\cdot m}). \tag{10}$$

Dacă neglijăm contracția ($N_c=0$), ec. (10) devine:

$$\Delta N_b={}^pN_{b0}(1-e^{-\gamma\cdot m}). \tag{11}$$

---

[1]) Pentru variația caracteristicii de curgere lentă a betonului în timp s-a admis relația

$$\varphi_t=m(1-e^{-a\cdot t})$$

verificată experimental în laboratorul Catedrei de Beton Armat.

Cunoscînd valoarea pierderii de tensiune din beton, putem stabili în orice moment variaţia tensiunii în armătura A_f şi A_a, folosind relaţiile (4) şi (7):

$$\Delta N_{ft}=\beta\cdot\Delta N_{bt}=\beta\cdot\left(\frac{N_c}{m}+{}^{p}N_{b0}\right)(1-e^{-\gamma\cdot\varphi_t}) \tag{12}$$

şi

$$\Delta N_{at}=(1-\beta)\left(\frac{N_c}{m}+{}^{p}N_{b0}\right)(1-e^{-\gamma\cdot\varphi_t}). \tag{13}$$

Pentru $t=\infty$ (practic după 3—5 ani) obţinem valoarea maximă a pierderii de tensiune din armătura preîntinsă, sub forma:

$$\Delta N_a=(1-\beta)\left(\frac{N_c}{m}+{}^{p}N_{b0}\right)(1-e^{-\gamma\cdot m}). \tag{13a}$$

In cazul cînd betonul precomprimat nu are armătura obişnuită ($A_f=0$), atunci relaţia (13a) devine:

$$\Delta N_a=\left(\frac{N_c}{m}+{}^{p}N_{b0}\right)(1-e^{-\gamma'\cdot m}), \tag{14}$$

unde:

$$\gamma'=\frac{A_a}{\frac{A_b}{n_{a0}}+A_a},\quad \text{iar}\quad n_{a0}=\frac{E_a}{E_0}.$$

Ecuaţiile (13) şi (14) permit a calcula în mod precis pierderile de tensiune din armătura preîntinsă, datorită contracţiei şi curgerii lente a betonului, la orice timp t, ţinînd seama şi de prezenţa armăturii obişnuite atunci cînd e cazul.

1.2. Modulul E_t = variabil

Folosind drept lege de variaţie a modulului de elasticitate a betonului în timp relaţia:

$$E_t=E_0(1+\delta\cdot\varphi_t)=E_0K_t,$$

unde:

$$\delta=\frac{k_n-1}{m},\quad \text{iar}\quad k_n=\frac{E_n}{E_0},$$

ec. (8) admite următoarea soluţie:

$$\Delta N_{bt}^{*}=\left(\frac{N_c}{m}+{}^{p}N_{b0}\right)(1-e^{-\bar{\gamma}\cdot\varphi_t}), \tag{15}$$

unde:

$$\bar{\gamma}=S\left(1-\frac{S}{k_t-1}\ln\frac{S+K_t}{S+1}\right), \tag{16}$$

iar:

$$S=\frac{E_fA_{af}}{E_0A_b}.$$

Cunoscînd valoarea pierderii de tensiune din beton, putem determina, folosind ec. (4) şi (7), cunoaşterea tensiunii în armătura obişnuită, precum şi pierderea de tensiune din armătura preîntinsă:

$$\Delta N_{ft}^{*}=\beta\cdot\Delta N_{bt}^{*}=\beta\cdot\left(\frac{N_c}{m}+{}^{p}N_{b0}\right)(1-e^{-\bar{\gamma}\cdot\varphi_t}); \tag{17}$$

$$\Delta N_{at}^{*}=(1-\beta)\left(\frac{N_c}{m}+{}^{p}N_{b0}\right)(1-e^{-\bar{\gamma}\cdot\varphi_t}). \tag{18}$$

Pentru a obţine valoarea maximă a pierderii de tensiune din armătura A_a, în ec. (18) vom introduce $\varphi_t=m$ şi $\bar{\gamma}=\bar{\gamma}_n$. Această din urmă valoare se obţine din ec. (16), dacă introducem $k_t=k_n$.

2. ELEMENTUL PRECOMPRIMAT ESTE INCARCAT CU O SARCINA AXIALĂ EXTERIOARĂ

Presupunem că după precomprimare, încărcăm elemeutul cu o sarcină axială longitudinală N, la o vîrstă oarecare a betonului τ_1. Vîrsta la care elementul a fost precomprimat o vom considera $\tau=\tau_0$.

Pornind de la condiţia de echilibru:

$$N=N_{b1}+N_{f1}+N_{a1} \tag{19}$$

şi de la condiţia de compatibilitate a deformaţiilor:

$$\frac{N_{b1}}{E_1A_b}=\frac{N_{f1}}{E_fA_f}=\frac{N_{a1}}{E_aA_a}, \tag{20}$$

se poate scrie cu uşurinţă valoarea efortului preluat de cele 3 materiale în momentul aplicării sarcinii:

$$N_{b1}=\frac{A_b}{n_{f1}A_{baf}}N \tag{21}$$

$$N_{f1}=\frac{A_f}{A_{baf}}N \tag{22}$$

$$N_{a1}=\frac{n_{af}A_a}{A_{baf}}N. \tag{23}$$

In cazul particular, că elementul precomprimat nu este prevăzut cu armătură obişnuită, sarcina exterioară N se împarte asupra betonului şi armăturii A_a în felul următor:

$$N_{b1}=\frac{A_b}{n_{a1}A_a+A_b}N; \tag{24}$$

$$N_{a1}=\frac{n_{a1}A_a}{n_{a1}A_a+A_b}N. \tag{25}$$

In ecuaţiile de mai sus am însemnat cu:

$$n_{a1}=\frac{E_a}{E_1} \quad \text{şi} \quad n_{f1}=\frac{E_f}{E_1},$$

unde E_1 reprezintă modulul de elasticitate al betonului la vîrsta $\tau=\tau_1$.

Dacă sarcina exterioară este aplicată la un timp foarte scurt după precomprimarea elementului, putem considera $\tau_1=\tau_0$, iar cele trei materiale vor fi solicitate de rezultanta eforturilor provenite din precomprimare şi din sarcina exterioară. Prin urmare, la momentul $t=\tau_0$ vom avea:

$$\overline{N}_{b0}=p_{N_{b0}}\pm N_{b0} \tag{26}$$

$$\overline{N}_{f0}=p_{N_{f0}}\pm N_{f0} \tag{27}$$

$$\overline{N}_{a0}=p_{N_{a0}}\mp N_{a0}. \tag{28}$$

Pentru calculul stării de tensiune a celor 3 materiale, la un timp oarecare t, ţinînd seama de curgerea lento şi contracţia betonului, se pot folosi ecuaţiile stabilite în paragraful 1, cu singura precauţiune de-a înlocui eforturile date de ec. (1), (2) şi (3) cu cele date de ec. (26), (27) şi (28).

In ipoteza că sarcina exterioară N este aplicată mai tîrziu după executarea precomprimării ($\tau_1>\tau_0$), în calcule va trebui să deosebim funcţia caracteristicii de curgere lentă a betonului sub acţiunea precomprimării P (aplicată la vîrsta τ_0: $\varphi_{\tau_0 t}$) de funcţia caracteristicii de curgere lentă a betonului sub acţiunea sarcinii exterioare N (aplicată la vîrsta τ_1; $\varphi_{\tau_1 t}$). Intre aceste funcţii, avînd în vedere proporţionalitatea care există între sarcini şi deformaţiile de curgere lentă (curbele lui Whitney), putem scrie relaţia:

$$\varphi_{\tau_1 t}=\varphi_{\tau_0 t}-\varphi_{\tau_0 \tau_1}. \tag{29}$$

De aici în colo problema stabilirii stării de tensiune în orice moment, în cele trei materiale, nu mai prezintă nici o dificultate. Pe baza ecuaţiilor stabilite în paragraful 1, calculul se va face pentru sarcina din precomprimare P (folosind funcţia $\varphi_{\tau_0 t}$), iar din momentul τ_1 al aplicării sarcinii exterioare N, pentru rezultanta încărcărilor corespunzătoare acestui moment (folosind funcţia $\varphi_{\tau_1 t}$).

BIBLIOGRAFIE

1. N. A. Budanov, *Rasciot jelezobetonnih construcţii s uciotom polzucesti betona*, 1949.
2. F. Dischinger, *Untersuchungen über die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriecken des Betons bei Bogenbrücken.* Der Bauingineur 1937.
3. F. Dischinger, *Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken.* Der Bauingineur 1939.
4. Sattler, *Theorie der Verbundkonstruktionen*, Berlin, 1952.
5. I. Uliţki, *Polzucesti betona*, Kiev 1948.
6. Ţ. N. I. P. S., *Instrucţiuni pentru proiectarea construcţiilor din beton armat precomprimat*, Moscova 1953.
7. C. S. A. C., *Normativ pentru proiectarea elementelor din beton precomprimat la construcţii civile şi industriale.* Bucureşti, E. T., 1956.

LE CALCUL DES CHUTES DE TENSION DANS LES ÉLÉMENTS SOUMIS À LA PRÉCONTRAINTE ET À LA TRACTION CENTRÉES, DUES AU FLUAGE ET AU RETRAIT DU BÉTON

(RÉSUMÉ)

L'étude ci-devant, dans le cadre d'un thème plus ample se référant au problème du fluage du béton armé dans le calcul des constructions, traite du calcul des chutes de tension à tout âge du béton dues au fluage et au retrait, y compris le calcul des chutes finales, pour le cas relativement simple indiqué dans le titre.

РАСЧЕТ ПОТЕРИ НАПРЯЖЕНИЯ В ПРЕДВАРИТЕЛЬНО СЖАТЫХ И ЦЕНТРАЛЬНО НАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ, В РЕЗУЛЬТАТЕ СПОКОЙНОГО ТЕЧЕНИЯ КОНТРАКЦИИ БЕТОНА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Работа является частью обширной задачи спокойного течения армированного бетона в статических расчетах и содержит расчет потерь напряжения при контракции и спокойном течении бетона любого возраста, а также расчет конечных потерь для относительно простого случая указанного в заглавии.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CALCULUL ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE DE BETON SLAB ARMAT LA APARIŢIA FISURILOR

DE

IOAN FILIMON

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

I. GENERALITAŢI

Betonul ca material de construcţie s-a dezvoltat în două direcţii distincte şi anume:

— betonul simplu sau betonul de masă aplicat mai ales în construcţii hidrotehnice la care se impun dimensiuni mari,

— betonul armat folosit mai ales în construcţii civile şi industriale, construcţii formate din elemente uşoare în raport cu prima categorie.

La construcţiile de beton simplu s-a prevăzut uneori în zonele periculoase o armătură de siguranţă care s-a calculat în mod empiric, sau nu s-a calculat de loc, denumirea lor rămînînd tot construcţii de beton simplu sau mai scurt construcţii de beton.

Pe de altă parte la construcţiile de beton armat, secţiunea minimă de armătură exprimată prin procentul de armare, este impusă de normele oficiale de calcul ale diferitelor ţări, în funcţie de calitatea betonului şi a oţelului.

Se întîlnesc totuşi elemente de beton armat, cum ar fi contraforţii zidurilor de sprijin, sau pilele barajelor de beton armat etc., elemente a căror procent de armare este mai mic decît cel prevăzut în norme. A rămas în acest fel un domeniu, acel al elementelor de beton simplu armate cu armătură de siguranţă, sau acel al elementelor de beton armat care au un procent de armare mai mic decît minimul prevăzut de normele oficiale de calcul, domeniu care nu a fost studiat şi a rămas în afara normelor.

Acesta este domeniul betonului slab armat, care pare a fi materialul cel mai potrivit pentru o serie de construcţii de volum mare, şi în special pentru construcţiile hidrotehnice.

II. STAREA EFORTURILOR UNITARE INTR-UN ELEMENT INCOVOIAT DE BETON SLAB ARMAT

Betonul slab armat ocupă o poziție intermediară între betonul simplu și betonul armat nu numai din punctul de vedere al cantității de armătură introdusă în beton sau al rigidității elementelor, ci și din punctul de vedere al caracterului solicitării și ruperii elementelor în beton slab armat.

Deci pentru a studia starea eforturilor unitare într-un element de beton slab armat, trebuie să ne referim la cele două limite ale sale: betonul simplu și betonul armat.

1. Starea de eforturi unitare într-un element încovoiat de beton simplu, cînd momentul încovoietor crește treptat pînă la valoarea maximă, se schimbă numai cantitativ, elementul parcurgînd stadiul I și limita acestuia, stadiul Ia, care este în același timp și stadiul de rupere.

2. In cazul betonului armat, se știe că pînă în momentul ruperii, elementul trece prin cele trei stadii de încovoiere, ruperea începînd prin curgerea armăturii întinse (procente mici și mijlocii de armare) și terminîndu-se cu distrugerea betonului comprimat.

3. Starea eforturilor unitare într-un element de beton slab armat în stadiile I și Ia, prezintă aceleași caracteristici ca și în cazul betonului armat.

Stadiul II. După apariția primei fisuri, betonul este scos din funcțiune în dreptul fisurii și toate eforturile unitare de întindere sînt trecute asupra armăturii. Spre deosebire de betonul armat, la care după fisurarea betonului, armătura poate prelua toate întinderile predate de beton fără ca limita de curgere să fie atinsă, în cazul betonului slab armat, armătura nu poate prelua aceste întinderi cu un efort unitar σ_c. S-a constatat în urma a numeroase experiențe făcute pe grinzi de beton armat cu procente mici de armare [4] că în momentul ruperii efortul unitar în armătura întinsă este mai mare decît limita de curgere, fenomen care va fi cu atît mai evident în cazul betonului slab armat.

Dacă la un element încovoiat de beton armat atunci cînd armătura atinge limita de curgere se consideră că într-un timp foarte scurt elementul își epuizează capacitatea portantă, deoarece și efortul în betonul comprimat atinge valoarea R_t, în cazul betonului slab armat elementul continuă să lucreze cu un efort în armătura întinsă mai mare decît σ_c. Vom avea deci pentru stadiul II, trei faze distincte: faza II′, faza II″ și faza II‴, după cum efortul unitar în armătura întinsă este mai mic, egal, sau mai mare decît limita de curgere.

In cazul cînd considerăm betonul ca un material omogen (caz teoretic), prin fazele II′ și II″ se trece fără ca sarcina exterioară să fie sporită, ajungîndu-se la faza stabilă III‴. Dacă ținem seama de faptul că betonul nu este un material omogen, în mod obișnuit cazul real, apariția primei fisuri poate avea loc la un efort unitar în fibra extremă a betonului întins mai mic decît rezistența medie R_t a mărcii respective de beton. In acest caz armătura poate prelua toate eforturile predate de beton fără să atingă limita de curgere, faza II′ fiind o fază stabilă în care putem spori sarcina exterioară pînă cînd efortul în armătura întinsă atinge valoarea σ_c. Mai departe fenomenul de curgere ca și în cazul teoretic.

Stadiul III. este stadiul limită cînd se produce ruperea elementului de beton slab armat, care poate avea loc în două feluri:

1) Prin ruperea betonului comprimat, cînd efortul unitar din fibra extremă comprimată atinge valoarea rezistenţei de rupere la compresiune din încovoiere R_i, efortul în armătură întinsă fiind cuprins între limita de curgere şi rezistenţa la rupere.

Valoarea efortului în armătură σ_f, este funcţie de procentul de armare, pentru aceeaşi calitate de beton şi aceleaşi condiţii de aderenţă şi anume σ_f este invers proporţional ca procentul de armare.

2) Ruperea elementului se produce prin ruperea armăturii (σ_r) fără ca efortul în betonul comprimat să atingă valoarea limită R_i caz ce are loc la procente de armare foarte mici.

In primul caz caracterul ruperii grinzii de beton slab armat se apropie de caracterul ruperii grinzii de beton armat, pe cînd în acel de al doilea ruperea se produce brusc, ca şi în cazul unei grinzi de beton simplu.

Trebuie să subliniem faptul că în momentul ruperii elementului mai există încă o porţiune de beton întins nefisurat sub axa neutră.

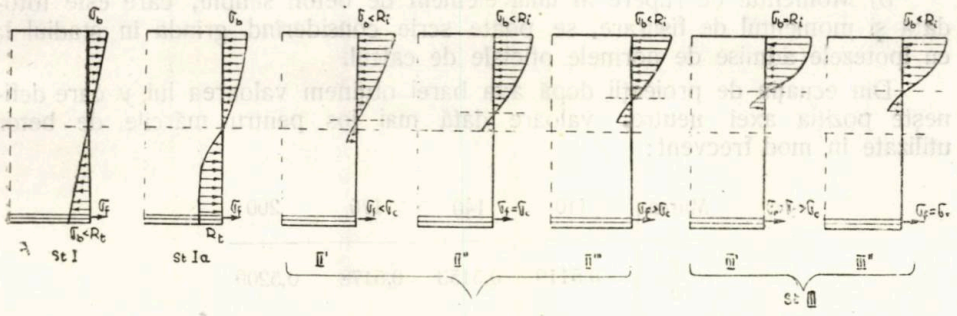


Fig. 1.

Dacă în cazul betonului armat influenţa pe care o aduce această zonă întinsă a betonului de sub axa neutră asupra momentului de rupere poate fi neglijată, se pare că nu acelaşi lucru se poate afirma şi pentru cazul betonului slab armat. Cu toate că această porţiune de beton nefisurat de sub axa neutră este mai redusă în cazul betonului slab armat decît în cazul betonului armat, influenţa ei procentuală asupra momentului de rupere este mai mare în cazul betonului slab armat şi deci se pune problema introducerii ei în expresia momentului de rupere.

III. LIMITELE DOMENIULUI BETONULUI SLAB ARMAT

1. Procentul minim de armare al betonului armat derivă din însăşi noţiunea de beton armat şi anume se deduce din condiţia ca momentul de ruperal unei grinzi de beton armat supusă la încovoiere să fie egal cu momentul

de rupere al unei grinzi de beton simplu de aceeaşi secţiune. STAS 1546-50 pentru calculul elementelor de beton armat după metoda la rupere stabileşte secţiunea minimă de armătură în $^0/_0$ din secţiunea utilă a betonului pentru elementele încovoiate şi pentru elementele comprimate şi întinse excentric. Aceste procente, cuprinse între $0{,}20^0/_0$ şi $0{,}5^0/_0$ pentru $\sigma_c \leq 3000$ kg/cm², respectiv $0{,}15^0/_0$—$0{,}40^0/_0$ pentru $\sigma_c > 3000$ kg/cm², nu reprezintă valorile exacte ale procentului minim de armare al betonului armat căci, în afară de marca betonului şi a armăturii, ele variază foarte mult şi cu raportul dintre secţiunea utilă şi secţiunea totală a elementului.

Valorile exacte ale procentului minim de armare al betonului armat le putem calcula scriind egalitatea celor două momente şi explicitînd valoarea coeficientului de armare μ.

a) Momentul de rupere al unui element încovoiat de beton armat conform [1] şi prescripţiilor STAS 1546-50 are expresia:

$$M_r = \sigma_c A_f \left(h_0 - 0{,}5 \frac{\sigma_c}{R_i} \cdot \frac{A_f}{b} \right). \tag{1}$$

b) Momentul de rupere al unui element de beton simplu, care este totodată şi momentul de fisurare, se poate scrie considerînd grinda în stadiul Ia cu ipotezele admise de normele oficiale de calcul.

Din ecuaţia de proiecţii după axa barei obţinem valoarea lui y care defineşte poziţia axei neutre, valoare dată mai jos pentru mărcile de beton utilizate în mod frecvent:

Marca	110	140	170	200
$\frac{y}{h}$	0,5119	0,5153	0,5178	0,5200

Valoarea momentului de fisurare este dată de expresia:

$$M_f = M_r = R_t b (h-y) \left(\frac{h-y}{2} + \frac{2y}{3} \right). \tag{2}$$

Scriind egalitatea între cele două momente:

$$\sigma_c A_f \left(h_0 - 0{,}5 \frac{\sigma_c}{R_i} \cdot \frac{A_f}{b} \right) = R_t b (h-y) \left(\frac{h-y}{2} + \frac{2y}{3} \right)$$

şi punînd în evidenţă expresia coeficientului de armare μ ca raport dintre secţiunea de armătură şi secţiunea utilă a betonului $\mu = \frac{A_f}{bh}$, obţinem o ecuaţie de gradul II în μ:

$$0{,}5 \frac{\sigma_c}{R_i} \left(\frac{h_0}{h} \right)^2 \mu^2 - \sigma_c \left(\frac{h_0}{h} \right) \mu + \frac{1}{6} \left(1 - \frac{y}{h} \right) \left(3 + \frac{y}{h} \right) R_t b h^2 = 0 \tag{3}$$

a cărei rezolvare duce la valorile din tabela 1.

Tabela 1

Valorile procentului minim de armare $\mu\%$ al betonului armat

$\frac{h_0}{h}$	σ_c=150				σ_c=280			
	100	140	170	200	110	140	170	200
0,95	0,143	0,166	0,190	0,215	0,123	0,145	0,167	0,188
0,90	0,158	0,185	0,213	0,240	0,138	0,162	0,186	0,210
0,85	0,177	0,208	0,239	0,275	0,155	0,182	0,209	0,241
0,80	0,201	0,235	0,270	0,305	0,176	0,206	0,237	0,268

2) *Procentul maxim de armare al betonului slab armat.*

Din cele expuse pînă acum s-ar putea considera că procentul minim de armare al betonului armat este în acelaşi timp procentul maxim de armare al betonului slab armat. Totuşi între cele două procente caracteristice de armare există o anumită deosebire care rezultă din definiţia betonului armat dată mai jos.

Pentru grinda de beton simplu momentul de rupere este egal cu momentul de fisurare $M_{rs}=M_{fs}$. Pentru grinda de beton armat armată cu procentul minim de armare, momentul de rupere este egal cu momentul de rupere a grinzii de beton simplu $M_{ra}=M_{rs}=M_{fs}$, (cu indicele „s“ am notat momentele referitoare la betonul simplu, iar cu indicele „a“ cele referitoare la betonul armat). Grinda avînd aceeaşi secţiune, din egalitatea $M_{ra}=M_{fs}$ rezultă că şi momentul de fisurare al grinzii de beton armat, armată cu procentul minim de armare, va fi egal cu momentul de fisurare al grinzilor de beton simplu $M_{fa}=M_{fs}$, egalitate care nu poate avea loc decît în cazul cînd neglijem influenţa armăturii asupra momentului de fisurare.

Deoarece secţiunea de armătură din zona întinsă, chiar la acest procent mic de armare, are influenţă asupra momentului de fisurare, considerăm că este mai precis să definim procentul maxim de armare al betonului slab armat, folosind egalitatea între momentul de fisurare şi momentul de rupere.

Ca atare, procentul maxim de armare al betonului slab armat este acela pentru care momentul de fisurare al unui element încovoiat este egal cu momentul de rupere, considerînd că efortul în armătura întinsă în momentul ruperii este σ_c, aşa cum admit şi normele oficiale de calcul.

Valoarea momentului de fisurare al unui element încovoiat de beton armat este dată de expresia (1):

$$M_f=\frac{R_t}{6}\left[\left(1-\frac{y}{h}\right)\left(3+\frac{y}{h}\right)+2\frac{A_f}{bh}\cdot\frac{\sigma f}{R_t}\left(3\frac{h_0}{h}-\frac{y}{h}\right)\right]bh^2. \qquad (4)$$

Valoarea momentului de rupere al unui element încovoiat de beton armat are expresia (1) pe care am folosit-o mai sus.

Scriind egalitatea între cele două momente cu o valoare $\frac{y}{h}=0{,}52$

$$\sigma_c A_f\left(h_0-0{,}5\frac{\sigma_c}{R}\cdot\frac{A_f}{R}\right)=\frac{R_t}{6}\left[\left(1-\frac{y}{h}\right)\left(3+\frac{y}{h}\right)+2\frac{A_f}{bh}\cdot\frac{\sigma_f}{R_t}\left(3\frac{h_0}{h}-\frac{y}{h}\right)\right]bh^2$$

şi punînd în evidenţă expresia coeficientului de armare μ, obţinem o ecuaţie de gradul II a cărei rezolvare aduce la valorile din tabela 2.

$$0{,}5\frac{\sigma_c}{R_i}\left(\frac{h_0}{R_i}\right)^2\mu^2-\left[(\sigma_c-210)\left(\frac{h_0}{h}\right)^2+36{,}4\frac{h_0}{h}\right]\mu+0{,}2319\,R_t=0.$$

Tabela 2

Valorile procentului maxim de armare al betonului slab armat

$\frac{h_0}{h}$	$\sigma_c=2500$				$\sigma_c=2850$			
	110	140	170	200	110	140	170	200
0,95	0,150	0,177	0,204	0,231	0,130	0,154	0,178	0,201
0,90	0,167	0,197	0,228	0,258	0.145	0,171	0,198	0,224
0,85	0,188	0,223	0,256	0,290	0,163	0,193	0,222	0,252
0,80	0,212	0,251	0,289	0,328	0,185	0,218	0,252	0,285

3) *Procentul minim de armare al betonului slab armat*

La studierea stării de eforturi într-un element încovoiat de beton slab armat s-a văzut că la procente foarte mici de armare distrugerea elementului se poate produce prin ruperea armăturii.

In cazul general, considerînd betonul ca un material omogen, fisurarea se produce atunci cînd se atinge rezistenţa limită R_t, deci o cantitate de armătură mai mică decît cea corespunzătoare procentului de armare la care distrugerea se produce prin ruperea armăturii, nu mai influenţează valoarea momentului capabil al secţiunii. Ca atare putem defini ca procent minim de armare al betonului slab armat, procentul de armare pentru care distrugerea elementului se produce prin ruperea armăturii întinse.

Procentul minim de armare al betonului slab armat poate fi dedus în mod identic cu procentul minim de armare al betonului armat cu diferenţa că în formulele de calcul (1) şi (2) în loc de σ_c intervine σ_r. Ca valori pentru rezistenţa de rupere a armăturii (σ_r) am considerat valorile indicate de STAS 438-54 (pentru OL 00 $\sigma_c=3400\div5000$ kg/cm^2, iar pentru OL 38 $\sigma_r=3800\div4700$ kg/cm^2).

Rezolvînd ecuaţia (3) unde în loc de valoarea lui σ_c introducem valoarea lui σ_r, obţinem valorile procentului minim de armare al betonului slab armat, care sînt date în tabela 3.

Tabela 3

Valorile procentului minim de armare al betonului slab armat

$\frac{h_0}{h}$	σ_c=3400—5000				σ_c=3800—4700			
	110	140	170	200	110	140	170	200
0,95	0,103—0,070	0,122—0,083	0,140—0,095	0,158—0,107	0,092—0,075	0,109—0,083	0,125—0,101	0,141—0,114
0,90	0,116—0,078	0,136—0,092	0,156—0,106	0,176—0,120	0,103—0,084	0,121—0,098	0,140—0,113	0,158—0,127
0,85	0,130—0,088	0,153—0,104	0,175—0,119	0,202—0,137	0,116—0,094	0,137—0,110	0,157—0,127	0,181—0,146
0,80	0,147—0,100	0,173—0,117	0,199—0,135	0,227—0,152	0,132—0,106	0,155—0,125	0,178—0,143	0,202—0,162

Procentele caracteristice de armare fiind stabilite putem face următoarele observaţii:

a) Procentele minime de armare ale betonului armat, indicate de STAS 1546-50 nu sînt suficient de exacte, de exemplu pentru beton B 170—B 200 şi $\sigma_c \leq 3000$ kg/cm² STAS 1546-50 indică valoarea de 0,3%, pe cînd în realitate valoarea procentului minim conform tabelei 1, variază între 0,167% şi 0,305%.

b) Procentele minime de armare indicate de STAS 1546-50 nu ţin seama de raportul dintre secţiunea totală şi secţiunea utilă a elementului, factor care are o influenţă sensibilă asupra procentului minim de armare. De exemplu pentru aceeaşi marcă de beton, valoarea procentului de armare pentru un raport $\frac{h_0}{h}=0{,}95$ faţă de raport $\frac{h_0}{h}=0{,}80$, variază cu 30%—40% faţă de valoarea lui totală.

c) Procentele maxime de armare ale betonului slab armat, care de fapt reprezintă soluţia cea mai economică pentru elementele de beton armat la care se cere verificarea la apariţia fisurilor, în 85% din cazurile calculate se situează sub procentele minime indicate de normele oficiale pentru betonul armat.

d) Diferenţa dintre procentele maxime de armare ale betonului slab armat şi procentele minime de armare ale betonului slab armat e destul de mare pentru a se face simţită la economia lucrării, ţinînd seama de dimensiunea mare a elementelor şi de volumul mare al lucrărilor la care aplică betonul slab armat.

IV. VALOAREA MOMENTULUI DE FISURARE AL UNUI ELEMENT INCOVOIAT DE BETON SLAB ARMAT

Calculul la apariţia fisurilor al elementelor de beton armat se face (conform STAS 1546-50) fie după stadiul Ia cînd se aplică metoda la rupere, fie după stadiul I cînd se admite metoda rezistenţelor admisibile.

Normele sovietice N şi TU 23—55, atît pentru calculul la apariţia fisurilor al elementelor de beton armat, cît şi pentru calculul la apariţia fisurilor al elementelor încovoiate de beton simplu, admit stadiul Ia.

1. Diagrama de calcul

Deoarece deformaţiile plastice în zona întinsă sînt puternic dezvoltate în stadiul Ia, atît normele noastre cît şi cele sovietice admit ca diagramă de calcul, diagrama de formă dreptunghiulară în zona întinsă şi triunghiulară în zona comprimată.

Alţi autori indică diagrame de calcul mai apropiate de realitate cum ar fi cea din fig. 2*c*, diagramă indicată de ing. Mihai Ion [5] care însă introduce dificultăţi mari în mecanismul de calcul.

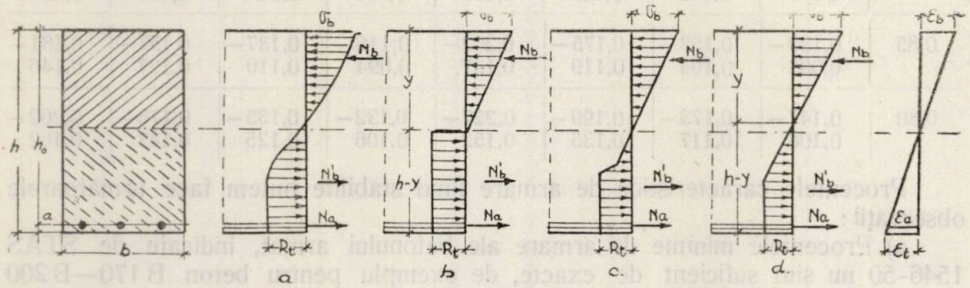


Fig. 2.

Diagrama din fig. 2*d* pare mai apropiată de diagrama de calcul şi aduce multe simplificări faţă de diagrama din fig. 2*c*.

Pentru a vedea diferenţa între valorile momentului de fisurare pentru diferite diagrame admise, vom face o comparaţie între diagrama din fig. 2*b* şi 2*d* pentru cazul elementului încovoiat de beton simplu.

Ca valoare pentru deformaţia specifică limită a betonului întins vom admite, aşa cum indică prof. Muraşev [6] o valoare variabilă în funcţie de marca betonului, pentru a evita contracţia care apare în normele oficiale privitor la această valoare,

$$\varepsilon_t = \frac{R_t}{E'_{bt}} = \frac{R_t}{(1-\lambda_t)\,E_b} = \frac{2R_t}{E_b}.$$

a) In cazul diagramei dreptunghiular-triunghiulare fig. 2*b* rezultă $y=0{,}5h$, iar valoarea momentului de fisurare $M_f = 0{,}02916\,R_t b h^2$.

b) In cazul diagramei trapezoidal-triunghiulară fig. 2*d* rezultă $y=0{,}464h$, iar valoarea momentului de fisurare $M_f = 0{,}2551\,R_t b h^2$.

Comparînd valorile momentului de fisurare rezultate în cele două cazuri-constatăm că în cazul diagramei dreptunghiular-triunghiulare, valoarea momentului de fisurare este mai mare cu cca 12% decît valoarea momentului de fisurare din cazul diagramei trapezoidal-triunghiulare.

Diferenţa destul de mică, în raport cu suprafeţele diagramelor, se datoreşte braţului de pîrghie al cuplului interior care se măreşte în cel de al doilea caz.

Dacă în secţiune introducem şi armătură în zona întinsă, această diferenţă între cele două momente se va micşora şi mai mult, deoarece armătura fiind la extremitate, braţul de pîrghie va avea influenţă şi mai mare.

Ținînd seama de simplificările pe care le aduce în calcul diagrama dreptunghiular-triunghiulară, vom admite această diagramă pentru calculul în stadiul Ia pentru betonul slab armat, urmînd ca valorile teoretice să fie confruntate cu rezultatele experimentale.

2. Formule de calcul

Admițînd în stadiul Ia diagrama dreptunghiulară în zona întinsă și triunghiulară în zona comprimată, formulele de calcul nu se vor deosebi cu nimic de formulele de calcul din cazul elementar de beton armat.

Singura deosebire față de calculul la fisurare dat de normele oficiale de calcul va fi aceea că în loc de valoarea constantă $\varepsilon_t = 0{,}0001$ am admis valoarea variabilă $\varepsilon_t = \frac{2R_t}{E_b}$, așa cum propune prof. Murașev.

Cu această observație și conform [1] valorile lui y și ale lui M_f vor fi:

$$y = h\frac{0{,}5 + n\mu\frac{h_0}{h}}{1 + n\mu}, \quad \text{unde} \quad n = \frac{E_a}{E_b}$$

$$M_f = \frac{1}{6}R_t\left[\left(1 - \frac{y}{h}\right)\left(3 + \frac{y}{h}\right) + 2\mu\left(3\frac{h_0}{h} - \frac{y}{h}\right)\frac{\sigma_f}{R_t}\right]bh^2 = B_f bh^2.$$

Valorile lui $\frac{y}{h}$ și B_f pentru o secțiune dreptunghiulară și mărci de beton utilizate în mod frecvent sînt date în tabelele 4, 5, 6 și 7.

Tabela 4

$a = 0{,}05\,h$

μ%	Marca betonului								μ%
	110		140		170		200		
	y/h	B_f	y/h	B_f	y/h	B_f	y/h	B_f	
0,00	0,500	3,208	0,500	3,791	0,500	4,375	0,500	4,958	0,00
0,02	0,500	3,239	0,500	3,823	0,500	4,407	0,500	4,991	0,02
0,04	0,501	3,270	0,501	3,855	0,501	4,439	0,501	5,024	0,04
0,06	0,502	3,301	0,502	3,887	0,501	4,472	0,501	5,057	0,06
0,08	0,503	3,332	0,503	3,920	0,502	4,504	0,502	5,090	0,08
0,10	0,504	3,363	0,504	3,952	0,503	4,537	0,503	5,123	0,10
0,12	0 505	3,394	0,504	3,984	0,504	4,569	0,503	5,156	0,12
0,14	0,506	3,425	0,505	4,016	0,505	4,602	0,504	5,189	0,14
0,16	0,507	3,457	0,506	4,048	0,505	4,634	0,505	5,222	0,16
0,18	0,508	3,486	0,507	4,080	0,506	4,667	0,505	5,255	0,18
0,20	0,509	3,517	0,508	4,112	0,507	4,699	0,506	5,287	0,20
0,22	—	—	—	—	0,507	4,731	0,507	5,320	0,22
0,24	—	—	—	—	0,508	4,763	0,507	5,353	0,24
0,26	—	—	—	—	0,509	4,796	0,508	5,386	0,26
0,28	—	—	—	—	0,509	4,828	0,508	5,419	0,28
0,30	—	—	—	—	0,510	4,860	0,509	5,452	0,30

Tabela 5

$a = 0{,}10\,h$

μ%	Marca betonului								μ%
	110		140		170		200		
	y/h	B_f	y/h	B_f	y/h	B_f	y/h	B_f	
0,00	0,500	3,208	0,500	3,791	0,500	4,375	0,500	4,958	0,00
0,02	0,500	3,238	0,500	3,821	0,500	4,405	0,500	4,989	0,02
0,04	0,501	3,267	0,501	3,852	0,501	4,436	0,501	5,020	0,04
0,06	0,502	3,296	0,502	3,882	0,501	4,466	0,501	5,051	0,06
0,08	0,503	3,325	0,502	3,912	0,502	4,497	0,502	5,082	0,08
0,10	0,504	3,354	0,503	3,943	0,503	4,528	0.502	5,113	0,10
0,12	0,504	3,384	0,504	3,973	0,504	4,558	0,503	5,145	0,12
0,14	0,505	3,413	0,505	4,003	0,503	4,589	0,504	5,176	0,14
0,16	0,506	3,442	0,505	4,033	0,505	4,619	0,504	5,207	0,16
0,18	0,507	3 471	0,506	4 064	0,505	4,650	0,505	5,238	0,18
0,20	0,508	3,500	0,507	4,094	0,506	4,681	0,505	5,269	0,20
0,22	—	—	—	—	0,506	4,711	0,506	5,300	0,22
0,24	—	—	—	—	0,507	4,742	0,506	5,331	0,24
0,26	—	—	—	—	0,508	4,772	0,507	5,362	0,26
0,28	—	—	—		0,508	4,803	0,507	5,393	0,28
0,30	—	—	—	—	0,509	4,833	0,508	5,424	0,30

Tabela 6

$a = 0{,}15\,h$

μ%	Marca betonului								μ%
	110		140		170		200		
	y/h	B_f	y/h	B_f	y/h	B_f	y/h	B_f	
0,00	0,500	3,208	0,500	3,791	0,500	4,375	0,500	4,958	0,00
0,02	0,500	3,235	0,500	3,820	0,500	4,403	0,500	4,987	0,02
0,04	0,501	3,263	0,501	3,848	0,501	4,432	0,501	5,016	0,04
0,06	0,502	3,290	0,501	3,876	0,501	4,461	0,501	5,046	0,06
0,08	0,502	3,318	0,502	3,905	0,502	4,490	0,502	5,075	0,08
0,10	0,503	3,345	0,503	3,934	0,502	4,519	0,502	5,104	0,10
0,12	0,504	3,373	0,503	3,962	0,503	4,547	0,503	5,134	0,12
0,14	0,505	3,400	0,504	3,991	0,503	4,576	0,503	5,163	0,14
0,16	0,505	3,428	0,505	4,019	0,504	4,605	6,504	5,192	0,16
0,18	0,506	3,455	0,505	4,047	0,505	4 634	0,504	5,221	0,18
0,20	0,507	3,483	0,506	4,076	0,505	4,663	0,504	5,251	0,20
0,22	—	—	—	—	0,506	4,691	0,505	5,280	0,22
0,24	—	—	—	—	0,506	4,720	0,505	5,309	0,24
0,26	—	—	—	—	0,507	4,749	0,506	5,338	0,26
0,28	—	—	—	—	0,507	4,778	0,506	5,368	0,28
0,30	—	—	—	—	0,508	4,806	0,507	5,397	0,30

3. Coeficientul de siguranţă la fisurare

Normele oficiale de calcul după stadiul de rupere [2] admit pentru betonul armat coeficienţi unici de siguranţă atît la rupere cît şi la fisurare.

Privitor la calculul elementelor de beton simplu, normele noastre de calcul nu dau nici o indicaţie.

Tabela 7

$a = 0{,}20\,h$

μ%	Marca betonului								μ%
	110		140		170		200		
	y/h	B_f	y/h	B_f	y/h	B_f	y/h	B_f	
0,00	0,500	3,208	0,500	3,791	0,500	4,375	0,500	4,958	0,00
0,02	0,500	3,234	0,500	3,818	0,500	4,402	0,500	4,985	0,02
0,04	0,501	3,260	0,501	3,845	0,500	4,429	0,500	5,013	0,04
0,06	0,501	3,286	0,501	3,871	0,501	4,456	0,501	5,040	0,06
0,08	0,502	3,311	0,502	3,898	0,501	4,483	0,501	5,068	0,08
0,10	0,503	3,337	0,502	3,925	0,502	4,510	0,502	5,095	0,10
0,12	0,503	3,363	0,503	3,951	0,502	4,537	0,502	5,123	0,12
0,14	0,504	3,389	0,503	3,978	0,503	4,564	0,503	5,150	0,14
0,16	0,504	3,414	0,504	4,005	0,503	4,591	0,503	5,177	0,16
0,18	0,505	3,440	0,504	4,031	0,504	4,617	0,503	5,205	0,18
0,20	0,506	3,465	0,505	4,058	0,504	4,644	0,504	5,232	0,20
0,22	—	—	—	—	0,505	4,671	0,504	5,260	0,22
0,24	—	—	—	—	0,505	4,698	0,505	5,287	6,24
0,26	—	—	—	—	0,506	4,725	0,505	5,315	0,26
0,28	—	—	—	—	0,506	4,752	0,505	5,342	0,28
0,30	—	—	—	—	0,507	4,779	0,506	5,369	0,30

Normele sovietice pentru calculul construcţiilor hidrotehnice de beton şi beton armat GOST 4286/48 [7] admit pentru betonul simplu coeficienţi de siguranţă în funcţie de importanţa construcţiei şi de felul ruperii betonului (întinderea sau compresiunea).

Betonul slab armat fiind un material intermediar între betonul simplu şi betonul armat, va fi logic să adoptăm valori variabile pentru coeficienţii de siguranţă în funcţie de procentul de armare, aşa cum indică Laupmann [5].

Din egalitatea:

$$M = \frac{M_f}{c_f} = \frac{M_f}{c} \tag{5}$$

rezultă că avînd valoarea momentelor de rupere şi de fisurare, precum şi valoarea coeficientului de siguranţă la rupere c, care se referă la armătura întinsă sau betonul comprimat, putem calcula valoarea coeficientului de siguranţă c_f:

$$c_f = c\,\frac{M_f}{M_r}.$$

Pentru domeniul betonului armat, avînd valorile lui M_f şi M_r cunoscute, $c=2$, putem să calculăm valoarea lui c_f în funcţie de procentul de armare, calitatea betonului şi armăturii şi valoarea raportului h_0/h. Pentru cele 4 mărci de beton utilizate mai frecvent (B110—B140—B170—B200), cele două calităţi de armătură folosite în mod curent (OL 00 şi OL 38), precum şi pentru

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

raportul $h_0/h=0{,}95$, 0,90 0,85 şi 0,80, am trasat 32 curbe cu caracter hiperbolic care reprezintă valoarea lui c_f şi care intersectează dreapta $c=2$ în punctele în care $M_f=M_r$ (fig. 3).

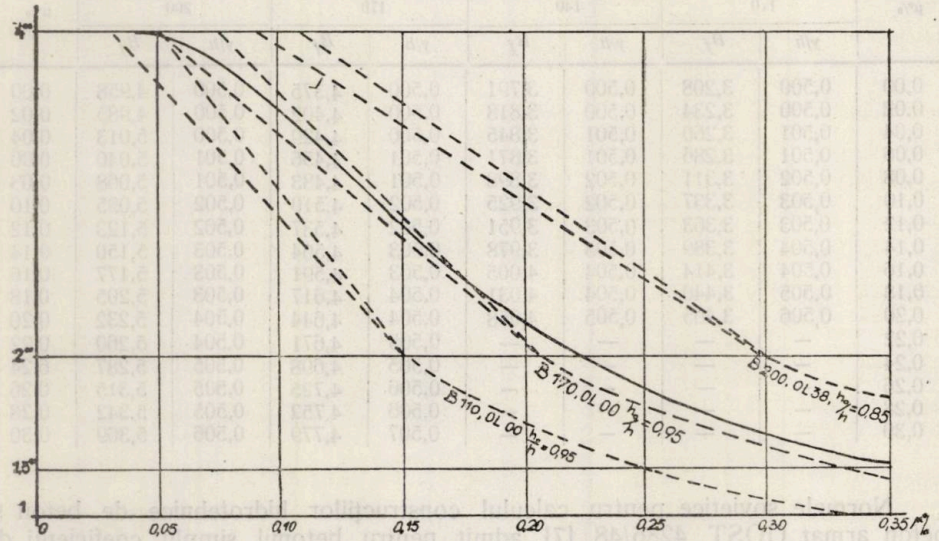


Fig. 3.

Aceste curbe vor intersecta dreapta c=coeficientul de siguranţă al betonului simplu, la un procent de armare care se poate deduce din ecuaţia (5).

Admiţînd pentru c_f în cazul betonului simplu valoarea 4 (sarcini fundamentale) conform GOST 4286/48 şi pentru c valoarea 2, vom avea:

$$4M_r=2M_f,$$

ecuaţie în care explicitînd pe μ, obţinem punctele prin care trebuie să treacă aceste curbe.

Pe intervalul dintre punctele unde curbele c_f taie dreapta $c=2$, şi punctele de pe dreapta $c=4$ admitem o variaţie lineară, iar mai departe curbele c_f se confundă cu dreapta $c=4$.

Făcînd o medie a celor 32 curbe c_f avem valoarea coeficientului de siguranţă c_f în funcţie de procentul de armare pentru domeniul betonului slab armat.

Făcînd acelaşi lucru şi pentru celelalte combinaţii de sarcini fundamentale + accidentale, pentru care am luat $c=1{,}8$ şi $c_f=3{,}6$; precum şi pentru sarcini fundamentale + accidentale + catastrofale pentru care am luat $c=1{,}6$ şi $c_f=3{,}2$, am calculat valorile lui c_f care sînt date în tabela 8.

Cunoscînd valoarea momentului de fisurare şi valoarea coeficientului de siguranţă, putem să proiectăm sau să verificăm orice secţiune dreptunghiulară de beton slab armat folosind acelaşi procedeu ca şi în cazul betonului armat.

Tabela 8

μ%	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13
sarcini fundamentale	3,98	3,94	3,86	3,76	3,64	3,50	3,37	3,23	3,09
sarcini fund.+acc.	3,58	3,54	3,47	3,38	3,27	3,15	3,03	2,91	2,78
sarcini fund.+acc.+cat.	3,18	3,15	3,09	3,01	2,91	2,80	2,69	2,58	2,47
μ%	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22
sarcini fundamentale	2,95	2,82	2,69	2,56	2,45	2,34	2,24	2,15	2,06
sarcini fund.+acc.	2,66	2,54	2,42	2,30	2,21	2,11	2,02	1,93	1,85
sarcini fund.+acc.+cat.	2,36	2,26	2,15	2,05	1,96	1,87	1,79	1,72	1,65
μ%	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29	0,30	0,35
sarcini fundamentale	1,97	1,89	1,81	1,75	1,69	1,63	1,57	1,52	1,33
sarcini fund.+acc.	1,77	1,70	1,63	1,57	1,52	1,47	1,42	1,37	1,19
sarcini fund.+acc.+cat.	1,58	1,51	1,45	1,40	1,35	1,30	1,26	1,22	1,06

BIBLIOGRAFIE

1. C. N. Avram, *Curs de beton armat, partea II-a Calculul și alcătuirea elementelor de construcții.* Litografia Învățământului, Timișoara. 1955.
2. Ministerul Construcțiilor și a Mat. de Constr., *Instrucțiuni pentru calculul secțiunilor de beton armat după stadiul de rupere în conformitate cu STAS 1546-50.* Editura Min. Construcțiilor, București, 1953.
3. P. P. Laupman, *Metodî rasceta ghidrotehniceskih soorujenih iz armobetona.* Gosenergoizdat, Moscova, 1948.
4. R. Chambaud, Le calcul a la rupture par flexion des poutres en béton armé à faible pourcentage d'armature tendue. Annales Inst. Tech. Bât. et Tr. Publics nr. 78—1954.
5. P. I. Mihai, Considerațiuni asupra momentului de fisurare la elementele încovoiate slab armate. Industria construcțiilor și a Materialelor de Construcții nr. 8, 1956.
6. V. I. Murașev, *Trescinoustoicivosti, jestcosti i procinosti jelezobetona Meșstroizdat,* Moscova 1950.
7. GOST 4286-48, *Construcții Hidrotehnice de Beton și Beton Armat. Norme și condiții tehnice de proiectare.*

LE CALCUL À LA FISSURATION DES ÉLÉMENTS EN BÉTON ARMÉ À FAIBLE POURCENTAGE D'ARMATURE

(RÉSUMÉ)

Dans la présente étude on definit, premièrement, le béton armé à faible pourcentage d'armature comme un matériau de construction qui occupe une position intermédiaire entre le béton simple et le béton armé. On étudie, après, l'état des tensions dans un élémnet en béton armé à faible pourcentage d'armature soumis à la flexion et on établit les formules de calcul à l'apparition des fissures par la méthode à la rupture, ainsi que les tables de calcul nécessaires à l'établissement du projet et à la vérification des pareils éléments.

РАСЧЕТ РАСТРЕСКИВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МАЛОАРМИРОВАННОГО БЕТОНА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей статье определяется малоармированный бетон как строительный материал, занимающий среднее место между обычным и армированным бетоном.

Рассматривается состояние единичных усилий гнутого элемента малоармированного бетона и расчитывается растрескивание.

Даются соответствующие таблицы для проектирования и проверки элементов.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

NOI TIPURI DE BETOANE CELULARE

DE

MIRŞU OVIDIU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

În cadrul acestui studiu au fost cercetate:

— betoane cu spumă şi cu agregate de tuf dacitic măcinat (Băiţa-Hunedoara), rezidii de la flotaţia minereurilor de aur (Brad) şi rezidii de la flotaţia minereurilor de cupru (Deva),

— betoane cu gaz şi agregate mari de zgură expandată.

1. Betoane cu spumă şi diverse agregate

S-au utilizat ca agregate tuful dacitic şi rezidiile de la flotaţia minereurilor de cupru şi aur.

Deşeurile de la flotaţia minereurilor nu au nici o întrebuinţare pînă în prezent. Acestea se obţin în urma extragerii metalelor neferoase prin procedeul numit flotaţie. Cantităţile enorme care rezultă sînt aruncate în halde, ocupînd spaţii importante în apropierea staţiilor de stampare şi flotaţie a minereurilor.

Tuful dacitic se găseşte în rocă compactă cu o omogenitate în masă destul de pronunţată. Este de culoare albă, uşoară, cu o structură microporoasă. Conţine cca. 60% bioxid de siliciu şi după măcinare are proprietăţi hidraulice. Agregatele au avut granulozitatea de mai jos:

Tabela 1

Treceri prin sita cu ochiuri de:	Tuf dacitic	Deşeuri flotaţia de cupru	Deşeuri flotaţia de aur
0,20 mm	97	95	95
0,09 mm	62	29	27

Tuful dacitic a fost măcinat în moara cu bile, iar deşeurile de la flotaţii au fost trecute numai prin sita cu ochiurile de 1 mm pentru eliminarea eventualelor impurităţi.

Ca liant s-a folosit cimentul Portland M 400, ca generator de spumă spumogenul fabricat de întreprinderea „Mărăşeşti" şi ca stabilizator, respectiv accelerator al prizei cimentului, clorura de calciu.

Spuma a fost realizată separat într-un agitator de spumă cu palete construit de noi. Cantităţile de materiale utilizate la confecţionarea spumei au fost luate după recomandaţiile „Instrucţiunilor provizorii privind confecţionarea betoanelor celulare autoclavizate" elaborate în 1956 de I.C.S.C., adică pentru 1 m^3 beton celular s-a luat spumogen 1—2 kg, clorură de calciu 2—3 kg şi apă 50—60 l.

Mortarul de ciment s-a preparat într-o betonieră de laborator şi după o amestecare de 3—4 minute cînd masa a fost complet omogenă, s-a adăugat spuma. Malaxarea a continuat încă 3—5 minute, pînă ce spuma s-a amestecat bine cu masa de mortar. Betonul celular obţinut a fost turnat în tipare, unde a fost menţinut într-un mediu cu temperatura constantă (t=20—21 °C), timp de 12—16 ore. În acest interval betonul celular a primit o rezistenţă suficientă ca să poată suporta presiunea aburilor la autoclavizare. Apoi probele au fost decofrate şi introduse într-o autoclavă de laborator, unde au fost aburite după regimul :

— ridicarea temperaturii pînă la 100° timp de 4 ore,

— ridicarea temperaturii pînă la 175° şi a presiunii corespunzătoare 8—8,5 atm., timp de 3 ore,

— menţinerea sub regim constant, adică la temperatura 175° şi presiunea 8—8,5 atmosfere, timp de 10 ore,

— răcirea pînă la temperatura mediului, 5 ore.

După autoclavizare, probele au fost ţinute timp de 24 ore în mediu normal, apoi au fost uscate pînă la greutatea constantă şi încercate la compresiune.

În timpul preparării betonului celular cu tuf dacitic, s-a constatat că acesta necesită o cantitate destul de mare de apă de amestec din cauza absorbţiei agregatelor. Partea cea mai mare din procesul de absorbţie se consumă în timpul preparării masei de beton celular, însă continuă şi în timpul preautoclavizării betonului. Aceasta este un avantaj, deoarece masa de beton suferă o autovacuumare, ceea ce face ca rezistenţa să crească mai repede şi prin aceasta timpul de păstrare înainte de autoclavizare să se poată reduce.

În încercările făcute s-a urmărit stabilirea relaţiei între rezistenţa la compresiune şi greutatea specifică aparentă a betoanelor celulare, respectiv între rezistenţa la compresiune şi diferite rapoarte liant-agregat. Rezultatele sînt înscrise în tabela 2.

Din analiza rezultatelor observăm următoarele :

a) Betoanele celulare obţinute au o structură uniformă, ceea ce de fapt este caracteristic betoanelor cu spumă.

b) Reprezentînd rezistenţele la scară logaritmică, iar greutatea specifică aparentă la scară obişnuită, se observă că între aceste două valori, pentru toate cazurile, există o relaţie lineară, întocmai ca la betonul spumos cu nisip fin măcinat.

Tabela 2

Nr. probei	Felul agregatului	Compoziția Cim+Agr.	$\frac{A}{C}$	$\frac{A}{C+A}$	γ kg/dm³ uscat	R kg/cm²
20	Tuf dacitic	1+1	1,10	0,55	0,85	46
21	„	„	„	„	0,66	25
22	„	„	„	„	0,45	10
23	„	1+2*)	1,75	0,57	0,84	61
24	„	„	„	„	0,64	32
25	„	„	„	„	0,44	15
26	„	1+3	2,40	0,6	0,67	18
27	„	„	„	„	0,85	31
28	„	„	„	„	0,46	12
29	Deșeuri de la flotația mine-	1+1*)	0,80	0,4	0,86	40
30	reurilor de aur	„	„	„	0,64	21
31	„	„	„	„	0,44	12
32	„	1+2	1,20	0,4	0,85	36
33	„	„	„	„	0,63	19
34	„	„	„	„	0,45	12
35	„	1+3	1,60	0,4	0,64	18
36	„	„	„	„	0,85	26
37	„	„	„	„	0,44	11
38	Deșeuri de la flotația mine-	1+1*)	0,75	0,375	0,83	38
39	reurilor de cupru	„	„	„	0,64	21
40	„	„	„	„	0,35	5
41	„	1+2	1,13	0,375	0,85	31
42	„	„	„	„	0,64	18
43	„	„	„	„	0,45	10
44	„	1+3	1,50	0,375	0,84	26
45	„	„	„	„	0,64	15
46	„	„	„	„	0,45	9

*) Compoziția optimă.

c) Betoanele celulare cu tuf dacitic și rezidii de la flotațiile aurului și cuprului au rezistențe suficiente pentru a face posibilă utilizarea lor în construcții. Rezistențele cele mai mari s-au obținut pentru betoanele celulare cu tuf dacitic ; urmează betoanele celulare cu rezidii de la flotația de aur și apoi cele cu rezidii de la flotația de cupru. Această ordine nu trebuie să ne surprindă deoarece și conținutul de cuarț este mai ridicat în tufuri dacitic, respectiv în rocile care însoțesc minereul de aur.

d) Pentru betoanele celulare cu tuf dacitic, rezistenţa optimă se obţine la un raport liant-agregat egal cu 1 : 2, ceea ce înseamnă că proporţia între oxidul de calciu şi bioxidul de siliciu care intră în reacţie, pentru fineţea de măcinare indicată, este optim. În cazul betoanelor celulare cu rezidii de la flotaţia minereurilor, rezistenţa cea mai mare s-a obţinut pentru raportul liant-agregat egal cu 1 : 1.

Se pune întrebarea dacă am avea avantaje prin înlocuirea nisipului fin măcinat, (care are un conţinut ridicat de cuarţ), cu aceste materiale?

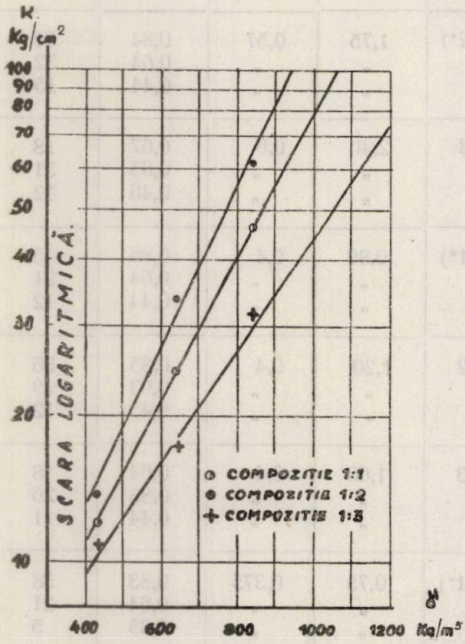


Fig. 1. Variaţia rezistenţei în funcţie de greutatea specifică aparentă pentru diferite rapoarte ciment-agregat la betonul spumos cu tuf dacitic (Băiţa).

În primul rînd, nisipul este un material care se găseşte în cantităţi foarte reduse în regiunile cu tufuri vulcanice, respectiv minereuri neferoase. Prin utilizarea acestor materiale evităm transporturile de la distanţe mari a agregatelor şi valorificăm materiale al căror preţ este foarte redus. Apoi, tuful dacitic se macină cu mult mai repede şi mai uşor decît nisipul cuarţos, pe cînd rezidiile de la flotaţia minereurilor sînt măcinate în stare fină chiar datorită procesului de extracţie a metalelor respective. În plus, mai ales în cazul betoanelor celulare cu tuf dacitic, proprietăţile de izolare termică trebuie să fie mai bune decît la betoanele celulare (cu greutatea specifică aparentă egală) pe bază de nisip cuarţos, ştiind că proprietăţile termoizolatoare depind de materialele de bază. Este drept însă, că ne putem astepta la o absorbţie a umidităţii mai ridicată într-un mediu umed, ceea ce ar înrăutăţi izolarea termică a acestora.

2. Betoane cu gaz şi agregate mari de zgură expandată

Betonul cu gaz (pulbere de aluminiu), de compoziţie ciment+var+ +nisip=1+0,2+2, a fost amestecat cu zgură expandată de furnal şi astfel s-a obţinut un nou tip de beton celular.

Partea fină din zgură a fost eliminată, rămînînd numai granulele cuprinse între 7 şi 30 mm. Înainte de utilizare, zgura a fost înmuiată în apă, apoi scoasă şi lăsată o perioadă de timp ca apa în exces să se scurgă. După aceasta, zgura a fost turnată în tipare, fără însă să le umple complet. Deasupra s-a turnat masa de beton încă neumflată, executînd în acelaşi timp o vibrare uşoară a tiparelor, ca să ocupe golurile între granule. Prin umflarea betonului granulele de zgură au fost îndepărtate, între ele inter-

punîndu-se un strat de beton celular. Partea de beton în exces însă nu a mai putut fi îndepărtată din cauza granulelor mari de zgură care se smulgeau din masa celulară proaspătă, îndată ce erau atinse.

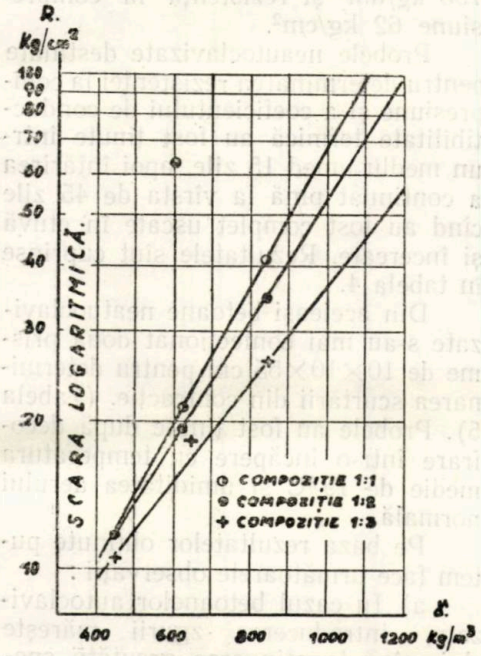


Fig. 2. Variația rezistenței în funcție de greutatea specifică aparentă pentru diferite rapoarte ciment-agregat la betonul spumos cu deseuri de la flotația minereului de aur (Brad).

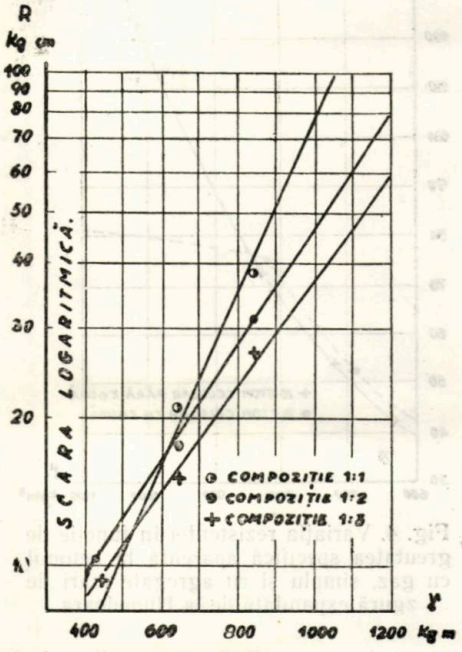


Fig. 3. Variația rezistenței în funcție de greutatea specifică aparentă pentru diferite rapoarte ciment-agregat la betonul spumos cu deseuri de la flotația minereului de cupru (Deva).

Tabela 3

Beton cu gaz			Beton cu gaz și agregate mari de zgură expandată			Creșterea rezistenței în %	Creșterea greutății specifice aparente %	Golul ocupat de zgură
Nr. probei	γ kg/dm³	R kg/cm²	Nr. probei	γ kg/dm³	R kg/cm²			
61	1,03	123	64	0,95	85	−30	−7,75	0,35
62	0,85	83	73	0,83	84	+ 1,2	−2,4	0,34
60	0,71	55	72	0,73	62	+12,7	+2,8	0,32
71	0,64	43	70	0,69	53	+23,3	+7,8	0,30

O parte din probe au fost autoclavizate, iar celelalte au fost întărite la aer. Rezultatele încercărilor la compresiune a cuburilor cu latura de

10 cm din beton celular autoclavizat, sînt date în tabela 3 şi figura 4. Totodată s-au încercat trei cuburi cu latura de 5 cm, tăiate din aceeaşi calitate de zgură expandată. Acestea au avut greutatea specifică aparentă 795 kg/dm³ şi rezistenţa la compresiune 62 kg/cm².

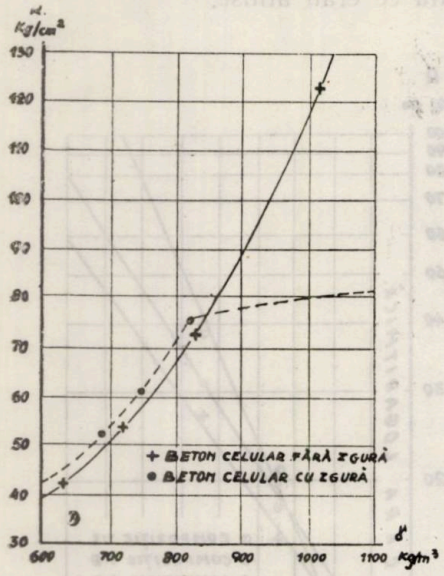


Fig. 4. Variaţia rezistenţei în funcţie de greutatea specifică aparentă la betonul cu gaz, simplu şi cu agregate mari de zgură expandată de la Hunedoara.

Probele neautoclavizate destinate pentru determinarea rezistenţei la compresiune şi a coeficientului de conductibilitate termică au fost ţinute întrun mediu umed 15 zile, apoi întărirea a continuat pînă la vîrsta de 45 zile cînd au fost complet uscate în etuvă şi încercate. Rezultatele sînt cuprinse în tabela 4.

Din aceleaşi betoane neatuoclavizate s-au mai confecţionat două prisme de 10×10×55 cm pentru determinarea scurtării din contracţie. (Tabela 5). Probele au fost ţinute după decofrare într-o încăpere cu temperatura medie de 19 °C şi umiditatea aerului normală.

Pe baza rezultatelor obţinute putem face următoarele observaţii:

a) În cazul betoanelor autoclavizate, introducerea zgurii măreşte greutatea specifică aparentă a betonului, pînă la atingerea greutăţii specifice aparente a zgurei, după ce începe să scadă. Pînă la o anumită limită, variaţia rezistenţelor în funcţie de greutatea specifică aparentă este aproximativ aceeaşi pentru betonul celular simplu şi cel cu zgură, iar ruperea se produce prin stratul de beton celular (fig. 4). Peste această limită rezistenţele betoanelor celulare cu agregate mari de zgură expandată nu mai cresc decît foarte lent cu mărirea greutăţii specifice aparente, iar ruperea se produce din cauza cedării agregatului.

Tabela 4

	γ kg/dm³	R kg/cm²	Creşterea rezistenţei %	λ kcal/mh°	Scăderea coeficientului λ %
Beton cu gaz	0,85	15,6	0	0,201	0
Beton cu gaz şi agregate mari de zgură expandată	0,84	19,3	19	0,184	9,3

Încercările făcute pe probe de zgură au arătat limita de rezistenţă a acesteia, 62 kg/cm², însă ruperea ei în masa de beton s-a produs la apro-

ximativ 85 kg/cm². Limita de rezistență a zgurei în masa de beton celular crește datorită împiedicării deformațiilor transversale în timpul comprimării cuburilor.

Tabela 5

	Scurtarea în mm la zile:				
	7	14	28	56	100
Beton cu gaz	0,23	0,67	0,91	1,37	1,83
Beton cu gaz și agregate de zgură expandată	0,18	0,37	0,58	0,90	1,21
Reducerea % a contracției	22	45	36	34	34

b) În cazul betoanelor neautoclavizate, la greutatea specifică aparentă egală (de 850 kg/m³), se obține o creștere a rezistențelor cu 19%.

Proprietățile de izolare termică se îmbunătățesc prin introducerea zgurei în masa de beton celular, deoarece zgura posedă proprietăți de izolare termică mai bune decît betonul celular simplu.

Un alt avantaj este reducerea considerabilă a contracției, ceea ce permite evitarea parțială a neajunsurilor la care sînt supuse betoanele celulare întărite în condiții normale.

c) Prin utilizarea zgurei sub formă de agregate mari în masa de beton cu gaz, se obține o economie importantă în ceea ce privește consumul de ciment. Conținutul de zgură la metrul cub de beton este mai mare la betoanele cu greutatea specifică aparentă mai ridicată, decît la cele cu greutatea specifică aparentă scăzută, ceea ce este evident, deoarece prin umflare, granulele sînt îndepărtate de către masa de beton cu cît aceasta se

Fig. 5. Beton cu spumă ; $\gamma = 0{,}35$ kg/dm³ (tab. 2).

Fig. 6. Beton cu spumă : $\gamma = 0{,}85$ kg/dm³ (tab. 2).

umflă mai mult. Astfel, pentru $\gamma = 1\,000$ kg/m^3 reducerea consumului de ciment este de 35%, iar pentru $\gamma = 650$ kg/m^3, reducerea este de 30%.

d) Betonul cu gaz şi agregate mari de zgură expandată este cu mult mai avantajos decît betonul cu spumă şi agregate mari de puzzolane (Aggrocel). Prin amestecarea agregatelor mari în masa celulară formată, o parte din celule se sparg rezultînd o structură neuniformă, iar greutatea specifică aparentă se măreşte. Amestecarea prealabilă a granulelor mari cu lapte de ciment nu înlătură decît parţial acest neajuns, iar consumul total de ciment creşte.

Fig. 7. Beton cu gaz; $\gamma = 0{,}71$ kg/dm^3 (tab. 3).

Fig. 8. Beton cu gaz şi agregate mari de zgură expandată: $\gamma = 0{,}73$ kg/dm^3 (tab. 3).

BIBLIOGRAFIE

1. TNIPS, *Issledovbania po iaceistim betonam* — Moscova, 1953.
2. Otto Graf, *Gasbeton, Schaumbeton, Leichtkalkbeton* — Berlin 1949.
3. J. P. Levy, Les bétons légèrs, Paris 1955.

NOUVEAUX TYPES DE BÉTONS CELLULAIRES

(RÉSUMÉ)

L'étude présente les caractéristiques principales de deux nouveaux types de bétons cellulaires:

— bétons mousseux, traités en autoclave, à ciment portland et agrégats fins de tuf volcanique dacitique de Deva, ainsi qu'à ciment portland et résidus provenant de stations de flottage des minerais d'or et de cuivre;

— bétons gazeux (à poudre d'aluminium), traités ou non en autoclave, à gros agrégats légers de laitier de haut fourneau expandé de Hunedoara.

НОВЫЕ ТИПЫ ЯЧЕИСТЫХ БЕТОНОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Рассматриваются главные характеристики двух типов ячеистых бетонов :

— пенистый бетон, автоклавизированный на основе портлендского цемента и тонких туфо-вулканических дакских заполнителей, находящихся в окружностях Девы, а также отходов при флотации золотой и медной руды ;

— газобетон (алюминиевый порошок) автоклавизированный и неавтоклавизированный, на крупном вспученном доменном шлаке из Хунедоры.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

COEFICIENTUL DE SIGURANŢĂ LA VERIFICAREA STABILITĂŢII LOCALE A INIMII GRINZILOR METALICE

DE
STELIAN CETĂŢEANU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

Progresul realizat în ultimele decenii în domeniul executării construcţiilor metalice şi în special în procesul de executare al construcţiilor sudate manual şi sub fondant, a făcut posibilă folosirea în mai mare măsură a grinzilor metalice cu inimă plină faţă de grinzile cu zăbrele.

Acest tip de grinzi este din ce în ce mai întîlnit ca grinzi principale la poduri, în căile de rulare ale podurilor rulante, în construcţiile hidrotehnice şi aeronautice etc.

Pentru ca, din punct de vedere economic, grinzile cu inimă plină să poată concura cu succes cu grinzile cu zăbrele, trebuie ca greutatea lor să fie minimă şi în consecinţă inima lor să fie cît mai subţire posibil. Micşorarea la minim a grosimii inimii este obţinută, printre altele, şi prin alegerea unui coeficient de siguranţă la voalare cît mai redus.

Printre cele mai importante construcţii metalice, recente, în care s-au folosit grinzi înalte cu inimă plină, se pot cita :

a) Podul Krîmski peste rîul Moscova [1], cu deschiderea 168 m, a cărui înălţime a inimii pe reazem este 3 600 mm, grosimea tolei fiind 15 mm.

b) Podul peste Neckar în Mannheim [2], cu înălţimea pe reazem 3 245 mm, grosimea tolei fiind 14 mm.

c) Podul Corneille peste Sena, la Rouen [3], cu înălţimea 5 200 mm şi grosimea inimii 16 mm.

d) Podul peste Rin la Cologne-Deutz [4], cu deschiderea 183 m, a cărui înălţime a inimii pe reazem este 7 800 mm, iar grosimea numai de 16 mm. La acest pod raportul $\frac{h}{t}$ este egal cu 490.

Toate aceste grinzi, cu subţirimea inimei foarte mare, nu au putut fi realizate decît graţie unei rigidizări îngrijit alese, prin folosirea oţelurilor de calitate superioară şi prin stabilirea unui coeficient de siguranţă la voalare minim.

Avînd în vedere stabilitatea locală a inimilor grinzilor metalice, prin alegerea unui coeficient de siguranţă minim se obţine o rezistenţă admisibilă la voalare mare, o inimă cît mai subţire şi în consecinţă se reduce consumul de metal şi preţul de cost al construcţiei.

Scopul lucrării este de a analiza valoarea coeficientului de siguranţă la voalare, în lumina ultimelor cercetări asupra comportării grinzilor cu inimă plină după depăşirea sarcinii critice, de a expune prevederile prescripţiilor străine referitoare la valoarea coeficientului de siguranţă, în comparaţiei cu standardele STAS şi de a formula propunerile necesare.

I. COMPORTAREA GRINZILOR DUPĂ DEPĂŞIREA SARCINII CRITICE

S-a arătat că din motive economice inima grinzilor metalice trebuie să fie cît mai subţire şi pentru aceasta valoarea coeficientului de siguranţă la voalare trebuie să fie minimă. Stabilirea valorii minime a coeficientului de siguranţă la voalare, este posibilă prin estimarea pericolului ce se produce dacă tensiunea critică este atinsă sau chiar depăşită.

Deci, pentru a se putea evalua gradul de mărime care poate fi atribuit coeficientului de siguranţă, se va analiza comportarea grinzilor metalice cu inimă plină, în domeniul postcritic.

A. Tensiunea de membrană

Din punct de vedere teoretic dacă într-o grindă eforturile unitare cresc pînă la tensiunea critică — momentul pierderii stabilităţii inimii plane — în inimă domneşte starea de echilibru plană.

Dacă u şi v sînt deplasările punctelor planului median în direcţiile x şi y — paralele cu marginile panoului — atunci în starea de echilibru plană a inimii, alungirile unitare ε_x şi ε_y precum şi variaţia unghiulară unitară γ_{xy}, exprimate prin relaţiile :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \tag{1}$$

sînt egale pentru toate punctele situate pe o perpendiculară la planul median. Tensiunile corespunzătoare acestor deformaţii se numesc *tensiunile plăcii plane.*

În momentul cînd efortul unitar, care acţionează pe marginile panoului inimii, depăşeşte valoarea tensiunii critice, placa părăseşte starea de echilibru plană, trecînd în starea de echilibru curbă, voalează. În acest moment la tensiunile plăcii plane, care există în inimă, se adaugă *tensiunile de încovoiere,* produse prin schimbarea formei de echilibru. Tensiunile de încovoiere, în punctele situate pe o normală la suprafaţa mediană, variază linear cu distanţa de la această suprafaţă.

Atît timp cît deplasările transversale $w(x, y)$ ale panoului inimii (în direcţia perpendiculară pe suprafaţa mediană) sînt mai mici decît grosimea inimii — domeniul de valabilitate al teoriei lineare a plăcilor — starea de tensiune din inimă este compusă din tensiunile plăcii plane şi tensiunile de încovoiere, complet asemănător ca în fenomenul de flambaj al barelor.

Cînd eforturile unitare care acționează în panoul inimii continuă să crească, valoarea deplasărilor transversale w depășește — odată sau chiar de mai multe ori — grosimea plăcii și în suprafața mediană a inimii apar tensiuni suplimentare, specifice voalării plăcilor, care după cum se va vedea, joacă un rol important în cursul ulterior al fenomenului pierderii stabilității inimii grinzilor metalice.

Spre deosebire de bare, la care capetele se pot deplasa în direcția forțelor de compresiune datorită atît comprimării cît și curbării în timpul flambării, la grinzi, marginile panourilor inimii nu se pot deplasa liber în direcția planului lor median. Aceasta întrucît marginile orizontale ale panoului sînt sudate de tălpi, care au rigidități relativ mari, iar marginile verticale, chiar în ipoteza rigidizărilor flexibile, nu se pot deplasa în direcția planului median din cauza continuității inimii peste rigidizare.

Cînd, prin creșterea eforturilor unitare, deformațiile transversale w depășesc grosimea inimii, imposibilitatea deplasării marginilor produce în suprafața mediană a panoului inimii unele deformații suplimentare, care au mărimea :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2; \quad \varepsilon_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y}. \tag{2}$$

Acestor deformații le corespund *tensiunile de membrană, care sînt tensiuni de întindere.*

Avînd în vedere că rapoartele $\frac{\partial w}{\partial x}$ și $\frac{\partial w}{\partial y}$ reprezintă înclinarea planului tangent la suprafața mediană deformată, în punctul considerat (x, y), față de poziția inițială a planului median, tensiunile de membrană pot fi neglijate în cazul deformațiilor transversale w mai mici decît grosimea inimii.

Apariția tensiunilor de membrană reprezintă deci fenomenul care permite a diferenția modul de comportare al barelor și plăcilor, acționate de eforturi unitare normale sau tangențiale superioare tensiunilor critice, adică de a diferenția fenomenul flambajului barelor, de fenomenul voalării plăcilor.

Fiindcă fenomenul de voalare al plăcilor, exact ca și fenomenul de flambaj al barelor, este cauzat de eforturile unitare de compresiune, apariția tensiunilor de membrană, care sînt tensiuni de întindere, împiedică continuarea creșterii deformațiilor transversale a plăcilor, deci a voalării, în același ritm cu creșterea efortului unitar. În cazul barelor comprimate, creșterea săgeților transversale produce, din contră, agravarea fenomenului de flambaj și grăbește pierderea capacității portante.

Apariția tensiunilor de membrană reprezintă, prin urmare, motivul principal pentru care fenomenul de voalare al inimilor grinzilor metalice este mai puțin periculos decît fenomenul de flambaj al barelor metalice, în care asemenea eforturi stabilizatoare nu apar și raportul săgeții față de efortul unitar crește într-un ritm tot mai mare.

După teoria liniară, la o placă supusă la voalare, deformațiile transversale w trebuie să crească în mod iperbolic cu efortul unitar (fig. 1 *a*). Din cauza imperfecțiunilor — săgeților — inițiale ale inimii și acționării

excentrice a eforturilor unitare față de planul median al panoului inimii, este grăbită apariția acestor tensiuni de membrană, pe care teoria liniară a plăcilor le ignoră și care perturbează fenomenul voalării. Curba experimentală a deformațiilor transversale în funcție de efortul unitar capătă în acest caz aspectul din fig. 1 *b*. De aici provine și dificultatea, întîmpinată în cercetările practice, de a determina sarcina critică de voalare a grinzilor cu inimă plină.

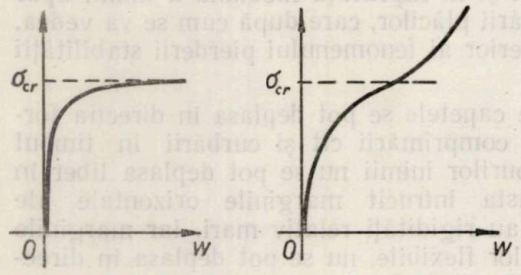


Fig. 1.

Valoarea sarcinii critice determinată printr-una din metodele experimentale cunoscute [4] : metoda Southwell, metoda curbei maxime, a punctului de inflexiune etc., va fi totdeauna superioară sarcinii critice teoretice, din cauza efectului stabilizator al tensiunilor de membrană care au apărut în panourile inimii inițial deformate.

B. Cîmpuri de tensiune

Dacă se continuă a se crește eforturile unitare care solicită panoul inimii, astfel încît tensiunile efective în inimă σ și τ să depășească de 5÷10 ori, sau chiar mai mult, tensiunea critică teoretică, atunci în inimile foarte subțiri $\left(\frac{b}{t} > 300\right)$ se produc așa numitele *cîmpuri de tensiuni* la început incomplete și apoi complete — studiate de Kuhn și Wagner [5] — datorită cărora capacitatea portantă a grinzilor continuă să fie menținută. Trebuie remarcat că odată cu producerea cîmpurilor de tensiune are loc o redistribuire a eforturilor interioare între diferitele elemente ale grinzii, acestea concentrîndu-se în special în tălpi și rigidizări, în care nu trebuie să fie depășită în acest caz tensiunea critică de flambaj.

Rezultă că în timp ce pentru bare sau stîlpi sarcina critică de flambaj corespunde limitei practice a capacității portante, pentru grinzi sarcina critică nu se suprapune sarcinii portante maxime — ultime.

Cercetătorii în domeniul construcției de avioane fac de mult această deosebire între sarcina critică și sarcina limită a capacității portante denumită și sarcină ultimă practică. Ei raportă factorul de siguranță la voalare nu față de sarcina critică cum se obișnuiește în construcțiile civile, ci față de sarcina ultimă practică, astfel încît se admite ca în timpul zborului inima grinzilor să fie voalată, însă imediat ce avionul a aterizat, toate deformațiile produse în timpul voalării trebuie să dispară complet.

Astfel pentru constructorii de avioane tensiunile critice de voalare nu mai reprezintă limita superioară a efortului unitar admisibil și deși supuse la eforturi unitare cu mult superioare tensiunii critice de voalare, elementele voalate ale grinzilor lucrează în practică cu toată siguranța. Rezultatul a

fost o mare economie de material și realizarea unor construcții foarte ușoare.

Principiile de proiectare ale construcțiilor de avioane nu pot fi aplicate direct în construcțiile civile, din următoarele motive:

a) Inimile grinzilor folosite în construcțiile inginerești, sînt mult mai groase decît ale grinzilor în construcțiile aeronautice, întrucît trebuie să fie asigurate contra deteriorării prin coroziune, și în cazul cînd sînt prea subțiri prezintă mari dificultăți la transport.

Inimile grinzilor folosite în construcțiile civile fiind groase, tensiunile critice teoretice sînt destul de mari și înainte de a fi întrecută limita de curgere a oțelului, eforturile unitare din inimă nu le pot depăși decît de 1÷3 ori, ceea ce corespunde domeniului în care teoriile cîmpului de tensiune nu sînt valabile.

b) În construcțiile aeronautice, raportul între greutatea permanentă și cea accidentală este foarte mic, iar sarcinile accidentale sub acțiunea cărora se produce voalarea acționează un interval de timp scurt — timpul de zbor. În construcțiile civile greutatea proprie este mult mai mare decît cea accidentală, iar ultima are o durată de aplicare mult mai îndelungată.

În concluzie, *în construcțiile civile, deși nu este posibilă utilizarea totală a diferenței între sarcina critică de voalare și cea limită a capacității portante — sarcina utilă practică —, ar fi totuși greșit să se identifice aceste două tipuri de sarcini.*

C. Comportarea elastică a grinzilor

În cursul experiențelor efectuate de diverși cercetători pe grinzi metalice în mărime naturală [4], [6] ÷ [9] s-a observat că inima acestor grinzi se comportă elastic pînă mult dincolo de sarcina critică experimentală, care este superioară sarcinii critice teoretice calculată în ipoteza plăcii liber rezemate pe contur.

Trebuie menționat că în unele experiențe au apărut deformații permanente la solicitări mai mici decît tensiunea critică. Acestea au însă un caracter pur local și sînt datorite tensiunilor inițiale mari produse în timpul sudării în imediata apropiere a cordoanelor de sudură. Aceste deformații plastice au de aceea un efect foarte mic sau nu au efect asupra comportării elastice a inimii grinzilor. Cînd solicitările se repetă nu se observă deformații plastice noi.

După cum reiese din cercetările experimentale, limita comportării elastice depășește de cca 1,3÷2,5 ori sarcina critică teoretică a panoului de inimă liber rezemat pe contur, iar limita capacității portante depășește de cca 2÷4 ori sarcina critică teoretică — această valoare depinzînd de subțirimea inimii grinzii.

Rezultă că pentru coeficientul de siguranță care asigură ca limita comportării elastice să nu fie depășită și care conform prescripțiilor este raportat la sarcina critică teoretică de voalare, pot fi acceptate valori apropiate mult sau chiar egale cu unitatea.

Se remarcă de asemenea din experienţe că sarcina ultimă nu provoacă o prăbuşire imediată a grinzii cu inimă plină, ca în fenomenul de flambaj, ci numai o deformare plastică progresivă de-a lungul undelor de voalare. În consecinţă, *fenomenul de voalare se deosebeşte mult de fenomenul de flambaj, în ceea ce constă pericolul distrugerii, el asemănîndu-se mai mult cu comportarea grinzilor sub solicitările statice, ca: încovoiere, torsiune etc. care nu prezintă nici un pericol al instabilităţii elastice.*

D. Săgeţi iniţiale şi excentricitatea aplicării sarcinilor

Printre ipotezele simplificatoare considerate de teoria liniară a plăcilor în calculul stabilităţii inimilor grinzilor sînt şi următoarele: inima grinzii este perfect plană înainte de încărcare, iar solicitarea ei se face în planul median.

În practică înainte de încărcare inima grinzilor metalice posedă săgeţi iniţiale destul de mari, iar eforturile unitare care le acţionează sînt în general situate excentric faţă de planul median al inimii. În surplus la grinzile sudate, prin executarea cordoanelor de sudură care leagă marginile orizontale ale inimii de tălpi se produc deformaţii suplimentare, astfel încît este imposibil de a putea presupune ca îndeplinite, în realitate, cele două ipoteze considerate în calcul.

În consecinţă este natural ca comportarea grinzilor reale să difere de rezultatele obţinute prin calcul în ipotezele idealizate ale teoriei liniare a plăcilor. Se va studia dacă acest fapt nu dezavantajează comportarea grinzilor după depăşirea sarcinii critice, şi dacă nu va trebui să se ţină seama de el la stabilirea valorii minime a coeficientului de siguranţă la voalare.

În experienţele făcute de Wästlund şi Bergman [8] şi de Massonnet [4], pe grinzi cu inimă aproape complet plană, nu au apărut deformaţii pînă în apropierea sarcinilor critice, calculate în concordanţă cu teoria liniară a plăcilor, în ipoteza inimii liber rezemată pe contur. După depăşirea sarcinii critice, deformaţiile au crescut în mod rapid pe măsură ce sarcina s-a mărit, iar cînd valoarea deformaţiilor a depăşit grosimea inimii, au apărut tensiunile de membrană stabilizatoare şi ritmul creşterii deformaţiilor transversale a scăzut.

În aceste experienţe sarcina critică experimentală este remarcată uşor în graficul deformaţie-sarcină, fiind marcat prin creşterea rapidă a deformaţiilor.

În experienţele făcute pe grinzi cu inima mai puţin plană din cauza săgeţilor iniţiale şi a excentricităţii aplicării sarcinilor faţă de planul median al inimii, deformaţiile apar imediat ce sarcina începe să acţioneze. Ele cresc în raport cu sarcina, pînă cînd apariţia tensiunilor de membrană micşorează ritmul creşterii lor. În acest caz tensiunile de membrană pot apare la sarcini mai mici decît sarcina critică teoretică.

În aceste experienţe sarcina critică de voalare nu mai poate fi distinsă în graficul deformaţie-sarcină. După Massonnet [4] sarcina critică experi-

mentală poate fi remarcată în grafic numai dacă săgeata inițială maximă a inimii nu depășește valoarea :

$$\frac{0{,}10\,t}{\sqrt{12\,(1-\mu^2)}} \qquad (3)$$

unde t este grosimea inimii în mm, iar μ coeficientul lui Poisson.

Din această comportare diferită a grinzilor cu inimă plană sau cu săgeți inițiale, în ceea ce privește deformația transversală, se poate deduce că două inimi egale ca dimensiuni și grosime, însă diferite în ceea ce privește mărimea săgeților inițiale, în condiții identice de sprijinire a marginilor și solicitate de aceleași sarcini, capătă deformații transversale relative diferite. Aceasta întrucît în inima cu săgeți inițiale tensiunile de membrană apar mai repede și sînt mai mari decît în cea plană și ele împiedică creșterea mai departe a deformațiilor transversale. În consecință *inima plană va suferi deformații transversale relative mult mai mari decît inima cu săgeți inițiale.* Această concluzie a fost pe deplin confirmată de experiențele practice.

După cum s-a menționat mai înainte, apariția tensiunilor de membrană este condiționată de fixarea rigidă a marginilor inimii, pentru a înlătura posibilitatea deplasării lor în planul median. Prin urmare, rigiditatea tălpilor sau a rigidizărilor are mare efect asupra creșterii deformațiilor transversale și deci asupra comportării inimii grinzilor metalice sub sarcină.

Bergman [9] pe baza studiului comparativ al tensiunilor produse de eforturile unitare normale și tangențiale în planul median al inimilor aproape complet plane și al inimilor cu săgeți inițiale, a ajuns la concluzia că pentru o anumită valoare a eforturilor unitare, superioară tensiunilor critice teoretice, tensiunea totală în inimile inițial curbe devine inferioară tensiunii în inimile plane identic solicitate.

Spre deosebire de plăci, la barele comprimate care posedă săgeți inițiale sau la care forțele de compresiune sînt aplicate excentric, aceste imperfecțiuni inerente în practică produc accelerarea pierderii stabilității barei și trebuie să fie luate în considerare la alegerea coeficientului de siguranță la flambaj.

În rezumat, imperfecțiunile pe care le prezintă inimile grinzilor reale față de inimile idealizate, considerate în calcul, nu joacă un rol tot atît de defavorabil ca în flambaj, ci au un rol nul sau chiar favorabil și deci nu trebuie să influențeze alegerea coeficientului de siguranță la voalare.

E. Influența raportului α

Rezultatele experiențelor făcute pe grinzi cu inimă plină în mărime naturală, au arătat că raportul dintre sarcinile critice experimentale și sarcinile critice teoretice variază cu raportul α al lungimilor marginilor panoului inimii. Astfel pentru panourile cu raportul α mic $(0{,}65 \div 0{,}85)$, raportul sarcinilor critice este mai mare decît pentru panourile cu raportul α mare $(1{,}0 \div 1{,}5)$. Prin urmare, la panourile cu raportul α mic sarcina critică experimentală este mai depărtată de sarcina critică teoretică, decît în cazul panourilor cu raportul α mare.

Acest fenomen se poate explica prin aceea că în inima cu raportul α mare, din cauza lungimii mari a tălpilor rigiditatea lor scade, în consecinţă apariţia tensiunilor de membrană întîrzie şi tensiunile totale sînt mai mari decît în inima cu raportul laturilor α mic.

Prin urmare, în panourile de inimă cu raportul α mic se pot accepta coeficienţi de siguranţă mai mici decît în panourile cu raportul α mare.

II. COEFICIENT DE SIGURANŢĂ LA VOALARE

Se vor expune prevederile standardelor STAS 2423-51 şi STAS 3418-52 în ceea ce priveşte stabilirea coeficientului de siguranţă la voalare al inimii grinzilor metalice şi se vor trece în revistă coeficienţii de siguranţă recomandaţi de unele prescripţii, actualmente în vigoare, precum şi propunerile diverşilor cercetători.

Pe baza acestora şi a observaţiilor de mai sus se vor trage concluzii critice asupra coeficientului de siguranţă acceptat de standardele STAS şi se vor face propunerile ce decurg în mod necesar din acest studiu.

A. Coeficienţii de siguranţă la voalare acceptaţi de standardele STAS

Standardele STAS 2423-51 [10] şi STAS 3418-52 [11] nu indică valoarea coeficientului de siguranţă adoptat pentru verificarea stabilităţii locale a inimilor grinzilor metalice.

În „Comentarii STAS. Construcţii Metalice" [12] şi în articolul [13] se arată că standardele STAS au admis pentru coeficientul de siguranţă, valoarea constantă :

$$c_v = 1{,}50. \tag{4}$$

În realitate, după cum se va vedea, coeficientul de siguranţă admis efectiv este mai mare.

Pentru inimile acţionate de eforturi unitare normale standardele STAS admit pentru parametrul de voalare k_n valoarea constantă :

$$k_n = 23{,}96 \tag{5}$$

oricare ar fi valoarea raportului $\alpha = \frac{a}{b}$ al lungimii marginilor panoului inimii.

După cum este reprezentat în fig. 2, în cazul inimii supuse la încovoiere pură [14], valoarea parametrului k_n, variază cu mărimea raportului α, după o curbă formată din mai multe bucle, crescînd în mod rapid pentru $\alpha < \frac{2}{3}$.

Este evident că în condiţiile standardelor STAS, valoarea coeficientului de siguranţă :

$$c_v = 1{,}50$$

corespunde numai valorilor raportului α, multiplii lui $\frac{2}{3}$, pentru celelalte valori ale raportului α, coeficienţii de siguranţă la voalare sînt superiori lui 1,50 şi variaţia lor se poate urmări în graficul din fig. 3.

Această variație a valorilor coeficientului de siguranță cu raportul α, este complet contrară observației I E, după care la valorile mici ale rapor-

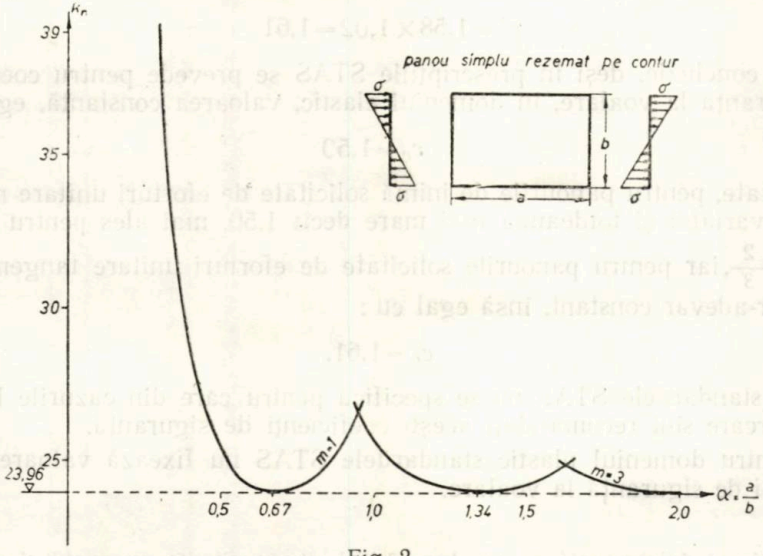


Fig. 2.

tului α, coeficientul de siguranță trebuie să fie mai mic decît pentru valorile mari ale lui α.

În cazul panourilor de inimă solicitate de eforturi unitare tangențiale, pentru a compensa ipoteza simplificatoare admisă în calculele de verificare a stabilității locale, că eforturile de lunecare sînt uniform repartizate pe secțiunea transversală a inimii, standardele STAS recomandă coeficientul de siguranță la voalare :

$$c_v' = 1{,}58 \qquad (6)$$

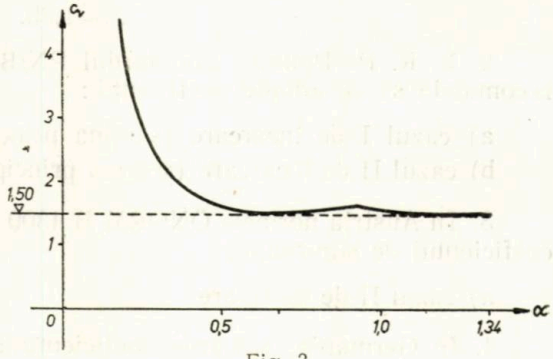


Fig. 3.

Valorile tensiunilor critice de voalare τ_{cr}^0, calculate după prescripțiile STAS, cu formula :

$$\tau_{cr}^0 = \left(1000 \times \frac{740}{\alpha^2}\right)\left(\frac{100\,t}{b}\right)^2 \text{ kg/cm}^2 \qquad (7)$$

sînt cu cca 2% mai mici decît valorile tensiunilor critice calculate cu parametrul de voalare k_t, unanim recomandat de prescripțiile în vigoare în diferite țări :

$$k_t = 5{,}34 + \frac{4{,}00}{\alpha^2} \qquad \text{pentru } \alpha > 1. \qquad (8)$$

Astfel valoarea coeficientului de siguranţă acceptat de STAS, în cazul inimilor solicitate la lunecare pură, este :

$$c'_v = 1{,}58 \times 1{,}02 = 1{,}61 \tag{9}$$

În concluzie, deşi în prescripţiile STAS se prevede pentru coeficientul de siguranţă la voalare, în domeniul elastic, valoarea constantă, egală cu :

$$c_v = 1{,}50$$

în realitate, pentru panourile de inimă solicitate de eforturi unitare normale, el este variabil şi totdeauna mai mare decît 1,50, mai ales pentru valorile lui $\alpha > \frac{2}{3}$, iar pentru panourile solicitate de eforturi unitare tangenţiale, el este într-adevăr constant, însă egal cu :

$$c'_v = 1{,}61.$$

În standardele STAS nu se specifică pentru care din cazurile I sau II de încărcare sînt recomandaţi aceşti coeficienţi de siguranţă.

Pentru domeniul plastic standardele STAS nu fixează valoarea coeficientului de siguranţă la voalare.

B. **Coeficienţii de siguranţă pentru domeniul elastic în diferite prescripţii şi propuneri**

1. În U.R.S.S. „Normele şi condiţiile tehnice" din anul 1946 [15] propun coeficientul de siguranţă la voalare :

$$c_v = 1{,}30. \tag{10}$$

2. În R. P. Polonă, standardul PN/B-190 din anul 1951 [16], [17], recomandă să se adopte coeficienţii :

a) cazul I de încărcare (sarcina principală) $c_v^{I} = 1{,}50$
b) cazul II de încărcare (sarcina principală + accidentală) $c_v^{II} = 1{,}30$ (11)

3. În Austria normele ÖNORM B 4300 din anul 1953 [18] admit numai coeficientul de siguranţă :

a) cazul II de încărcare $c_v^{II} = 1{,}25$ (12)

4. În Germania, valoarea coeficientului de siguranţă, admis de prescripţii, a variat în felul următor :

Prescripţii \ Ipoteze	Poduri noi de c. f.		Poduri existente de c. f.	
	Caz de încărcare			
	I	II	I	II
Căile ferate de Stat germane (prescripţii din 1938) [19]	1,50	1,40	1,40	1,30
DIN 4114 din 1940 [20]	1,60	1,50	1,50	1,40

Prescripțiile valabile în prezent: DIN E 4114-1952 [21] admit următoarele valori pentru coeficientul de siguranță:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{a) cazul I de încărcare} & c_v^{I}=1{,}35 \\ \text{b) cazul II de încărcare} & c_v^{II}=1{,}25 \end{array}\right\} \quad (13)$$

Se recomandă să se verifice numai pentru unul singur din cele două cazuri de încărcare I sau II.

5. În urma cercetărilor experimentale făcute între anii 1943—1944 la Institutul de construcții civile și construcția podurilor din Stockholm, Wästlund și Bergman [8] au propus un proiect de standard suedez, în care sînt prevăzuți următorii coeficienți de siguranță la voalare:

a) În condiții normale de încărcare (sarcini principale):

$$\left.\begin{array}{ll} c_v^{I}=1{,}20 & \text{pentru } \alpha \leq 1{,}50 \\ c_v^{I}=1{,}50-\dfrac{0{,}225}{\alpha-0{,}75} & \text{pentru } \alpha > 1{,}50 \end{array}\right\} \quad (14)$$

b) În condiții excepționale de încărcare (sarcini principale + accidentale):

$$\left.\begin{array}{ll} c_v^{II}=1{,}00 & \text{pentru } \alpha \leq 1{,}50 \\ c_v^{II}=1{,}30-\dfrac{0{,}225}{\alpha-0{,}75} & \text{pentru } \alpha > 1{,}50 \end{array}\right\} \quad (15)$$

După cum se vede se ține seama de variația coeficientului de siguranță în funcție de raportul α al lungimii marginilor panoului inimii (vezi I E).

6. În anul 1948, în urma cercetărilor suplimentare cu privire la comportarea inimii grinzilor supuse la voalare prin lunecare, Bergman [9] propune următorii coeficienți de siguranță numai pentru panourile de inimă solicitate pe contur de eforturi unitare tangențiale:

a) grinzi cu inimă plină sudată;

$$\left.\begin{array}{ll} \text{— sub sarcină normală} & (c_v')^{I}=1{,}00 \\ \text{— sub sarcină excepțională} & (c_v')^{II}=\dfrac{1}{1{,}20}=0{,}85 \end{array}\right\} \quad (16)$$

b) grinzi cu inimă plină nituite:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{— sub sarcină normală} & (c_v')^{I}=\dfrac{1}{1{,}30}=0{,}77 \\ \text{— sub sarcină excepțională} & (c_v')^{II}=\dfrac{1}{1{,}50}=0{,}67 \end{array}\right\} \quad (17)$$

În plus față de aceste condiții care de fapt limitează deformația panoului sub sarcină, Bergman mai impune condiția:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{sub condiții normale de încărcare} & \tau_{max} < \dfrac{\sigma_p}{1{,}80} \\ \text{sub condiții excepționale de încărcare} & \tau_{max} < \dfrac{\sigma_p}{1{,}60} \end{array}\right\} \quad (18)$$

În urma cercetărilor experimentale pe grinzi înalte cu inimă plină [4], [6], [7], executate în anii 1949—1951 în laboratorul de încercări al catedrei de construcţii civile a Universităţii din Liège şi pe baza studiilor experimentale executate anterior de alţi cercetători, Massonnet propune următorii coeficienţi de siguranţă la voalare:

a) În cazul I de încărcare, pentru care se admite în Belgia o rezistenţă a oţelului $\sigma_a = 1\,400$ kg/cm^2:

$$c_v = 1{,}15; \quad c'_v = 1{,}35 \tag{19}$$

b) În cazul II de încărcare, pentru care $\sigma_a = 1\,700$ kg/cm^2:

$$c_v = \frac{1.4}{1{,}7}\,1{,}15 = 0{,}95; \quad c'_v = \frac{1{,}4}{1{,}7}\,1{,}35 = 1{,}11. \tag{20}$$

În discuţiile care au avut loc la Institutul tehnic de construcţii şi lucrări publice din Bruxelles [6], pe baza referatului lui Massonnet prin care propunea coeficienţii de siguranţă la voalare citaţi mai sus, s-a obiectat că în urma încercărilor făcute de SNCF (societatea căilor ferate franceze) asupra unor poduri, s-a ajuns la concluzia că coeficientul de siguranţă poate fi ales egal sau chiar mai mic decît unitatea, deci valorile propuse sînt supraestimative.

Din enumerarea de mai sus a prescripţiilor şi propunerilor cercetătorilor, se deduce că valoarea coeficientului de siguranţă la voalare, variază destul de puţin şi tinde către unitate, cu excepţia normelor polone PN/B-190 care, după cum reiese din lucrarea lui Nowinski [16], sînt deduşi cu destulă prudenţă din propunerile lui Wästlund şi Bergman (II B 5), pentru $\alpha > 1{,}5$.

Se remarcă de asemenea, că prescripţiile germane, în urma studiilor recente care au adus mari clarificări în comportarea grinzilor cu inimă plină solicitate la voalare, au înţeles natura pierderii stabilităţii locale a inimilor şi au redus valoarea coeficientului de siguranţă de la 1,50 la 1,35. Prescripţiile din anul 1940 sînt mai precaute în stabilirea coeficientului de siguranţă avînd în vedere condiţiile de război pentru care au fost create.

C. Concluzii şi propuneri

În lumina analizei comportării grinzilor cu inimă plină după depăşirea sarcinii critice, apare evident că standardele STAS 2423-51 şi STAS 3418-52 nu au făcut o diferenţiere justă între coeficientul de siguranţă la flambaj:

$$c = \frac{2400}{1400} = 1{,}715 \tag{19}$$

şi coeficienţii de siguranţă la voalare (4), (9):

$$c_v = 1{,}50; \quad c'_v = 1{,}61.$$

Ultimii valorînd mult peste unitate supraestimează pericolul produs prin voalare.

Deoarece o valoare mare a coeficientului de siguranţă impune o rezistenţă admisibilă la voalare scăzută, o grosime mare pentru inima grinzilor

metalice şi deci un consum inutil de metal, se impune necesitatea de a se revizui de urgenţă valorile coeficientului de siguranţă la voalare prevăzute de normele STAS.

Avînd în vedere diferenţierea care rezultă, în urma analizei de mai sus, între fenomenul de flambaj al barelor şi fenomenul de voalare al plăcilor, precum şi posibilitatea de a alege pentru coeficientul de siguranţă la voalare valori foarte apropiate de unitate, rezultă că ar fi mult mai raţional de acceptat de prescripţiile STAS, în calculul stabilităţii locale a inimilor grinzilor metalice, următoarele valori pentru coeficientul de siguranţă:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{a) cazul I de încărcare} & c_v^{I}=1{,}30 \\ \text{b) cazul II de încărcare} & c_v^{II}=1{,}30\,\frac{1400}{1600}=1{,}15 \end{array}\right\} \quad (20)$$

Se observă că valorile propuse sînt apropiate sau coincid cu valorile acceptate de prescripţiile din numeroase ţări pentru coeficientul de siguranţă la voalare al inimii grinzilor metalice.

BIBLIOGRAFIE

1. B. M. Broude, *Ustoicivost plastinok v elementah stalnih construcţii*. MSPM Moscova 1949.
2. R. Mayer, Die Kurpfalzbrücke über den Neckar in Mannheim Stahlbau 1952, vol. 21, pag. 85.
3. M. Velitchovitch, Les travaux de construction du pont Corneille sur Seine à Rouen — Travaux, aprilie 1952, pag. 128.
4. Ch. Massonnet, Recherches expérimentales sur la rézistance au voilement de l'âme des poutres à âme plein. Bulletin CERES — 1951 V, pag. 67.
5. H. Wagner, Ebene Blechwandträger mit sehr dünnen Stegbleche. Zeitschf. f. Flug- und Motorluftschiffahrt 1929, pag. 200, 227, 256, 279, 306.
6. Ch. Massonnet, Recherches sur le dimensionnement et la raidissage rationneles de l'âme des poutres à âme pleine, en tenant compte du danger de voilement. Ann. de l'Institut tehnique du Batiment et des Travaux publics 1953, pag. 1061.
7. Ch. Massonnet, Essais de voilement sur poutres à âme raidie. Acier — Stahl — Steel 1955, nr. 2.
8. G. Wastlund şi St. Bergman, *Buckling of webs in deep steel I girder*. Stockholm 1947.
9. St. Bergman, Behaviour of buckled rectangular plates under the action of shearing forces. Stockholm 1948.
10. * * * STAS 2423-51. Poduri metalice nituite pentru cale ferată — grinzi cu inimă plină — Prescripţii speciale de calcul.
11. * * * STAS 3418-52. Poduri metalice nituite pentru şosea — grinzi cu inimă plină — prescripţii speciale de calcul.
12. M. Soare, *Construcţii metalice. Comentarii STAS*, Biblioteca Standardizării, 1953.
13. A. Caracostea şi M. Soare, Problemele de stabilitate elastică a plăcilor plane subţiri în STAS 2423-51 şi STAS 3418-52. Standardizarea—1954. nr. 8, pag. 13, nr. 9, pag. 15.
14. S. Timoschenko, *Théorie de la stabilité élastique*. Beranger 1943.
15. A. I. Otreşco, *Elemente de construcţii. Construcţii metalice*. Edit. OPED — 1950, vol. I.
16. I. Nowinski, Problema stabilităţii inimilor grinzilor metalice înalte. Inzynieria i Budownictwo 1951, nr. 5, pag. 208.

17. T. Kozlowski, Stabilitatea grinzilor metalice cu inimă plină. Inzynieria i Budownictwo 1950, nr. 3—4, pag. 113.
18. E. Chwalla, Über die Behandlung der Stabilitätsfragen in den deutschen und österreichischen Stahlbaunormen. Der Stahlbau 1953, vol. 22, pag. 73.
19. * * * Stahlbau — Kalender 1938, Eisenbahnbrücken, paragraf 42.
20. * * * Knick- und Beulvorschriften für Baustahl DIN E 4114 1940.
21. * * * Stahlbau — Handbuch 1952, DIN E 4114-1952. Entwurf 5.

DER SICHERHEITSKOEFFIZIENT BEI DER STABILITÄTSBERECHNUNG DER STEGBLECHE VOLLWANDIGER TRÄGER

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wird der Wert des Sicherheitskoeffizienten bei der Beulberechnung der Stegbleche von Vollwandträgern im Hinblick auf die neueren Forschungsergebnisse untersucht. Die Membranspannungen bilden den Hauptgrund für die Tatsache, daß das Ausbeulen der Stegbleche weniger gefährlich ist als das Knicken der Stäbe. Während bei Stäben die kritische Knicklast der praktischen Maximallast entspricht, können diese Lasten bei Trägern nicht gleichgesetzt werden: infolge des elastischen Verhaltens der Trägern können für den Sicherheitskoeffizienten bei Beulung Werte angenommen werden die gleich oder fast gleich mit eins sind.

Es werden dann die Vorschriften bezüglich dieses Sicherheitskoeffizienten der rumänischen Normen STAS 2423-51 und STAS 3418-52, mit denen anderer Länder und mit Vorschlägen verschiedener Forscher verglichen.

Auf Grund dieser Vergleiche und der Analyse des Verhaltens der Träger im überkritischen Bereich, wird gefolgert, daß die Normen STAS viel zu grosse Werte der Sicherheitskoeffizienten vorsehen, und deshalb ihre Abminderung vorgeschlagen.

КОЭФФИЦИЕНТ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРОВЕРКЕ МЕСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СЕРДЦЕВИНЫ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ БАЛОК

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе анализируется значение коэффициента безопасности при потере местной устойчивости, с точки зрения последних исследований поведения сплошных балок при сверхкритической нагрузке.

Указывается, что напряжения мембраны являются главной причиной, из за которой явление потери местной устойчивости сердцевины металлических балок менее опасно чем явление изгиба металлических стержней, т. к. в то время как для стержней критическая нагрузка изгиба соответствует максимальной практической нагрузке, для балок эти нагрузки не могут быть отождествлены, а имея в виду эластичность балок, для коэффициента безопасности при потере местной устойчивости можно принять величины близкие или даже равные единице. Излогаются предусмотрения стандартов STAS 2423-51 и STAS 3418-52 относительно определения коэффициента безопасности металлических балок и сравниваются

с коэффициентами безопасности, которые рекомендуются в некоторых предписаниях действительных в настоящее время в различных странах, а также с предложениями разных исследователей.

На этом основании и после анализа поведения балок в надкритической зоне, выводится заключение, что стандарты STAS рекомендуют слишком большие значения для коэффициента безопасности при потере местной устойчивости и предлогается их уменьшение.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CERCETAREA PREMISELOR ECONOMICE PENTRU FOLOSIREA BLOCURILOR MARI DIN BETON ÎN R.P.R.

DE

O. BODASCHER

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

La executarea zidăriei de cărămidă cu procese uzuale, la 1 m^3 de zidărie se consumă în medie o manoperă de circa 90 kg pe oră şi om. În cadrul Catedrei de beton armat s-au efectuat calcule economico-comparative (teoretice) cu privire la folosirea blocurilor mari din beton şi a panourilor mari din beton armat. Ele au arătat că în primul caz manopera este în medie de 250 kg/oră/om, în cazul al 2-lea 415 kg/oră/om. Aceste calcule s-au efectuat pe baza graficelor ciclice pe minute pentru funcţionarea macaralelor de montaj, avîndu-se în vedere introducerea obligatorie a măsurilor necesare pentru reţinerea minimă a macaralelor după aşezarea provizorie a elementelor ridicate.

Se vede că, faţă de zidăria cu cărămidă, productivitatea muncii creşte la folosirea blocurilor mari din beton cu circa 190%, la folosirea panourilor mari din beton armat cu circa 360%.

Din graficele ciclice a rezultat productivitatea anuală medie a unei macarale de 3 tone, de circa 250 locuinţe.

Analizîndu-se cauzele creşterii mari a productivităţii muncii, s-a găsit că ea provine în cea mai mare parte din mecanizarea transporturilor şi a proceselor de prefabricare.

Manopera necesară la folosirea blocurilor mari din beton s-a calculat prin defalcarea ei în 4 procese primare, indicate în tabela 1 :

În comparaţie cu executarea zidăriei din cărămidă (37,5 cm), consumul de manoperă pe 1 mp de pereţi exteriori, fără tencuială, rezultă din acelaşi tabel.

Calculînd consumul de manoperă la construcţia din zidărie de cărămidă a unei locuinţe compusă din 3 încăperi de locuit, am obţinut pentru construcţia de roşu + finisaj circa 2 800 ore. Folosind blocuri mari din beton de

750 kg greutate şi bazîndu-ne pe calculul economic al transporturilor şi montajului, consumul de manoperă a coborît la circa 2 200 ore.

Tabela 1

Nr.	Denumirea manoperei	Procedeul executării			
		Zid. cărăm. 37,5 cm	Blocuri mari de 30 cm gros		
			100 kg	500 kg	750 kg
		Manopera medie, în ore pe m.p.			
1	Producerea, prefabricarea .	100%	65%	51%	45%
2	Transportul spre şantier . .	100%	34%	12%	8%
3	Operaţii auxiliare pe şantier	100%	51%	22%	10%
4	Procese tehnologice pe şantier	100%	24%	16%	12%

Costul locuinţei poate fi redus în cazul, cînd pentru construcţia planşeului folosim plăci de aceeaşi greutate ca cea a blocurilor mari din beton. Calculînd cele 3 variante, am obţinut reducerea consumului de manoperă cu circa 8,5%. Consumurile considerate anterior au fost calculate pentru planşee prefabricate din grinzi cu corpuri de umplutură.

S-a cercetat influenţa exercitată asupra costului construcţiei prin scăderea preţului de cost al agregatelor. La scăderea preţului de cost al acestora cu 20%, costul construcţiei se reduce cu 0,9%.

La examinarea teoretică a timpilor de încărcare şi descărcare a blocurilor (verificarea urmează a fi efectuată pe un şantier experimental), am găsit (tabela 2).

Tabela 2

Operaţia	Greutatea blocului		
	100 kg	500 kg	750 kg
Numărul blocurilor într-o garnitură de 9 tone	100	30	17
Timpul de încărcare a garniturii, în ore	2,7	1,1	0,8

În vederea raţionalizării întregului proces — de la prefabricarea pînă la eliberarea macaralei de blocul ridicat — este strict necesar a se evita orice intercalare a muncii manuale.

S-a calculat în mod teoretic durata ciclului de parcurs al autocamioanelor în cazul montajului blocurilor de pe autovehicul. Dacă la blocurile de 100 kg presupunem 8 ore durata ciclului, în care timp se include durata încărcării, transportului şi a montajului direct de pe vehicul, atunci durata ciclului de parcurs scade la greutatea blocurilor de 500 kg cu circa 65%, la 750 kg cu circa 70%. Acest fapt este de o importanţă mare pentru costul montajului, acţionînd asupra necesarului în autocamioane. Folosirea blocurilor de 100 kg cere necesarul în mijloace de transport de 3—4 ori mai mare decît în cazul blocurilor de 750 kg, în aceeaşi perioadă de timp. O ieftenire

a lucrărilor se poate obține folosindu-se tractoare cu convoaie de schimb, în care caz se elimină timpii de așteptare. După calcule teoretice s-a stabilit volumul manoperii pentru o locuință (în ore, tabela 3) :

Tabela 3

Greutatea blocului	Consumul în manoperă					
	pentru prefabricarea în atelier	pentru montarea blocurilor, fără montarea și demontarea macaralei	pentru transport, la montarea:			
			de la depozit	de pe autocamion	la folosirea tractorului cu remorci de schimb	
					de la depozit	de pe autocamion
100	180	90	80	110	50	20
500	130	40	40	40	20	15
750	110	30	30	30	15	15

Valorile de mai sus erau determinate cu ajutorul defalcării proceselor în operații primare, a căror durată a fost apreciată prin comparația cu operații analoage. Se observă apropierea asimptotică a valorilor la abscisă, pe măsura greutății crescînde a blocurilor. Se observă și limitarea economică în folosirea blocurilor de 100 kg.

In fine, cercetarea s-a referit la stabilirea influenței mecanismelor de montaj asupra costului construcției și asupra duratei de execuție. Pe baza graficului ciclic pe minute de funcționare a unei macarale de montaj de 3 tone, pentru a monta o locuință compusă din 3 încăperi de locuit (pereți și planșee), este nevoie ca macaraua să efectueze pe schimb.

64 55 48 cicluri, la folosirea blocurilor de
100 500 750 kg.

Din aceste calcule rezultă durata de montare a pereților și planșeelor a unei locuințe de aproximativ

5.5 4.0 1.5 schimburi, la folosirea blocurilor de
100 500 750 kg.

CONCLUZII

1) La folosirea procedeului de construcție cu blocuri mari din beton, consumul în manoperă pentru pereți (prefabricare+șantier) este de numai 35% față de procedeul de executare a pereților din cărămidă normală.

2) Numărul orelor de lucru necesare pe șantier pentru construcția în roșu și finisare se reduce la 70—80%.

3) Costul de construcție se reduce cu 5—10%.

4) Zidarii se eliberează de munci fizice grele.

5) Se creează posibilitățile de a executa lucrările pe timp de iarnă.

6) Cu investiții relativ mici se creează posibilitățile unei producții masive a elementelor de construcție pe poligoane deschise.

BIBLIOGRAFIE

1. B. S. Uhov, *Organizaţia i planirovanie stroitelstva*, Editura Tehnică, Moskva, 1954.
2. Über die Wirtschaftlichkeit des Wohnbaues in D.D.R., Bauzeitung, Berlin, 1955.
3. Organisace a plánování stavebni výroby (Organizarea şi planificarea industriei de construcţii). Státni nakladatelstvi technické literatury. Praha, 1956.
4. O. Ledderboge, Die technischen Grundlagen der Grossblockbauweisen. Bauplanung und Bautechnik, Berlin, 1955.
5. O. Ledderboge, Arbeitsproduktivität und Geräteeinsatz bei der Grossblockbauweise. Bauzeitung, Berlin, 1956.
6. H. Achenbach, Zur Anwendung der Blockbauweise in D.D.R., Bauzeitung, Berlin, 1956.

UNTERSUCHUNG DER WIRTSCHAFTLICHEN VORBEDINGUNGEN BEI DER ANWENDUNG VON GROSSBETONBLÖCKEN IN R.V.R.

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wird die Arbeitsproduktivität und Arbeitsverbrauch bei der Anwendung von Grossbetonblöcken bestimmt und die Wege zur Herabsetzung des Kostenpreises untersucht. Ferner werden alle massgebenden Faktoren, welche die Arbeitsdauer beeinflussen, einer eingehenden Analyse unterzogen.

ИЗУЧЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ БОЛЬШИХ БЕТОННЫХ БЛОКОВ В Р. Н. Р.

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Определяется продуктивность труда и расход рабочей силы при использывании больших бетонных блоков. Изучаются пути снижения себестоимости и анализируются все факторы, которые влияют на продолжительность выполнения работ.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

UN NOU PROCEDEU DE SEPARARE A OXIDULUI DE MAGNEZIU DIN DOLOMITĂ

DE

V. COCHECI, I. HORESCU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Cercetările privitoare la obţinerea oxidului de magneziu sînt foarte numeroase, datorită multiplelor utilizări ale acestuia.

Necesitatea de a fabrica în ţară oxid de magneziu a făcut ca şi o serie de cercetători din ţara noastră să studieze obţinerea lui din materii prime indigene.

Valoarea principalelor procedee studiate şi elaborate de cercetătorii romîni au fost analizate din punct de vedere economic în Revista de Chimie nr. 8 — 1955.

Literatura privitoare la această problemă este bogată în procedee de separare a oxidului de magneziu de cel de calciu, care prezintă însă în majoritate dezavantajul de a fi neeconomice, sau a nu fi suficient de selective.

Procedeul preconizat de noi pentru obţinerea oxidului de magneziu din dolomite se cuplează cu procedeul de fabricare a acidului oxalic şi diferă de celelalte procedee descrise în literatură.

În procedeul studiat de noi calciul este legat sub formă de oxalat de calciu, una dintre cele mai insolubile săruri de calciu, iar magneziul rămînînd ca oxid de magneziu, poate fi solubilizat cu acizi mai slabi ca acidul oxalic şi apoi separat.

În procesul tehnologic de fabricare a acidului oxalic una din faze constă în tratarea oxalatului de sodiu impur, rezultat din calcinarea formiatului de sodiu, cu lapte de var, formîndu-se oxalat de calciu, care apoi se tratează cu acid sulfuric, rezultînd acidul oxalic.

Metoda studiată de noi se bazează pe comportarea diferită a oxidului de calciu şi a oxidului de magneziu faţă de oxalatul de sodiu.

Propunem ca în faza de caustificare a oxalatului de sodiu să se folosească în locul laptelui de var, lapte de dolomită calcinată, ceea ce nu conturbă procesul de fabricare a acidului oxalic, oxidul de magneziu separîn-

du-se de oxalatul de calciu prin carbonatare, cînd trece în bicarbonat de magneziu.

Fazele principale ale procedeului sînt următoarele:

a) Calcinarea dolomitei la oxid de calciu şi oxid de magneziu.

b) Hidratarea dolomitei calcinate.

c) Caustificarea oxalatului de sodiu cu lapte de dolomită.

d) Carbonatarea suspensiei formată din oxalat de calciu şi oxid de magneziu, în prealabil filtrată.

e) Transformarea bicarbonatului de magneziu în carbonat de magneziu.

Întrucît fazele a), b), d) şi e) au la bază reacţii identice ca la alte procedee, am studiat în special faza de caustificare din punct de vedere teoretic şi practic; pentru celelalte faze ne-am rezumat la o expunere sumară a parametrilor care le influenţează, după diferiţi autori.

I. TEORIA CAUSTIFICĂRII OXALATULUI DE SODIU CU DOLOMITĂ CALCINATĂ ŞI HIDRATATĂ

A. În studiul separării oxidului de magneziu de cel de calciu după metoda propusă de noi, ar urma ca laptele de dolomită calcinată să înlocuiască laptele de var în procesul de caustificare al oxalatului de sodiu.

Ne propunem mai jos să facem un studiu teoretic asupra reacţiilor principale, care stau la baza procesului ales de noi. Astfel în faza de caustificare sînt posibile următoarele reacţii:

$$Na_2C_2O_4 + Ca(OH)_2 = CaC_2O_4 + 2NaOH \quad (1)$$
$$Na_2C_2O_4 + Mg(OH)_2 = MgC_2O_4 + 2NaOH \quad (2)$$

Obişnuit în suspensia de oxalat de sodiu este prezent şi carbonatul de sodiu, care va reacţiona cu cei doi oxizi astfel:

$$Na_2CO_3 + Ca(OH)_2 = CaCO_3 + 2NaOH \quad (3)$$
$$Na_2CO_3 + Mg(OH)_2 = MgCO_3 + 2NaOH \quad (4)$$

Reacţiile (1) şi (3) sînt bine cunoscute şi stau la baza unor procese industriale, prima petrecîndu-se aproape cantitativ, iar a doua fiind funcţie de concentraţia ionilor CO_3^{-2} şi OH^-, amîndouă ducînd la produşi greu solubili.

La baza procesului nostru stau reacţiile (1) şi (2) care pot fi scrise, considerînd oxalatul de sodiu şi hidratul de sodiu complet disociaţi astfel:

$$[C_2O_4^{-2} + 2Na^+]_{(l)} + [Ca(OH)_2]_{(s)} = [CaC_2O_4]_{(s)} + [2Na^+ + 2OH^-]_{(l)} \quad (1a)$$

$$[C_2O_4^{-2} + 2Na^+]_{(l)} + [Mg(OH)_2]_{(s)} = [MgC_2O_4]_{(s)} + [2Na^+ + 2OH^-]_{(l)} \quad (2a)$$

Pentru a ne da seama de natura echilibrului a acestor reacţii s-au calculat principalele funcţii termodinamice şi constantele de echilibru, considerînd pentru fazele solide, starea normală (standard) la presiunea de 1 atmosferă şi temperatura de 298 °K, iar pentru ioni, starea ipotetică ideală în soluţii de concentraţie 1 gram-ion la 1 000 g apă, la temperatura de 298 °K şi presiunea de 1 at.

Întrucît în literatură am găsit funcţiile termodinamice numai pentru pentru compusul $CaC_2O_4 \cdot H_2O$ am scris reacţia (1) sub forma:

$$[C_2O_4^{-2} + 2Na^+]_{(l)} + [Ca(OH)_2]_{(s)} + [H_2O]_{(l)} = [CaC_2O_4 \cdot H_2O]_{(s)} + [2Na^+ + 2OH^-]_{(l)} \quad (6)$$

ceea ce nu modifică mersul reacţiei la temperatură obişnuită.

Pentru această reacție valorile funcțiilor ΔH_{298}, ΔF°_{298} și ΔS°_{298} standard, calculate după expresiile următoare sînt:

$$\Delta H_{298} = \Delta H^{298}_{CaC_2O_4 \cdot H_2O} + 2\Delta H^{298}_{Na^+} + 2\Delta H^{298}_{OH^-} - \Delta H^{298}_{H_2O} - \Delta H^{298}_{C_2O_4^{-2}} - 2\Delta H^{298}_{Na^+}$$

$$\Delta H_{298} = -8.420 \text{ cal mol.}$$

$$\Delta F^{\circ}_{298} = \Delta F^{\circ}_{298\ CaC_2O_4 \cdot H_2O} + 2\Delta F^{\circ}_{298\ Na^+} + 2\Delta F^{\circ}_{298\ OH^-} - \Delta F^{\circ}_{298\ H_2O} - \Delta F^{\circ}_{298\ C_2O_4^{-2}} - 2\Delta F^{\circ}_{298\ Na^+}$$

$$\Delta F^{\circ}_{298} = -4.850 \text{ cal/mol.}$$

$$\Delta S^{\circ}_{298} = S^{\circ}_{298\ CaC_2O_4 \cdot H_2O} + 2S^{\circ}_{298\ Na^+} + 2S^{\circ}_{298\ OH^-} - S^{\circ}_{298\ H_2O} - S^{\circ}_{298\ C_2O_4^{-2}} - 2S^{\circ}_{298\ Na^+}$$

$$\Delta S^{\circ}_{298} = 12{,}92 \text{ cal/grad.}$$

Valoarea energiei libere standard pentru temperatura de 298 °K calculată din relația:

$$\Delta F^{\circ}_{298} = \Delta H_{298} - T\Delta S^{\circ}_{298}$$

înlocuind valorile, se obține:

$$\Delta F^{\circ}_{293} = -4.789 \text{ cal/mol.}$$

Această valoare diferă de valoarea găsită din energiile libere standard cu 61 cal/mol, adică cu 1,2%, ceea ce este admisibil.

Avînd valorile numai pentru funcțiile standard am aplicat relația cunoscută pentru aprecierea constantei de echilibru, la temperaturi nu prea înalte.

$$\log Ka_{(T)} - \log Ka_{(298)} = \frac{\Delta H_{298}}{1364} - \frac{\Delta H_{298}}{4{,}575 \cdot T}$$

care mai poate fi scrisă, înlocuind Ka_{298} în funcție de energie liberă, sub formă:

$$\log Ka_{(T)} = 0{,}000733\,(\Delta H_{298} - \Delta F_{298}) - \frac{\Delta H_{298}}{4{,}575 \cdot T}.$$

Inlocuind în relația de mai sus datele noastre avem:

$$\log Ka_{(T)} = -2{,}617 + \frac{8420}{4{,}575 \cdot T}.$$

De unde:

$$Ka_{298} = 3{,}571 \cdot 10^3 \quad \text{și} \quad Ka_{373} = 2{,}10 \cdot 10^2.$$

Diferența mare între constantele de echilibru la temperatura de 25 °C și cea la temperatura de 100 °C se datorește faptului că s-au calculat funcțiile termodinamice cu $C_2O_4Ca \cdot H_2O$, care pierde apa de cristalizare la creșterea temperaturii.

S-a calculat randamentul termodinamic după valorile constantei de echilibru, considerînd că valorile activităților corpurilor solide sînt egale cu unitatea, avînd în vedere considerațiile de la calculul energiei libere. Constanta de echilibru pentru reacția (1) se poate scrie:

$$Ka = \frac{a^2_{OH^-}}{a_{C_2O_4^{-2}}} = \frac{m^2_{OH^-}\,\gamma^2_{OH^-}}{m_{C_2O_4^{-2}}\,\gamma_{C_2O_4^{-2}}}$$

a = activitatea; m = molaritatea; γ = coeficient de activitate.

Intrucît nu cunoaştem valorile lui γ_{OH^-} şi $\gamma_{C_2O_4^{-2}}$ care sînt influenţaţi de compoziţia soluţiei, vom nota raportul lor cu K° şi vom avea :

$$K = \frac{m^2_{OH^-}}{m_{C_2O_4^{-2}}} K^\circ .$$

De unde vom putea uni cele două constante obţinînd :

$$K' = \frac{K}{K^\circ} = \frac{m^2_{OH^-}}{m_{C_2O_4^{-2}}} = \frac{N^2_{OH^-}}{N_{C_2O_4^{-2}}}$$

N = fracţie molară.

Molarităţile pot fi înlocuite cu fracţiile molare întrucit nu avem variaţii de volum sau presiune.

Mărimea K' diferă de constanta termodinamică şi depinde de concentraţia momentantă a soluţiei — modificîndu-se într-o oarecare măsură cu aceasta.

In cazul soluţiilor diluate mărimea $K' \cong K$ şi în acest caz randamentul se calculează astfel :

$$N_{C_2O_4^{-2}} = \frac{1-x}{1+x}$$

$$N_{OH^-} = \frac{2x}{1+x}$$

Valoarea constantei de echilibru fiind $3{,}571 \cdot 10^3$, vom calcula pe x şi apoi randamentul teoretic.

$$K = \frac{4x^2}{1-x^2} = 3{,}571 \cdot 10^3$$

$$x = 0{,}999 \qquad \eta = 99{,}99\% .$$

Din cele de mai sus se vede că este posibilă legarea cantitativă a calciului din hidroxidul de calciu prin reacţia cu oxalatul de sodiu.

Reacţia (2) şi (2a), dintre oxalatul de sodiu şi hidroxidul de magneziu, este complet deplasată spre stînga, datorită faptului că $\Delta F_{298} > 10\,000$ cal/mol, de asemenea solubilitatea oxalatului de magneziu este mult mai mare ca a hidroxidului de magneziu.

Valoarea energiei libere pentru această reacţie este :

$$\Delta F^\circ_{298} = \underset{MgC_2O_4}{\Delta F^\circ_{298}} + 2\underset{Na^+}{\Delta F^\circ_{298}} + 2\underset{OH^-}{\Delta F^\circ_{298}} - \underset{C_2O_4^{-2}}{\Delta F^\circ_{298}} - 2\underset{Na^+}{\Delta F^\circ_{298}} - \underset{Mg(OH)_2}{\Delta F^\circ_{298}}$$

$$(s) \quad (l) \quad (l) \quad (l) \quad (l) \quad (s)$$

$$\Delta F^\circ_{298} = 10\,610 \text{ cal/mol.}$$

Folosind ecuaţia $\Delta F^\circ_{298} = -RT \cdot \ln Ka$ am calculat pe Ka_{298} a cărui valoare este :

$$\log Ka_{298} = \frac{10\,600}{4{,}575 \cdot 298} = -7{,}782 = \bar{8}{,}21800$$

$$Ka_{298} = 1{,}652 \cdot 10^{-8}$$

ceea ce indică că echilibrul este deplasat spre formarea hidroxidului de magneziu.

Deci vom avea la sfîrşitul procesului o suspensie formată din oxalat de calciu şi hidroxid de magneziu.

B. La aceleași concluzii se ajunge plecînd de la solubilitatea celor doi produși, care iau naștere în fiecare reacție precum și a produșilor ce intră în reacție. Astfel pentru reacția (1) se poate aprecia valoarea constantei de echilibru în felul următor:

Considerînd produsele de solubilitate a $Ca(OH)_2$ și CaC_2O_4:

$$L_{Ca(OH)_2} = [Ca^{+2}]\,[OH^-]^2 = 3{,}1 \cdot 10^{-5}$$

$$L_{CaC_2O_4} = [Ca^{+2}]\,[C_2O_4^{-2}] = 1{,}78 \cdot 10^{-9}$$

Se poate afirma că reacția dintre hidroxidul de calciu și oxalatul de sodiu va înceta atunci cînd concentrația ionilor de calciu proveniți din disocierea CaC_2O_4 și $Ca(OH)_2$, va fi egală, ceea ce duce la următoarele relații:

$$[Ca^{+2}] = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-5}}{[OH^-]^2}; \qquad [Ca^{+2}] = \frac{1{,}78 \cdot 10^{-9}}{[C_2O_4^{-2}]}$$

Egalînd conc Ca^{+2} vom putea scrie:

$$\frac{3{,}1 \cdot 10^{-5}}{[OH^-]^2} = \frac{1{,}78 \cdot 10^{-9}}{[C_2O_4^{-2}]}$$

de unde se poate calcula raportul:

$$\frac{[OH^-]^2}{[C_2O_4^{-2}]} = 1{,}74 \cdot 10^4$$

Deci

$$K_1'' = \frac{m^2_{OH^-}}{m_{C_2O_4^{-2}}} = \frac{N^2_{OH^-}}{N_{C_2O_4^{-2}}} = \frac{[OH^-]^2}{[C_2O_4^{-2}]} = 1{,}74 \cdot 10^4.$$

Calculul randamentului cu această valoare a dus la 99,99%.

Pentru reacția (2), plecînd de la aceleași considerente, produșii de solubilitate a $Mg(OH)_2$ și MgC_2O_4 fiind:

$$L_{Mg(OH)_2} = [Mg^{+2}]\,[OH^-]^2 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$$

$$L_{MgC_2O_4} = [Mg^{+2}]\,[C_2O_4^{-2}] = 8{,}6 \cdot 10^{-5}.$$

Se scoate valoarea concentrațiilor ionilor de Mg^{+2} din cele 2 relații și se obține:

$$[Mg^{+2}] = \frac{8{,}9 \cdot 10^{-12}}{[OH^-]^2}$$

$$[Mg^{+2}] = \frac{8{,}1 \cdot 10^{-5}}{[C_2O_4^{-2}]}.$$

Punînd condiția ca, concentrația ionilor de magneziu proveniți din disociația hidroxidului și a oxalatului de magneziu să fie egală putem aprecia pe K_2'':

$$\frac{8{,}9 \cdot 10^{-12}}{[OH^-]^2} = \frac{8{,}6 \cdot 10^{-5}}{[C_2O_4^{-2}]}.$$

De unde avem valoarea raportului:

$$\frac{[OH^-]^2}{[C_2O_4^{-2}]} = \frac{8{,}9\cdot10^{-12}}{8{,}9\cdot10^{-5}} = 1{,}03\cdot10^{-7}.$$

Deci

$$K_2'' = 1{,}03\cdot10^{-7}$$

ceea ce indică un proces complet deplasat spre stînga, adică nu se formează oxalat de magneziu, magneziul rămînînd ca hidroxid.

Expresia constantei de echilibru care se poate determina practic este:

$$K = \frac{[Na^+]\,[OH^-]^2[C_2O_4^{-2}]^{\psi}}{[Na^+]^2\,[C_2O_4^{-2}]\,[OH^-]^{2\theta}} = \frac{[OH^-]^{2-2\theta}}{[C_2O_4^{-2}]^{1-\psi}}$$

întrucît termenul $[C_2O_4^{-2}]^{\psi}$ şi termenul $[OH^-]^{2\theta}$ provin din disocierea oxalatului de calciu respectiv a hidroxidului de calciu, valorile lui ψ şi θ pot influenţa simţitor valoarea constantei de echilibru. Şi acestui fapt se poate datora deosebirea între constantele stabilite cinetic şi termodinamic.

Reacţia între carbonatul de sodiu şi oxidul de calciu se petrece conform considerentelor teoretice cunoscute, ale procesului de caustificare a carbonatului de sodiu.

In cazul procedeului nostru reacţia este nedorită şi duce la impurificarea oxidului de magneziu, petrecîndu-se însă în măsură redusă, datorită procentului mic de carbonat de sodiu (cca 2%) în oxalatul de sodiu.

Reacţia între carbonatul de sodiu şi oxidul de magneziu este imposibilă datorită aceloraşi considerente cinetice ca la reacţia (2).

Din considerentele de mai sus se vede că reacţia principală este reacţia (1), datorită căreia se va lega tot calciul sub formă de oxalat de calciu, magneziu rămînînd sub forma de oxid sau hidroxid de magneziu. Totodată se formează hidroxidul de sodiu care micşorează solubilitatea hidroxidului de magneziu.

II. PARTEA EXPERIMENTALĂ

Lucrările noastre de laborator au fost dirijate spre studiul vitezei acestei reacţii, a randamentului şi asupra influenţei diferiţilor factori, urmărind stabilirea condiţiilor optime pentru reacţia (1).

Dintre parametrii studiaţi ne-am oprit, în mod special, asupra influenţei temperaturii, a concentraţiei reactanţilor, precum şi asupra influenţei excesului de oxalat de sodiu, atît asupra randamentului, cît şi asupra vitezei de reacţie.

In prima fază a studiului s-a lucrat cu substanţe chimice pure, iar odată stabilite condiţiile optime s-au făcut încercări cu dolomită de Hunedoara.

Pentru stabilirea condiţiilor optime s-a lucrat cu CaO, MgO şi $Na_2C_2O_4$ pro analisi Merck, respectîndu-se raportul între oxidul de calciu şi de magneziu din dolomită de Hunedoara.

Oxidul de calciu şi de magneziu fin mojaraţi au fost supuşi stingerii.

Suspensia, după răcire, a fost introdusă într-un vas prevăzut cu agitator şi s-au adăugat cantităţile necesare de apă şi de oxalat de sodiu.

Pentru studiul concentrației optime a reactanților s-a ținut cont ca final să se obțină o soluție de hidroxid de sodiu de aproximativ 10° Be care poate fi folosită direct la fabricarea formiatului de sodiu.

S-au făcut și încercări în care să rezulte soluții de hidroxid de sodiu de concentrație 5°Be, 10°Be și 15°Be.

Rezultatele încercărilor sînt redate în tabela 1.

Tabela 1

Concentrația soluției de NaOH, în °Be	gr/litri NaOH	Volumul soluției, în cc	NaOH rezultat în soluție, în gr	gr NaOH teoretic	Randamentul de caustificare, %
5,58	37,51	280	10,73	10,75	99,8
10,74	77,51	275	20,82	21,50	96,7
15,08	120,91	175	11,80	21,50	55,3

Toate probele au fost efectuate la temperatura de 80° C—85° C, timp de 3 ore sub agitare.

Din tabela 1 se observă că, concentrații prea mari a reactanților, care au drept rezultat obținerea unor soluții de hidroxid de sodiu de concentrații mai mari ca 10°Be duc la formarea unei paste. Reacția este foarte mult încetinită datorită vîscozității pastei. De asemenea randamentele scad simțitor.

Pentru obținerea unor randamente mari, ar fi recomandabil să se lucreze în diluții mari, ceea ce ar duce însă la soluții foarte diluate de hidroxid de sodiu, neindicat din punct de vedere economic.

Concentrația reactanților, pentru obținerea unei soluții finale de hidroxid de sodiu cu o conc. de 10°Be, corespunde atît din punct de vedere al randamentului cît și al concentrației de hidroxid de sodiu.

În continuare s-a studiat influența excesului de oxalat de sodiu, față de cantitatea corespunzătoare pentru legarea oxidului de calciu. Rezultatele încercărilor sînt redate în tabela 2.

Tabela 2

Concentrația soluției de NaOH, în °Be	CaO grame	MgO grame	$Na_2C_2O_4$ grame	Exces de $Na_2C_2O_4$ %	NaOH rezultat, în grame	NaOH teoretic, grame	Randament de causticare, %
10,74	15	8,80	35,8955	0	20,82	21,5	96,70
10,74	15	8,80	36,6000	2	20,82	21,5	96,70
10,74	15	8,80	37,3313	4	20,83	21,5	96,72

S-a lucrat la temperatura de 80—85° C, timp de 3 ore sub agitare.

Din tabela de mai sus se vede că utilizarea unui exces de oxalat de sodiu nu este necesară. Tot din această tabelă se observă că oxidul de magneziu nu reacționează cu oxalatul de sodiu în mediu de NaOH. Pentru a verifica acest lucru s-a luat oxalat de magneziu la limită de solubilitate și s-a adăugat soluție de hidroxid de sodiu, rezultînd hidroxidul de mag-

neziu. În concluzie formarea oxalatului de magneziu în condițiile noastre de lucru nu este posibilă.

În continuare ne-am ocupat de influența temperaturii asupra randamentului, rezultatele și condițiile de lucru sînt consemnate în tabela 3.

Tabela 3

Temp., °C	Timp, ore	CaO, gr	MgO, gr	$Na_2C_2O_4$, gr	Volum soluție, cc	NaOH teoretic, gr	NaOH rezultat, gr	Randament %
18	3	1,6020	1	3,8332	500	2,17	1,96	91
40	3	1,6020	1	3,8332	500	2,17	2,04	94
79–80	3	3,1109	2	5,0000	500	4,257	4,250	99,8
102	3	1,5554	1	3,5600	500	2,1286	2,1280	99,8

Se observă că temperatura optimă este în jur de 80 °C, cînd se obține un randament de caustificare maxim.

Încercările noastre pentru determinarea influenței temperaturii asupra vitezei de reacție sînt redate în tabela 4.

Tabela 4

Temp., °C	CaO, gr	MgO, gr	$Na_2C_2O_4$, gr	1 cc soluție se titrează cu cc HCl $n/5$. Timpul cînd s-a extras suspensia în minute				
				10′	20′	30′	40′	80′
20	15	8,4	35,8955	5,9	6,2	6,4	6,6	6,65
40	15	8,4	35,8955	6,1	6,3	6,4	6,65	6,75
60	15	8,4	35,8955	7,5	8,0	8,1	8,2	8,35
80	15	8,4	35,8955	8,1	8,3	8,4	8,5	8,55

Menționăm că s-a făcut paralelism între creșterea bazicității soluției filtrate de hidroxid de sodiu și viteza reacției de caustificare.

S-au introdus cantitățile corespunzătoare de reactanți, la un volum constant de soluție (500 cc) și s-a scos din timp în timp cu o pipetă de 5 cc, suspensie, care a fost introdusă în eprubetă și răcită. După răcirea și depunerea suspensiei, s-a pipetat 1 cc și s-a titrat cu soluție HCl $n/5$ cu $F = 1{,}0285$.

Se observă că viteza reacției este foarte mare la începutul reacției, la toate temperaturile de lucru și crește pe măsură ce se ridică temperatura, iar apoi devine lentă pe măsură ce crește timpul.

Viteza de reacție inițială mare, chiar la temperaturi mici se explică prin faptul că, cu creșterea temperaturii solubilitatea oxalatului de sodiu crește, iar a oxidului de calciu scade, iar cu scăderea temperaturii crește solubilitatea oxidului de calciu și scade a oxalatului de sodiu. Acest lucru se mai poate explica și prin activitatea mai mare a $Na_2C_2O_4$ față de $Ca(OH)_2$.

Din calculele noastre efectuate, în partea teoretică a lucrării, a rezultat că procesul este complet deplasat spre formarea oxalatului de calciu și nu este influențat sensibil de creșterea temperaturii. Acest lucru l-am verifi-

cat şi practic. S-a lucrat cu oxalat de calciu pur, peste care s-a introdus soluţie de hidroxid de sodiu, agitîndu-se timp de o oră la 20 °C. S-a repetat experienţa şi la 80 °C. Rezultatele obţinute au fost identice, conc. NaOH fiind constantă. Reacţia este deci practic deplasată spre formarea CaC_2O_4, ceea ce indică că randamentul mai scăzut la temperaturi mai mici se datoreşte exclusiv neterminării reacţiei, pentru acelaşi timp.

Din studiul experimental al reacţiei de caustificare reiese că reacţia se desfăşoară în condiţii optime la temperaturi între 80—100 °C, timpul necesar, fiind practic 1 oră. Concentraţia finală a hidroxidului de sodiu obţinut să fie în jur de 10 °Be, iar excesul de oxalat de sodiu maxim 1%, pentru asigurarea completei legări a calciului ca oxalat. Eventualul exces de oxalat de sodiu nu se pierde, întrucît se reintroduce în circuitul de fabricare a formiatului şi apoi a oxalátului de sodiu.

Odată stabilite condiţiile optime ale procesului s-au făcut încercări cu dolomită de Hunedoara a cărei compoziţie este redată în tabela 5.

Tabela 5

CaO, %	MgO, %	SiO_2, %	Pierderi la calcinare, %	Fe_2O_3 şi Al_2O_3, %
30,3	17,63	0,45	46,33	1,1
31—34	19,21	0,37—1,22	46,47	0,45—1,7

Dolomita a fost calcinată la temp. de 1 050°—1 100 °C timp de 8 h. Prăjirea a fost efectuată într-un cuptor electric vertical cu bare de silită, măsurarea temperaturii făcîndu-se cu termoelement de Pt—PtRh.

Dolomita calcinată a fost supusă procesului de stingere, obţinînd o suspensie de dolomită, care a fost trecută peste o sită pentru separarea granulelor nehidratate. Cu această suspensie s-a procedat la caustificarea oxalatului de sodiu, în condiţiile optime stabilite în încercările expuse mai înainte.

În aceste condiţii, oxalatul de sodiu reacţionează cu $Ca(OH)_2$ ducînd la formarea oxalatului de calciu, iar oxidul de magneziu nu reacţionează practic nici cu oxalatul de sodiu, nici cu carbonatul de sodiu, prezent ca impuritate în oxalatul de sodiu. Soluţia de hidroxid de sodiu care se obţine, va fi folosită la obţinerea oxalatului de sodiu.

Separarea fazei solide, care conţine oxalat de calciu, hidroxid de magneziu şi mici cantităţi de Al_2O_3, Fe_2O_3 şi SiO_2, de faza lichidă, formată din hidroxid de sodiu şi o parte din Al_2O_3 şi Fe_2O_3 care s-au solubilizat sub formă de aluminaţi, respectiv feraţi, se face prin filtrare.

Faza solidă, spălată de hidroxid de sodiu, se trece sub formă de suspensie apoasă şi se supune procesului de carbonatare.

Cantitatea de apă, care se adaugă pentru formarea suspensiei, este funcţie de cantitatea de $Mg(CO_3H)_2$ care se formează şi de condiţiile carbonatării (p_{CO_2} şi temp.).

În această fază pot avea loc următoarele reacţii principale :

$$Mg(OH)_2 + CO_2 = MgCO_3 + H_2O$$
$$MgCO_3 + CO_2 + H_2O = Mg(HCO_3)_2$$

Ca reacţie secundară poate avea loc :

$$CaCO_3 + CO_2 + H_2O = Ca(HCO_3)_2$$

Carbonatul de calciu poate proveni, datorită impurităţilor de carbonat de sodiu din oxalatul de sodiu, care se caustifică cu oxidul de calciu, rezultînd $CaCO_3$ şi NaOH.

Oxalatul de calciu nu reacţionează cu CO_2 şi tocmai aceasta determină obţinerea unui produs de calitate superioară, ca şi faptul că oxalatul de calciu este greu solubil şi nu impurifică soluţia de bicarbonat de magneziu.

Prezenţa calciului în produsul final va fi determinată exclusiv de cantitatea de carbonat de sodiu prezentă.

Un adaus corespunzător de oxalat de sodiu în soluţia care conţine $Mg(HCO_3)_2$ şi foarte mici cantităţi de $Ca(HCO_3)_2$, va duce la precipitarea oxalatului de calciu, purificînd prin aceasta soluţia. Acest lucru se poate aplica şi în cazul procedeului de obţinere a oxidului de magneziu, prin procedeul carbonatării din dolomită, în faza sa finală pentru purificare.

Prin filtrare se separă precipitatul de oxalat de calciu şi restul impurităţilor, iar în soluţie se obţine bicarbonatul de magneziu.

Soluţia se supune decarbonatării umede, obţinîndu-se carbonatul de magneziu, care se separă prin filtrare.

Soluţia după separarea carbonatului de magneziu, care conţine $MgCO_3$ la limita de solubilitate, se reintroduce în circuit în faza de carbonatare.

Produsul obţinut de noi fără purificarea amintită mai sus, are următoarea compoziţie : 95% $MgCO_3$ şi 4,47% $CaCO_3$.

Folosind un exces de oxalat de sodiu pentru a împiedica formarea carbonatului de calciu, în faza de caustificare s-a obţinut un produs cu peste 99% CO_3Mg.

CONCLUZII

— În lucrare se efectuează calculul termodinamic şi cinetic al reacţiilor de la caustificarea oxalatului de sodiu cu dolomită calcinată.

— În partea practică se verifică aceste calcule, se studiază influenţa diferiţilor parametri care intervin în proces şi se stabilesc condiţiile optime.

— Se preconizează un nou procedeu pentru prelucrarea dolomitelor, axat pe fabricarea acidului oxalic, permiţînd obţinerea unui produs de calitate superioară, fără a perturba procesul pe care se axează, dacă se lucrează cu o dolomită cu conţinut redus în silice. De asemenea procedeul nu necesită investiţii costisitoare la cuplarea sa pe instalaţia existentă.

— Dată fiind producţia relativ mică de acid oxalic, în raport cu necesităţile de oxid de magneziu, acest procedeu poate să fie aplicat pentru a obţine produşi de calitate superioară.

— Pentru a nu condiționa producția de oxid de magneziu de producția de acid oxalic, cercetările noastre se găsesc într-o fază avansată, privitoare la modificarea procedeului expus, pentru a-l face independent, în felul următor. După separarea bicarbonatului de magneziu, precipitatul de oxalat de calciu se descompune cu H_2SO_4, cînd rezultă în soluție acid oxalic și sulfat de calciu precipitat, care se separă prin filtrare. Soluția de acid oxalic poate fi folosită la o nouă caustificare, după ce în prealabil reacționează cu soluția de hidroxid de sodiu, rezultată în faza anterioară și se reface oxalatul de sodiu.

— Se mai poate folosi următoarea variantă : peste laptele de dolomită se introduce soluția de hidroxid de sodiu și apoi acidul oxalic în porțiuni, fără a trece în mediu neutru sau acid. Acidul oxalic reacționează cu hidroxidul de sodiu trecînd în oxalatul de sodiu, care reacționează cu hidratul de calciu regenerează hidroxidul de sodiu, peste care se poate introduce o nouă porțiune de acid oxalic, pînă ce se constată prezența oxalatului de sodiu în soluție. Se studiază actualmente pierderile în cazul acestui procedeu.

— De asemenea se studiază o metodă tehnică pentru dozarea calciului alături de magneziu, bazată pe faptul că în mediul bazic de hidroxizii alcalini nu se formează oxalatul de magneziu.

LABORATORUL DE TEHNOLOGIE CHIMICĂ GENERALĂ

BIBLIOGRAFIE

1. N. L. Streleț, A. X. Tait, B. S. Culianițki, *Metalurgia Magneziului*. Ed. Metalurghizdat, 1950, Moscova.
2. M. H. Karapetianț, *Termodinamica Chimică*, Ed. Tehnică 1953.
3. Raluca Ripan, Ervin Poupper, Candid Liteanu, *Chimia Analitică Calitativă*, Ed. Tehnică 1954.
4. V. N. Latimer, *Okislitelnie Sostoinea Elementov i ih Potentiali Vodnii Rastvorah*, Moscova 1954.

UN NOUVEAU PROCÉDÉ DE SÉPARATION DE L'OXYDE DE MAGNESIUM À PARTIR DE LA DOLOMITE

(RÉSUMÉ)

Les auteurs étudient un nouveau procédé qui permet la séparation de l'oxyde de magnésium à partir de la dolomite et l'obtention d'un produit de qualité supérieure.

Ce procédé est basé sur la caustification de l'oxalate de sodium avec de la dolomite cuite et hydratée ; il se forme de l'oxalate de calcium parce que l'oxyde de magnésium ne réactionne pas dans les conditions données par le processus de caustification. Le précipité d'hydroxyde de magnésium et d'oxalate de calcium se soumettent à la carbonatation ; il s'y forme du bicarbonate de magnésium soluble qu'on peut séparer et dont on obtient, ultérieurement, l'oxyde de magnésium.

Le travail comprend deux parties. La première contient des considérations thermodynamiques et cinétiques sur les réactions de base. La deuxième présente les résultats expérimentaux du processus étudié.

НОВЫЙ МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ОКИСИ МАГНИЯ ИЗ ДОЛОМИТА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Авторы изучают новый метод, который дает возможность выделить окись магния из доломита, получив материал высшего качества.

Метод основывается на каустификации оксалата натрия молоком доломита подвергнутого обжигу, которая приводит к образованию оксалата кальция а окись магния не реагирует в условиях процесса.

Осадок гидроокиси магния и оксалат кальция подвергаются карбонатации, в процессе которой образуется растворимый бикарбонат магния, который можно отделить и из которого впоследствии можно получить окись магния.

Работа состоит из двух частей.

Первая часть содержит термодинамические и кинетические данные основных реакций. Вторая часть работы излогает результаты опытов изучаемого процесса.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢII LA STUDIUL MICROGRAFIC AL RUPERILOR DE ECHILIBRU DIN MASA UNOR BANATITE

DE

VICTOR LAŢIU

Lucrare comunicată în Sesiunea de comunicări ştiinţifice a Institutului Politehnic din Timişoara, ţinută în 5 iunie 1954

Rocile banatitice din eruptivul vestic al *Banatului* sînt reprezentate cu deosebire prin *granodiorite.*

Marea familie petrografică a granodioritelor se caracterizează prin un conţinut de 10% *cuarţ,* cît şi prin un conţinut mai ridicat în feldspaţi plagioclazi decît în ortoclazi, a căror proporţie cantitativă oscilează între limitele raporturilor 2 : 1 pînă la 8 : 1.

Petrochimismul lor este granodioritic sau tonalitic, mai rar leukocuarţdioritic, cuarţdioritic, cuarţmonzonitic sau granitaplitic.

Prototipul acestei familii de roci calco-alcaline este granodioritul tipic, cu un conţinut de 40—52% feldspaţi plagioclazi şi 8—20% feldspaţi ortoclazi [1].

Poziţia şi apartenenţa petrografică a *rocilor banatitice* este precizată în numeroase lucrări de specialitate, elaborate de diverşi cercetători [2—10].

În vasta literatură publicată asupra acestor roci, nu se menţionează, de nici un autor, cîteva particularităţi micrografice simptomatice, care ne developează aspecte noi, petrologice, din evoluţia geochimică a rocilor banatitice, de apariţia cărora este conexată mineralizarea multicoloră a subsolului bănăţean.

În vederea urmăririi ruperilor de echilibru din masa rocilor banatitice, am analizat — la microscop — secţiuni subţiri, efectuate prin numeroase eşantioane recoltate din diferite deschideri, dintre care, unele nu au fost studiate încă, de nici un alt cercetător, pînă în prezent.

În următoarele, redăm rezultatele obţinute de noi, desprinse din studiul micrografic întreprins, care ne furnizează dovezi palpabile despre labilitatea echilibrelor minerale din rocile banatitice, exprimată în ruperi de

echilibru, petrecute în cursul procesului lor de consolidare cristalină, bine conservate şi deosebit de expresive în masa rocilor analizate.

Studiul micrografic, întreprins de noi, cuprinde tabloul microscopic al ruperilor de echilibru din rocile banatitice, recoltate din două ocurenţe, care nu au fost studiate încă de alţi cercetători.

1. Astfel, *roca banatitică* recoltată din cariera („Gea") deschisă la nord de localitatea *Oraviţa,* în apropierea imediată a acestei localităţi, se comportă, în baza datelor de analiză micrografică, ca un *diorit cu cuarţ,* semigrosier — fin granulat, suriu întunecat, cu tendinţe spre tipul de tranziţie al unui diorit gabbroic, avînd o densitate de 2,75—2,76 şi o compoziţie mineralogică, determinată planimetric, la masa de integraţie, calculată din media alor 25 citiri şi exprimată procentual:

Feldspaţi plagioclazi şi ortoclazi . . .	62,67%,	din care 17,64% ortoz
Cuarţ	6,04%	
Biotit	12,79%	
Amfibol	10,92%	
Piroxen-diopsidic	2,34%	
Componente accesorii	5,24%	
	100,00%	

Conţinutul redus de *cuarţ,* şi destul de accentuat în componente femice, al rocei banatitice analizate, ne indică un caracter petrografic *cuarţ-monzonitic.*

Particularităţile sale *micrografice* sînt redate în următoarele:

Roca banatitică din ocurenţa de la *Oraviţa,* examinată — în secţiune subţire — la microscopul polarizant, prezintă o structură holocristalină granitoidică, inechigranulară, şi o textură compactă, neorientată.

În constituţia sa mineralogică predomină componentele sale *salice: feldspaţii* şi *cuarţul,* roca banatitică avînd astfel un caracter leucocrat, cu toată nuanţa sa de culoare surie întunecată.

Între componentele salice predomină feldspaţii plagioclazi, reprezentaţi prin termenii din seria *andezinului* şi a *labradorului,* cu o valoare a extincţiilor în secţiuni $\perp$ M (010)/P(001) = +18°—+25°.

Ca aspect morfologic, *feldspaţii* sînt separaţi în forma de granule tabulare [M(010)] sau prismatice [P(001)] de dimensiune variată (0,05×0,07—1,1×1,3 mm), majoritatea maclate — simplu şi polisintetic — după legea albitului, mai rar după a periclinului, în cazul din urmă, în forma de macle complexe. Foarte frecvent este întîlnită, apoi, *structura* lor *zonată,* drept dovadă a ruperilor de echilibru, în urma variaţiilor de chimism ale magmei generatoare, petrecute în perioada procesului lor de separare cristalină.

Plajele de *feldspaţi plagioclazi* sînt pline de incluziuni: bule gazoase, numeroase microlite de *apatit,* de *magnetit* şi *biotit,* de *epidot* (ca produs de decalcifiere secundară), iar sporadic, de *piroxen.*

În general, *feldspaţii* rocei sînt bine conservaţi, fiind afectaţi doar de începuturi de caolinizare şi de sericitizare. *Sericitul,* dispersat în unele plaje de plagioclazi, s-a individualizat pe socoteala conţinutului lor în molecule de *ortoz.* În cantitate redusă, remarcăm, apoi, chiar separaţii, hipidiomorfe-xenomorfe, de feldspat ortoz, ale cărui granule sînt, de asemenea, afectate de începuturi de caolinizare şi de sericitizare.

În cantitate redusă apare individualizat, în masa rocei banatitice, şi *cuarţul,* în forma de „mesostasis", completînd spaţiul dintre componentele salice şi femice, granulele xenomorfe de cuarţ, de dimensiune variată şi redusă (0,05—0,5 mm), fiind însămînţate, apoi, cu incluziuni de bule gazoase şi de microlite de *apatit* şi *magnetit.*

Componentele femice ale rocei banatitice sînt reprezentate prin fazele: *biotit, amfibol* şi *diobsid.*

Dintre acestea, biotitul apare individualizat în formă de plaje şi de paiete lamelare de dimensiune variată (0,08×0,2—0,3×0,7 mm), policroice şi cu excavaţii periferice de resorbţie magmatică, cu incluziuni din microlite de *apatit* (0,01—0,09 mm), microgranulaţii isometrice de *magnetit* (0,01—0,1 mm), iar sporadic, din microlite de *zircon* (0,02—0,04 mm), lipsite de aureole pleocroice, şi din microgranulaţii de *epidot.*

Ca o particularitate micrografică a rocei banatitice analizate, subliniem, încă în acest loc, *elementul structural frecvent întîlnit, concretizat în concreşterile de biotit lamelar cu granule prismatice de amfibol şi piroxen, cît şi cu granule de magnetit şi titanit.*

În cazul acestor concreşteri, *biotitul* se comportă ca produs tipic al ruperilor de echilibru din interiorul sistemului magmatic generator, petrecute în cursul procesului său de consolidare cristalină, fiind format — prin mecanismul unor reacţii intramagmatice discontinue — pe socoteala *amfibolului,* în mod direct, şi a *piroxenului,* în mod indirect. Plajele prismatice de *amfibol verde* sau de *hornblendă comună,* cu o extincţie: Ng/c=15—18° şi policroice: Ng=verde vineţiu, Nm=verde, Np=verde gălbui, sînt concrescute frecvent cu lamele de *biotit,* iar uneori tivesc periferic sau chiar incorporează, în masa lor, cîte un fragment sau nucleu central de piroxen-diopsid, cu o extincţie Ng/c=39—45°, policroism atenuat, insensibil, şi cu chagrinaj pronunţat.

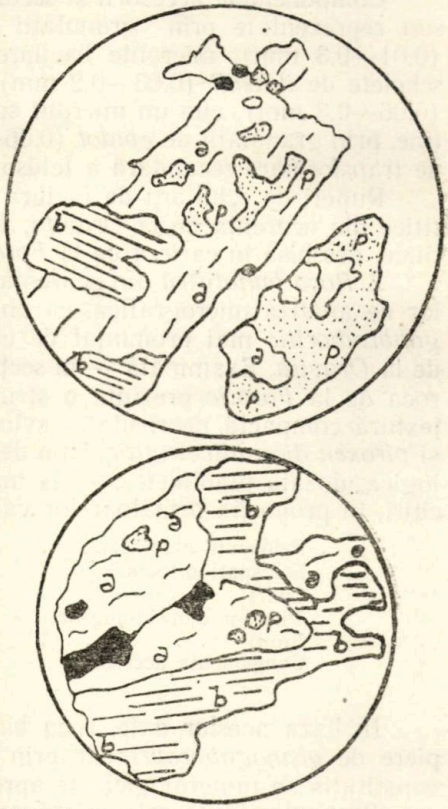


Fig. 1. Imaginea microscopică a ruperilor de echilibru din roca banatitică de la Oraviţa (schematic):
p=piroxen; *a*=amfidol; *b*=biotit.

Substituirea *piroxenului* prin *amfibol,* iar a acestuia prin *biotit,* este conservată — în masa rocei banatitice analizate — în forma unor expresive concreşteri *simplectitice-poikilitice* ale

celor trei specii de componente femice. Aceste concreșteri sînt însămînțate, în unele cazuri, cu granulații de *magnetit* și *ilmenit*, iar în alte cazuri, sînt împănate cu cristale epistolare de *titanit* și cu granulații de *epidot*.

Din tabloul micrografic al acestor concreșteri rezultă, *că ruperile de echilibru încercate de componentele femice din masa rocei banatitice, s-au petrecut cu recrudescențe, înscrise în substituirea, uneori, totală, iar alteori, parțială, a piroxenului* prin *amfibol, acesta din urmă fiind substituit numai în parte prin biotit.*

Ruperile de echilibru semnalate pot fi atribuite fluctuațiilor termodinamice și fizico-chimice desfășurate în interiorul magmei de origine, în cursul punerii sale în loc, ale căreî variații de chimism sînt exprimate, de altminteri, și în structura zonată a feldspaților plagioclazi, separați — în paralel — cu componentele femice.

Componentele accesorii și secundare din masa rocei banatitice analizate sînt reprezentate prin granulații isometrice-isodiametrice de *magnetit* (0,01—0,3 mm), microlite bacilare de *apatit* (0,01—0,1 mm), granule și schelete de *ilmenit* (0,03—0,2 mm), granule automorfe-epistolare de *titanit* (0,06—0,3 mm), cîte un microlit sporadic de *zircon* (0,02—0,04 mm) și, în fine, prin granulații de *epidot* (0,06—0,3 mm) și paiete de *sericit*, ca produse de transformare secundară a feldspaților din roca banatitică.

Ruperi de echilibru de factura celor semnalate în masa rocei granodioritice din ocurența de la *Oravița*, am remarcat încă și în masa rocei banatitice, deschisă în cariera de la *Forotic*.

2. *Roca banatitică* din ocurența de la *Forotic*, se comportă, în baza datelor de analiză micrografică, ca un *granodiorit*, cu un *caracter monzonitic-gabbrodioritic* mai pronunțat de cît acela al rocei banatitice din ocurența de la *Oravița*. Examinată — în secțiune subțire — la microscopul polarizant, roca de la *Forotic* prezintă o structură granitoidică, inechigranulară, și o textură compactă neorientată, avînd o comportare de *granodiorit* cu *biotit* și *piroxen diopsidic-augitic*, cu o densitate de 2,83 și cu o compoziție mineralogică, dozată planimetric — la masa de integrație — din media alor zece citiri, în proporția următoarelor valori procentuale :

Feldspați plagioclazi	48,61%	64,14%
Feldspați ortoclazi	15,53%	
Cuarț	9,24%	
Piroxen diopsid-augitic	13,58%	
Biotit	9,35%	
Componente accesorii	3,69%	
	100,00%	

În baza acestor date, roca banatitică de la *Forotic* schițează o apropiere de *granogabbrouri*, iar prin lipsa completă a *amfibolului verde* din constituția sa mineralogică, se apropie de *sienogabbrouri*.

Particularitățile sale *micrografice* sînt redate în următoarele :

Roca banatitică de la *Forotic* apare constituită, examinată în secțiune subțire la microscopul polarizant, din plaje tabulare sau prismatice de feldspați p l a g i o c l a z i, idiomorfe și de dimensiune variată (0,1—2,3 mm), maclate simplu și polisintetic după legea a l b i t u l u i, iar ceva mai rar după legea p e r i c l i n u l u i și de „Carlsbad", fiind complet

lipsite de structura zonată. Plagioclazii sînt reprezentaţi prin termenii neutri şi bazici din seria lor isomorfă, cu o extincţie, în secţiunile din zona de simetrie după „legea albitei" [zona P(001)/M(010)], de +20°—+30°, corespunzînd, deci, termenilor: a n d e z i n-l a b r a d o r.

În general, feldspaţii p l a g i o c l a z i sînt bine conservaţi şi plini de incluziuni gazoase şi solide (din microlite de *biotit, piroxen, apatit, magnetit, epidot, zircon*).

Feldspaţii o r t o c l a z i sînt separaţi, în cantitate subordonată, în forma de plaje tabulare hipidiomorfe-xenomorfe (0,3—1,5 mm) de o r t o z ă perthitică cu structură, uneori, microclinică, în eşichier. Plajele de *ortoclazi,* sînt parţial caolinizate-sericitizate şi completează, întotdeauna, în forma de „mesostasis" interstiţiile dintre stinghiile prismatice de *plagioclazi* cu o dispoziţie accentuat divergentă, reproducînd astfel aspecte destul de pronunţate din structura ofitică-gabbroidală, prin care particularitate, roca banatitică de la *Forotic,* se apropie şi în privinţa structurii sale de rocele mai bazice granogabbroice.

Ca element component interstiţial, în forma de „mesostasis", remarcăm — în structura rocei banatitice analizate — c u a r ţ u l, individualizat în formă de granule xenomorfe cu o dezvoltare mai redusă (0,1—0,3 mm), de regulă, cu conţinut de incluziuni gazoase şi solide *(apatit, piroxen, biotit, sfen, magnetit),* iar, uneori, în formă de concreşteri cuneiforme, micropegmatitice, cu plajele de *ortoz,* produse în urma unei separaţii eutectoidice a ambelor componente „felsice", sau „salice".

Componentele „femice" sînt reprezentate — în masa rocei — prin paiete dicroice de b i o t i t (0,1—1,3 mm), marcate, adeseori, prin excavaţii periferice de resorbţie magmatică şi cu conţinut de incluziuni solide (microlite de *apatit, magnetit, titanit* şi, sporadic, de *zircon*). În unele lamele de *biotit* remarcăm „aureole pleocroice" (cu o rază de 0,01—0,05 mm), înscrise în jurul unui nucleu central dintr-un microlit de *zircon,* radioactiv, abia perceptibil. Într-un singur caz, am remarcat chiar o dublă „aureolă pleocroică", constituită dintr-o zonă centrală, mai intens pleocroică (cu un diametru de 0,05 mm), înscrisă în jurul unui microlit de *zircon* (0,008 mm) şi tivită de o a doua zonă circulară, mai estompată, cu o grosime abia de 10 microni. Într-un alt caz, am remarcat o „aureolă pleocroică" elipsoidală (0,05×0,1 mm) dezvoltată în jurul unui microlit bacilar de *apatit* (0,083 mm), inclus în masa unei lamele de *biotit,* cu un conţinut încă de alte şase aureole pleocroice circulare (0,02—0,05 mm).

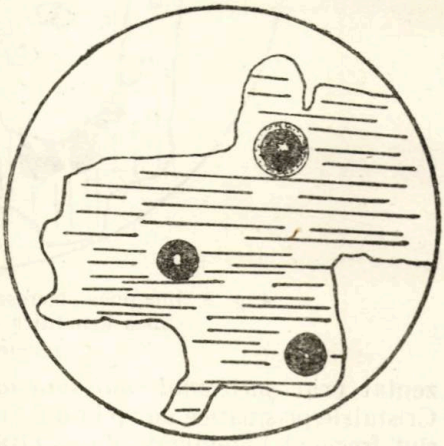


Fig. 2. Aureole bleocroice în lamele de biotit (schematic).

In general, colportoare de *„aureole pleocroice"* sînt lamelele de *biotit* cu o dezvoltare mai grosieră şi cu conture desfigurate şi ciopîrţite de excavaţii neregulate de resorbţie magmatică. *Aceste aureole ne indică o vîrstă destul de înaintată a rocei banatitice colportoare, fiind, de altă parte, simptomatice pentru geochimismul magmei sale generatoare. Conservarea lor în masa lamelelor de biotit din conţinutul rocei banatitice de la Forotic, ne arată, că această rocă, după consumarea ruperilor de echilibru ale fazelor sale mineralogice, nu a mai fost expusă unor variaţii termo-dinamice recrudescente, care ar fi anulat orice urmă de atare produse „pirognomice" sau „metamicte", cum se mai denumesc încă „aureolele pleocroice".*

O parte, destul de însemnată a lamelelor de *biotit,* cu o dezvoltare mai redusă, se întîlneşte — în masa rocei analizate — în forma de tivituri şi de întrepătrunderi în masa celui de al doilea component al său femic, repre-

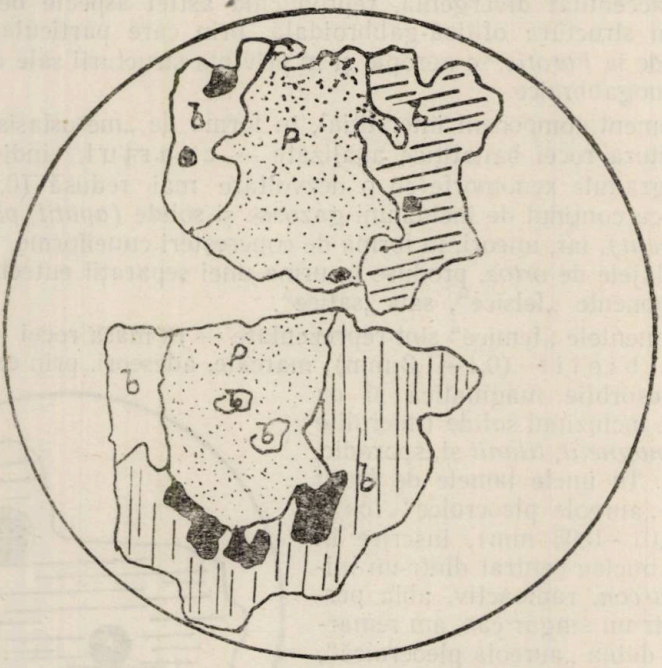


Fig. 3. Imaginea microscopică a ruperilor de echilibru din roca banatitică de la Forotic (schematic) :
p=piroxen ; *b*=biotit.

zentat prin *piroxenul diopsidic-augitic,* cu o extincţie : Ng/c=38°—45°. Cristalele prismatice de piroxen, de dimensiune variată (0,08—1,8 mm) sînt frecvent îngeminate după (100), cu un policroism insensibil. O însemnată parte a cristalelor automorfe de *piroxen* este substituită parţial — în urma unei ruperi de echilibru — prin fluturaşi de *biotit.* Întîlnim, uneori, şi cazuri, în care cristalul granular de *piroxen* a fost complet substituit, locul său fiind marcat printr-o îngrămădire haotică, dezordonată, de fluturaşi microlitici de *biotit.* Sînt frecvente, apoi, concreşterile simplectitice — poi-

kilitice ale ambelor componente femice. Granulele de *piroxen* mai bine conservate sînt împănate cu incluziuni microlitice de *apatit, magnetit* şi *biotit,* ultimele comporitîndu-se ca produse de substituire incipientă sau jugulată. Componentele accesorii se întîlnesc, ca produse de cristalizare timpurie, în formă de incluziuni în masa componentelor principale ale rocei banatitice şi sînt reprezentate prin granulaţiuni isometrice-isodiametrice de *magnetit* (0,01—0,7 mm), prin microlite prismatice de *apatit* (0,03—0,2 mm) şi de *zircon* (0,01—0,05 mm).

CONCLUZII

În baza particularităţilor micrografice ale celor două varietăţi de banatite analizate de noi, nestudiate de alţi cercetători, se pot desprinde, deocamdată, următoarele concluzii de interes petrologic şi anume: *Magma banatitică-granodioritică a marcat o mare instabilitate chimică, în timpul punerii sale în loc,* în funcţie de condiţiile termodinamice ale nivelului său de intrusiune hipabisică. *În evoluţia geochimică a acestei magme, după săvîrşirea stadiului său ortomagmatic, caracterizat prin numeroase ruperi de echilibru, stadiul următor, pegmatitic-pneumatolitic, nu s-a putut stabiliza din cauza condiţiilor neprielnice, de presiune redusă. Din această cauză, valul de mineralizatori a putut contribui la mineralizarea prin substituire pirometasomatică a formaţiunii de „skarn", care însoţeşte — în numeroase puncte — punerea în loc a eruptivului banatitic, de care este conexată întreaga mineralizare metaliferă din vestul Banatului,* concretizată în o serie întreagă de complexe moleculare de Fe, Ni, Co, Mo, Bi, Au, Ag, Cu, Pb, Zn, Cd, Mg, B, As, Sb, S, Se, Te etc., care caracterizează şi determină specificul paragenezelor de minerale şi minereuri din conţinutul zăcămintelor de contact pirometasomatic-pneumatolitic-hidrotermal, legate de activitatea mineralogenetică a magmei banatitice. Complexitatea şi coloritul atît de variat al mineralizaţiei din aceste zăcăminte, pot fi atribuite atît chimismului iniţial, cît şi instabilităţii echilibrelor chimice în interiorul acestei magme, determinată de condiţiile termodinamice ale nivelului său de punere în loc.

LABORATORUL DE MINERALOGIE AL FACULTĂŢII
DE CHIMIE INDUSTRIALĂ

BIBLIOGRAFIE

1. E. Trõger, *Spezielle Petrographie der Eruptivgesteine,* Berlin, 1935, p. 56.
2. I. v. Born, *Briefe über mineralogische Gegenstände auf einer Reise durch das Temesvarer Banat,* Frankfurt—Leipzig, 1774.
3. B. v. Cota, *Erzlagerstätten im Banat und Serbien,* Wien, 1864.
4. I. Niedzwiedski, *Zur Kenntniss der Banater Eruptiv-gesteine.* Tschermaks Mitt. III. 1873, p. 285.
5. J. Szabó, A trachytképlet Szászka környékén. Földtani Közlöny, 1875, p. 73. Moravicza—Vaskö eruptiv közetei. Ibid. 1876, p. 112.
6. G. v. Rath, *Bericht über eine Reise durch einige Theile des Österr-Ung. Staates.* Bonn, 1879, p. 38.
7. H. Sjögren, Beiträge zur Kenntniss der Erzlagerstätten von Moravicza und Dognácska im Banat. Jahrb. d.k.k geol. Reichs-Anstalt. Wien, 1886, p. 607.
8. W. C. Brögger, *Eruptionsfolge der triadischen Eruptivgesteine bei Predazzo in Süd-Tyrol.* Kristiania, 1895, p. 63.

9. P. Rozlozsnik-C. Emszt, Beiträge zur genaueren petrographischen und chemischen Kenntniss der Banatite des Komitates Krasso-Szörény. Mitt. aus dem Jahrbuche der. k. ung. geol. Anstalt. 1908, Budapest, p. 143.
10. A. Codarcea, Studiul geologic și petrografic al regiunii Ocna de Fer-Bocșa Montană. Jud. Caras-Banat. Anuarul Institutului Geologic al Romîniei, București, vol. XV, 1930.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE MICROGRAPHIQUE DES RUPTURES D'ÉQUILIBRE DANS LA MASSE DE QUELQUES BANATITES

(RÉSUMÉ)

Les roches banatitiques de l'éruptif suité sur la bordure ouest du *Banat* sont représentées spécialement par les granodiorites.

Dans la vaste littérature publiée sur ces roches, il n'est fait aucune mention, par les différents auteurs, sur certaines particularités micrographiques d'un caractère tres symptomatique, qui dévoile des faits pétrologiques nouveaux, concernant l'évolution géochimique des roches banatitiques, de l'apparition desquelles se relie, ensuite, la minéralisation tellement varié de sous-sol du *Banat*.

Afin de suivre les ruptures d'équilibre dans la masse des roches banatitiques, nous avons analysé, au microscope, de nombreuses coupes minces, effectuées dans les échantillons des roches banatites, recoltées dans diverses occurences.

L'étude micrographique, entreprise par nous, reproduit, en détail dans le texte roumain, le tableau microscopique des ruptures d'équilibre saisies, spécialement, dans la masse de roches banatites recoltées au deux occurences, qui, jusque à présent, n'ont pas été étudiées.

Cette étude de l'analyse microscopique, qualitative et quantitative, est effectué sur la roche banatitique recoltée dans la carrière située au nord de la localité *Oravița*, dans son voisinage immédiat, et sur la roche banatitique exploitée dans la carière de pierre de taille de la localité de *Forotic*; la premiere représentant une varieté de *diorite à quartz*, à grain moyen ou petit, avec un caractère pétrographique *„quartzmonzonitique"*, et la deuxieme, se comportant comme une varieté de *granodiorite à biotite et à piroxene diopsidique-augitique* avec un caractère pétrographique approché de celui d'un *„gabbro siénitique"*.

Les particularités micrographiques des ces deux roches nous fournissent des témoignages palpables sur la labilité chimique du magma granodioritique générateur, exprimée par de nombreuses ruptures d'équilibre, qui se sont déroulées durant son processus de consolidation cristalline, qui s'est accompli pendant le *crétacé superieur*, en fonction des conditions thermodinamiques du son niveau d'intrusion de demi-profondeur.

Dans l'évolution géochimique de ce magma, après le déroulement de son état *orthomagmatique*, caracterisé par de nombreuses ruptures d'équilibre, l'état suivant *„pegmatitique-pneumatolitique"* n'a pu s'établir à cause des conditions défavorables de la pression réduite.

Pour cette raison, la vague des minéralisateurs volatiles a pu contribuer, en plein, à la minéralisation par substitution „pyrométasomatique" de la formation du „skarn", qui accompagne, en plusieurs points, la mise en lieu du l'éruptif banatitique, duquel est connexé toute la minéralisation métallifère de la région d'ouest du *Banat*, matérialisée par une série de complexes moléculaires des elements suivantes : Fe, Ni, Co, Mo, Bi, Au, Ag, Cu, Pb, Zn, Cd, Mg, B, As, Sb, S, Se, Te, etc., qui caractérisent et déterminent, ensuite, le spécifique des paragenèses de minéraux et minerais de la constitution des *„gisements de contact"* pyrometasomatiques-pneumatolitiques et hydrothermaux en connexion avec l'activité minérogénetique du magma granodioritique-banatitique.

La complexité et le caractère tellement varié de la minéralisation des ces gisements, peut être attribuée tant à la composition chimique primordiale, qu'à la labilité des équilibres à l'intérieur du magma générateur en développement pendant la période ortho- et epigmatique de son activité minéro- et pétrogénetique.

К МИКРОГРАФИЧЕСКОМУ ИЗУЧЕНИЮ НАРУШЕНИЯ РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ В МАССЕ НЕКОТОРЫХ БАНАТИТОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Банатические горные породы вулканического происхождения на востоке Баната, представлены в большинстве случаев гранодиоритами.

В обширной литературе опубликованной об этих горных породах, не указывается, ни одним из авторов, некоторые микрографические симртоматические особенности, которые выявляют новые петрологические данные из геохимической эволюции банатических горных пород, с появлением которых связана многосторонняя минерализация подпочвенных пород в Банате. Для изучения нарушения равновесного состояния в банатических горных породах подвергались микроскопическому анализу тонкие сечения из образцов банатит собранных в различных местах.

Микрографическое изучение содержит данные микроскопического качественного и количественного анализа банатической горной породы из окрестностей севернее Оравицы, в непосредственной близости этого города, которая ведет себя как диорит с кварцем тонко-полугросиерный зернистый с кварцемонзонитическим петрографическим характером, а также банатическая горная порода из окрестностей Форотика, которая ведет себя как гранодиорит с биотитом и аугитический диопсид пирроксен с петрографическим характером близким габбро-сиенитическому.

На основании микрографических особенностей этих двух разновидностей исследованных банатитов, следует, что производящая гранодиоритическая магма, занимая свое место, претерпела большое химическое непостоянство, факт имевший место в высшем кретачике, в зависимости от термодинамических условий уровня ее гипабизического внедрения.

В геохимической эволюции этой магмы, после ее ортомагматического изучения, которое характеризуется частыми потерями равновесия следующая фаза, пегматическо-пневматолитическая не могла быть установлена из за неблагоприятных условий низкого давления.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢII LA STUDIUL MICROGRAFIC AL PROCESULUI DE EPIDOTIZARE ŞI DE SPILITIZARE DIN ROCILE DIABAZICE ALE ERUPTIVULUI MUNŢILOR D R O C E A (Regiunea A r a d)

DE

VICTOR LAŢIU

Lucrare comunicată în Sesiunea de comunicări ştiinţifice a Institutului Politehnic din Timişoara, ţinută în 27 martie 1955

Cu ocazia lucrărilor de revizuire şi reambulare, întreprinse în regiunea mesoeruptivului din structura petrografică a *„Munţilor D r o c e a"* (regiunea A r a d), am urmărit, îndeosebi, eruptivul rocilor gabbroidale diabazice, cu o extensiune predominantă în structura geologică a acestor munţi, reprezentat, în adîncime, prin *gabbrouri* cu treceri, în spre suprafaţă, la *diabaze* şi la *porfirite diabazice.*

Erupţia magmei gabbroice generatoare s-a petrecut, după părerea majorităţii petrografilor care au studiat această regiune [1], înaintea Jurasicului, probabil în Triasic.

Acest eruptiv este conexat de apariţiile similare triasice ale rocilor diabazice din mesoeruptivul *„Munţilor Metalici Apuseni"*, constituind împreună o unitate petrografică fără discontinuităţi în timp şi în spaţiu.

Eruptivul gabbroidal-diabazic al *„Munţilor Drocea"* a fost străpuns, apoi, de intrusiunea ulterioară, din Cretacicul Superior, a rocilor granodioritice de facies banatitic.

Urmărind pe teren extensiunea vestică a eruptivului gabbroidal-diabazic din *„Munţii Drocea"*, începînd din vestul regiunii *Săvîrşin* pînă în regiunea de efilare de la *Bătuţa,* am recoltat numeroase probe din apariţiile de roci diabazice, întîlnite în deschideri naturale şi în cariere, care studiate, în secţiune subţire, la microscop, ne tradează o *serie de particularităţi micrografice,* deosebit de interesante din punct de vedere petrologic, *care nu au fost remarcate* în literatura publicată asupra acestor roci [2], sau că, deşi unele sînt remarcate în parte, *n-au fost,* totuşi, *interpretate în adevăratul lor sens petrologic.*

În următoarele, redăm o parte din rezultatele cercetărilor noastre, însoţite de concluziile desprinse din datele analizelor micrografice efectuate. Particularităţi micrografice semnificative am remarcat, îndeosebi, în rocile diabazice întîlnite în deschiderile naturale din profilul longitudinal al văii „Pîrîul Lupeştilor", dintre localităţile *Stejar* şi *Lupeşti*.

Eruptivul diabazelor din profilul acestei văi culminează în cota „Măgura Oneşului" (332 m), din dreapta „Pîrîului Lupeştilor", la cca 2 km spre nord de comuna *Stejar*.

Eşantioanele recoltate din eruptivul acestei cote, examinate la microscop, au o comportare petrografică de *microdiabaze* ofitice, fiind constituite din intreţeseri de *plagioclazi* bazici, din seria *labrador-bytownit*, în mare parte spilitizaţi (albitizaţi), cu o dezvoltare microgranulară (0,1—0,3 mm), iar, uneori, chiar fenocristalină (0,4—1,2 mm). Interstiţiile dintre stinghiile de plagioclazi sînt completate, apoi, prin granule hipidiomorfe-automorfe de *piroxen augitic* (0,1—0,3 mm), intacte şi *neuralitizate*. Ca produse de alterare parţială a piroxenului, prin acţiuni hidrotermale, se întîlnesc infiltraţii şi petice răzleţe de *clorită-penin*, iar ca minerale accesorii: numeroase granulaţiuni de *magnetită* (0,03—0,2 mm), concreşteri schelitice reduse de *ilmenit* (0,1—0,3 mm) şi microlite bacilare de *apatită* (0,03—0,08 mm).

Remarcăm, ca o particularitate micrografică deosebit de semnificativă a acestor roci, *filonaşele de zeoliţi*, *natrolit* şi *desmin*, fibroşi şi lamelari, cu o dispoziţie structurală radiară-divergentă, care străbat prin masa unora dintre secţiunile analizate, avînd o grosime microscopică variată (0,1—0,3 mm).

Geneza acestora este *hidrotermală* şi ne concretizează un aspect din complexul transformărilor postvulcanice încercate de rocile diabazice şi diabaz-porfiritice din masa acestei apariţii de eruptiv ofiolitic-gabbroidal, care, de altminteri, este injectat, în numeroase locuri, de *filoane de „peracidite"* sau de cuarţ *hidrotermal*. Acestea au fost semnalate, de noi, în rocile diabazice din *Dealul Măgurii* (366 m), care se înalţă în partea mijlocie vestică a localităţii *Juliţa*, unde eruptivul diabazelor este străpuns încă de *dykuri gabbroice*, cu vinişoare sau rubane galbene-verzui serpentinoase, şi de *apofize* de *microgranite* şi de *granodioritporfirite*.

O particularitate micrografică cu totul inedită, neremarcată încă în literatura publicată asupra acestui eruptiv, este prezentată de rocile diabazice, injectate cu *filoane de* cuarţ *hidrotermal*, din masa aparţiei întîlnită, la ieşirea din comuna *Stejar*, în versantul drept al văii „Pîrîul Lupeştilor", în deschiderea din dreapta drumului spre comuna *Lupeşti*.

Astfel, în acest loc, apare, în masa microdiabazelor de tipul celor din „Măgura Onieşului", un buton de diabaz grosier uralitizat.

Această varietate de rocă gabbroidală apare, examinată — la microscopul polarizant — în secţiune subţire, constituită din concreşteri, în stilul structurii ofitice, de *feldspaţi plagioclazi* bazici, prismatici idiomorfi (0,1—0,8 mm), maclaţi simplu şi polisintetic după „legea Albitului", iar uneori cu structură zonată, plajele lor fiind pline de produse de transformare secundară (*caalcit, zoizit*) şi în mare parte *albitizate* sau *spilitizate*.

Stinghiile plagioclazilor spilitizați sînt străpunse și împănate cu cristale prismatice idiomorfe-xenomorfe (0,1—0,9 mm), uneori îngemînate după (100), de *amfibol* verde uralitic, alături de care, remarcăm, apoi, petice răzlețe și fluturași de *clorit peninic* (0,1—0,7 mm), produs întîlnit încă și în forma de infiltrații pe sistemul de fisuri și în interstițiile din masa rocei analizate, care conține, ca minerale componente accesorii, granulații de *magnetită* (0,05—0,2 mm), cristale lamelare și schelete sau concreșteri penate de *ilmenit* (0,08—0,3 mm), cîteva concreșteri granulare de *titanit* leucoxenic (0,08—0,13 mm) și microlite bacilare de *apatit* (0,03—0,09 mm).

O particularitate micrografică a rocei diabazice analizate este prezența cuarțului hidrotermal în conținutul său mineralogic, care apare în forma de concreșteri granoblastice, constituite din granule xenomorfe (0,05—0,4 mm), antrenate, în masa rocei, de curenții infiltrativi ai unui proces de silicifiere hidrotermală.

În conținutul unei alte secțiuni subțiri prin aceeași rocă, am remarcat prezența unui *filonaș de cuarț hidrotermal* cu structură pavimentoasă, în mozaic, constituit din granoblaste de cuarț (0,08—0,324 mm) articulate — prin îndințare — în mod direct.

În masa curentului infiltrativ al filonașului de cuarț hidrotermal apar, antrenate sau tîrîte, *foarte numeroase agregate granulare de epidot,* individualizat în forma de trame sau de urzeli microgranulate (0,02—0,3 mm), adeseori destrămate sau ciopîrțite de masa granoblastelor de cuarț, în care apar incluse numeroase granule de epidot, automorfe și bine individualizate. Granoblastele de cuarț mai conțin, apoi, incluziuni bacilare microlitice de *apatit* (0,02—0,13 mm), cîte un microlit sporadic de *zircon* (0,05 mm) și, îndeosebi, foarte bogate *incluziuni gazoase* aranjate în forma de înșiruiri margaritice, schițînd, adeseori, chiar un anumit grad de orientare cristalografică în masa mediului includent. Se întîlnesc, de altminteri, chiar granule de cuarț idiomorfe, uneori foarte bogat împănate cu microlite de *apatit,* iar, alteori, apar și în forma de *concreșteri simetrice îngemînate.*

Aceste particularități micrografice ale filonașelor de *cuarț* injectate în roca diabazică analizată, pledează și ne indică o origine genetică a lor explicit *hidrotermală,* iar caracterul mortologic automorf al microlitelor de epidat, incluse în granulele de *cuarț* (fig. 1), pledează pentru o origine genetică primordială, de asemenea, de natură hidrotermală.

De altminteri, incluziuni idiomorfe de *epidot,* mai cu seamă în *cuarț,* au fost semnalate și descrise din masa *dioritelor* cuarțifere din masivul eruptiv „Pricopan-Greci" din *Dobrogea,* atribuindu-li-se o origine genetică magmatică hidrotermală, fiind considerate ca produse de separare din soluții reziduale silicioase bogate în conținut de mineralizatori, care au contribuit la decalcifierea *plagioclazilor* ortomagmatici și, deci, la geneza *epidotului.* Acesta a fost tîrît, apoi, de aceste soluții reziduale, și depus, în forma de impregnații și de filoane, în masa corpului eruptiv străbătut al dioritelor cuarțifere din masivul amintit [3].

În cazul similar, semnalat, de noi, în rocile diabazice din apariţia de la *Stejar*, din eruptivul ofiolitic al „Munţilor Drocea", *epidotizare hidrotermală a acestor roci gabbroidale, o considerăm,* ca proces genetic, *conexată de procesul lor de albitizare, uralitizare şi de cloritizare,* prin acţiunea unor *soluţii reziduale pneumatolitice-hidrotermale,* însoţită de o decalcifiere a *plagioclazilor* din componenţa acestor roci spilitizate, contribuind, astfel, la formarea *epidotului* şi la *albitizarea plagioclazilor,* cît şi la *uralitizarea* şi *cloritizarea piroxenului augitic* primordial.

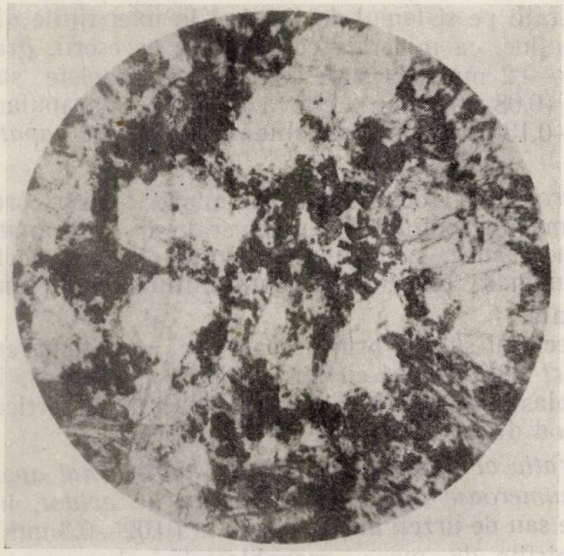


Fig. 1. Imaginea microfotografică în lumină naturală, mărită de 41 ori, a incluziunilor de *epidot* (elementul negru) în *cuart* hidrotermal (elementul alb) din roca diabazică de la *Stejar* (Clişeu: *V. Laţiu*).

Epidotizarea acestui eruptiv diabazic reprezintă un aspect inedit al ruperilor de echilibru, desfăşurate în interiorul magmei gabbroidale generatoare şi, îndeosebi, în produsele sale de solidificare. Această magmă s-a consolidat, în cea mai mare parte prin revărsare submarină, în forma de lave sferoidale. Curgerile acestora, învălătucite prin răcire şi consolidare, iau forme de pernă sau de separaţii sferoidale, atît de caracteristice revărsărilor submarine de lave diabazice, fiind denumite, în vocabularul petrografic străin, ca „Pilow lavas" şi „Kiessenlaven".

În cazul concret al eruptivului diabazic din structura petrografică a *„Munţilor Drocea", diabazele şi diabazporfiritele,* din revărsările submarine de lave gabbroidale, au încercat un accentuat şi extins proces de *spilitizare,* prin acţiuni hidrotermale de alcalinizare, deoarece, *diabazele spilitice* figurează ca rocile predominante în componenţa eruptivului ofiolitic din structura geologică a acestor munţi. Mecanismul acestui *proces petrologic* de *spilitizare* sau de *albitizare* poate fi considerat, de asemenea, ca un rezultat al unor ruperi de echilibru, desfăşurate în magma gabbroică, care, prin hidratare în contact cu ape marine, ajunge în echilibru cu alte faze minerale decît acelea caracteristice unui *gabbro* normal, constituit din *plagioclazi* bazici: *labrador-bytownit* şi din piroxenul dialag. Astfel, *plagioclazii* bazici, deveniţi instabili, sînt transformaţi, prin „metasomatoză" hidrotermală, în *albit,* care, ca produs de neoformaţie,

pseudomorfozează plajele *plagioclazilor* substituiți, iar roca colportoare devine un „spilit".

Procesul de *albitizare,* prin acțiuni hidrotermale alcaline, al rocilor gabbroidale, nu modifică structura lor ofitică, intersertală sau pilotaxitică și nici nu afectează componentele lor femice.

În schimb, conținutul de calciu (Ca) din molecula *plagioclazilor* albitizați, se fixează, în parte, în forma unei noi constelații moleculare, de *zoizit* și *epidot,* ocazionînd, astfel, o *epidotizare a rocilor spilitizate.* Peste *procesul de epidotizare* se suprapune, adeseori, și alte procese metasomatice, de *uralitizare* și de *cloritizare* hidrotermală, iar, uneori, de *saussuritizare,* ca tot atîtea efecte ale unor ruperi de echilibru.

De asemenea, constatîndu-se o apariție frecventă a *spilitelor* în conexiune genetică cu revărsări submarine de *lave diabazice,* din acest fapt de observație se deduce, că soluția alcalină de Na_2CO_3, din conținutul lor inițial sau încorporată din apa mării, prin o reacție de tipul următor: $2NaCl+H_2O+CO_2=Na_2CO_3+2HCl$, a fost reținută, în ambele cazuri, în interiorul crustei lor de solidificare, avînd, astfel, timp suficient pentru desfășurarea acțiunii sale de alcalinizare spilitizantă a rocilor diabazice rezultate.

Spilitele, formate prin mecanismul unui atare proces de alcalinizare metasomatică hidrotermală, se caracterizează tocmai prin conținutul lor accentuat în feldspatul alcalin albit și prin caracterul lor chimic alcalino-sodic, întrucît, unii petrografi le consideră drept *„bazalte cu albit"* sau *„bazalte sodice"* [4].

Procesul de spilitizare al *rocilor diabazice* rezultate din revărsări de lave submarine, asimilat, de unii petrografi, cu un proces natural de prăjire a lavelor gabbroidale solidificate într-o soluție alcalino-sodică concentrată, a fost reprodus, de altminteri, și în mod experimental [4], fiind exprimat prin o reacție chimică de factura următoare: $CaAl_2Si_2O_8+Na_2CO_3+4SiO_2 = 2NaAlSi_3O_8(albit)+CaCO_3$. Această reacție este reversibilă și decurge, după cum reiese din datele experimentale, la temperatură ridicată, în avantajul termenilor din stînga acestei reacții chimice.

Or, cu ajutorul acestor date experimentale poate fi interpretată chiar geneza *rocilor alcaline,* derivatele magmelor: *foyaitică* și *teralitică,* rezultate, la rîndul lor, din magme calcoalcaline, a căror alcalinizare parțială s-a petrecut, în natură, prin digerarea și asimilarea de roci calcaroase.

În cazul special al *rocilor diabazice spilitizate,* studiate de noi, individualizarea hidrotermală a *epidotului,* prin decalcifierea *plagioclazilor* bazici din constituția lor minerală, a precedat *procesul* lor *de spilitizare* ulterioară și ar putea fi redată, aproximativ, prin schema unei reacții petrologice de factura următoare: $4CaAl_2Si_2O_8+(Na, K)AlSi_3O_8+3Fe_2O_3+2H_2O=2[Ca_2(Al, Fe)_3(OH)(SiO_4)_3]+H_2(Na, K)Al_3Si_3O_{12}+2SiO_2+9O$.

Această reacție endotermă este compatibilă cu condițiile termodinamice din zonele mai profunde ale litosferei, la nivelul cărora se însinuă formarea sistemelor magmatice.

De asemenea, ca instrument explicativ, această reacție ne indică, aproximativ, calea urmată de natură la perfectarea unui proces petrologic, în

care, în urma unor ruperi de echilibru, s-a individualizat *epidotul* magmatic-hidrotermal, un silicat complex $[Ca_2(Al, Fe)_3(OH)(SiO_4)_3]$ cu o structură reticulară insulară, deci un „nesosilicat" prismatic-monoclinic, aparținînd grupei spațiale: $[C_{2h}^2—P2_1]_m$, ca tip de structură reticulară, cu o rețea din tetraedri liberi, neconcatenați, de $[SiO_4]$, cu parametrii: $a_0=8{,}96$ Å, $b_0=5{,}63$ Å, $c_0=10{,}20$ Å și cu o celulă elementară cu un conținut de 2 noduri: $Z=2$, după datele din literatură (vezi Hugo Strunz: Mineralogische Tabelen, Leipzig, 1941, pag. 175).

În fine, schema reacției este indicată chiar de fazele minerale, care intră și ies din reacție, prezența cărora a fost identificată, de altminteri, în tabloul micrografic al secțiunilor analizate de noi. Astfel, reacția admite, alături de formarea *epidotului,* individualizarea concomitentă a *micei albe* $[H_2(K, Na)Al_3Si_3O_{12}]$, ceea ce parte foarte verosimil, deoarece, *plagioclazii* $[m(Na, K)AlSi_3O_8 \cdot n\,CaAl_2Si_2O_8]$ din componența *rocilor diabazice* analizate apar, în foarte numeroase cazuri, plini de fluturași microscopici, puternic birefringenți, de *mică albă,* cu deosebire în *diabazele* și în *porfiritele diabazice* uralitizate și cloritizate, frecvent întîlnite în eruptivul ofiolitic-gabbroidal al *„Munților Drocea".*

Transformările metasomatice-hidrotermale menționate sînt conservate, în diferite grade de dezvoltare, în *rocile diabazice,* studiate de noi și de alți cercetători, și ele s-au putut desfășura în toate fazele de evoluție geochimică a sistemului magmatic generator, începînd încă din faza ortomagmatică pînă în cea hidrotermală.

Numeroșii petrografi [1, 2], care s-au ocupat cu studiul micrografic și petrochimic al rocilor gabbroidale din eruptivul *„Munților Drocea",* reprezentate prin *gabbrouri normale* și cu *olivină,* prin *gabbrouri diabazice* și *peridotitice,* prin *diabaze normale* și *spilitice,* prin *porfirite diabazice* și prin *produsele* lor *piroclastice,* deși menționează, în descrierea lor micrografică, produsele proceselor de transformare amintite, nu sezisează, totuși, adevărata lor cauză și nici nu interpretează geneza lor reală ca un efect al ruperilor de echilibru încercate de diferitele faze minerale din constituția lor petrografică.

Astfel, incluziunile de *epidot,* semnalate în numeroase cazuri, îndeosebi, în *diabazele spilitice,* sînt considerate fie ca enclave de *epidozit* (!), un produs de metaforfism de contact, fie ca rezultate prin acțiuni postvulcanice sau termale [2].

De asemenea, deși, în studiile citate [1, 2], este remarcat rolul considerabil al *epidotului* în componența *spilitelor* descrise, geneza acestui component nu este conexată, în nici o formă, de procesul lor de albitizare, a cărui esență petrologică nici nu este relevată, deși singur acest proces justifică calificarea lor de *diabaze spilitice,* denumire sub care, de altminteri, sînt și descrise. În fine, agregatele de cristale automorfe de *epidot,* remarcate în masa *rocilor dioritice* și *granodioritice,* care străpung eruptivul gabbroidal din *„Munții Drocea",* sînt considerate, și în cazul acestora, drept enclave de *epidosit,* cu toate că, în unele apariții de *diorite* este semnalată prezența unor filonașe de *epidot,* cu remarca, de altminteri reală, că în aceste roci apare și *pirita* (FeS_2), de regulă, în parageneză cu epidotul.

Or, această constatare confirmă, și în acest caz, originea magmatică hidrotermală a *epidotului* din componența acestor roci, separat, prin cristalizare, din soluții reziduale.

În cazul rocilor diabazice, analizate de noi, nu este exclus, ca o parte din *filoanele de cuarț hidrotermal,* injectate în masa acestor roci, chiar dintre acelea colportoare de *epidot,* să fie conexată de activitatea mineralogenetică a *magmei granodioritice,* desfășurată în Cretacicul Superior, ale cărei produse străpung eruptivul gabbroidal-ofiolitic al *„Munților Drocea",* împinzindu-l cu numeroasele lor prelungiri apofizice.

Astfel, în masa *eruptivului diabazic-diabazporfiritic,* deschis în numeroasele cariere de piatră de construcție de-a lungul șoselei naționale : *Vărădia-Stejar-Julița,* apar injectări, în formă de filoane și dykuri de grosime variată (4 cm pînă la 1 m, sau și mai mare), de *microgranite, microgranodiorite* sau de *granodioritporfirite,* remarcate, de noi, în marginea sud-estică a localității *Julița,* unde *porfiritele diabazice* apar injectate și străpunse chiar de *filoane de cuarț eruptiv* și de o rețea de vinișoare verzui serpentinoase.

De asemenea, în dreapta șoselei *Julița-Găvoșdia,* la 50 m de la terminația vestică a comunei *Julița,* eruptivul *porfiritelor diabazice,* cu separații paralelipipedice, este străpuns și injectat, pe un front de peste 2 km lărgime, pînă la intrarea în comuna *Găvoșdia,* în mod alternativ, de *microgranite, microdiorite* sau de *dioritporfirite.*

În fine, injectări similare de *microgranite* și de *granodioritporfirite,* cît și de numeroase *filonașe de cuarț hidrotermal,* străpung și împînzesc eruptivul *rocilor diabazice* și *diabazporfiritice,* care se întinde de-a lungul porțiunii din șoseaua națională dintre *Găvoșdia* și *Bățuta.* Grosimea dykurilor sau a filoanelor injectate, cu repetări alternative, ale acestor apariții, variază de la 40 cm pînă la 2 m, reprezentînd tot atîtea dovezi petrologice ale activității magmatice recrudescente din această regiune.

În concluzie, din datele analizei micrografice interprinsă de noi, cît și din datele cuprinse în literatura de specialitate publicată, rezultă, că ruperile de echilibru, constatate în masa rocilor ofiolitice-gabbroidale din structura petrografică a *„Munților Drocea",* au fost amplificate și complicate și prin activitatea *eruptivismului granodioritic* din structura geologică a acestei unități petrografice. Întreaga activitate eruptivă, concretizată în punerea în loc a *rocilor granodioritice-banatitice,* a contribuit, apoi, și la mineralizarea *lampritiferă* din subsolul acestei unități petrografice, îmbogățindu-o în zăcăminte filoniene, de 1—2 m grosime, de *pirite* cuprifere, iar, pe alocuri, în zăcăminte de minereu de fier, de *hematită,* și chiar de *molibden,* în afară de numeroasele aflorimente de *produse alunitizate,* deci cu o serie de produse minerale susceptibile de extracție, prelucrare și de industrializare.

LABORATORUL DE MINERALOGIE-PETROGRAFIE-GEOLOGIE
APLICATĂ AL FACULTĂȚII DE CHIMIE INDUSTRIALĂ
DE LA INSTITUTUL POLITEHNIC DIN TIMIȘOARA

BIBLIOGRAFIE

1. A. Koch, A Hegyes Drócsa-Pietrosza hegységkristályos és tömeges közeteinek, valamint Erdély néhány hasonló közetének is petrographiai tanulmányozása. Földtani Közlöny. VIII, 1879, p. 159—206.
G. Primics, Erdély és Hegyes Drócsa-Pietrosza hegység diabazporphyritjeinek és melaphyrjainak vizsgálata. Kolozsvár. 1878, p. 1—35. Doktori Értekezet.
L. Lóczy, Jahresbericht der Kgl. Ung. Geologischen Anstalt, für 1883—1888. Budapest, 1884—1890.
T. Szontágh, Jahresbericht der Kgl. Ung. Geol. Anstalt, für 1890—1891. Budapest, 1892.
2. S. Szentpétery, Petrologie des südlichen Teiles des Drócsa-Gebirges. M. Kir. Földtani Intézet Evkönyve. Vol. XXVII. Budapest, 1928, p. 191—313.
3. L. Mrazec-D. Giusca, Considérations sur l'origine de l'épidote et en particulier dans les roches magmatiques. Buletinul Societăţii Romîne de Geologie, vol. II, Bucureşti, 1935, p. 174—183.
4. F. W. Barth, C. W. Correns, P. Eskola, *Die Entstehung der Gesteine*, Berlin, 1939, p. 380—391.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE MICROGRAPHIQUE DU PROCCESUS DE L'ÉPIDOTISATION ET DE LA SPILITISATION DES ROCHES DIABASES DU L'ÉRUPTIF FES „MONTS DROCEA" (DÉP. ARAD)

(RÉSUMÉ)

Dans la structure de l'unité pétrographique des *„Montes Drocea"* (Dép. Arad) l'éruptif prédominant est celui des *roches gabbroïques-diabasiques* représentées, en profondeur, par les gabbros, en plusieurs variétés, passant, vers la surface, aux roches diabases et diabasporphyritiques accompagnées par des *produits pyroclastiques.*

L'éruption du magma générateur s'accomplit, probablement, dans le système triasique, en s'épanchent, par la plupart, sous forme de laves sousmarines diabasporphyritiques, dont les culées se sont consolidées par refroidissement au fond de la mer, où elles ont acquis des formes arrondies, sphéroïdales, de l'aspect d'oreiller (Pilow lavas, Kiessenlaven).

L'éruptif ohpiolitique-gabbroïque des „Monts Drocea" a été percé, ensuite, par l'intrusion ultérieure, développée dans le systeme crétacé, des *roches granodioritiques* de *facies banatitique* et qui tissent, par leur nombreuses apophyses, dykes ou filons, constituées par des *roches microgranitiques* et *granodioritporphyritiques*, l'éruptif des *roches diabasiques* et *diabasporphyritiques* de la cette région.

Effectuant l'étude microscopique des échantillons de roches diabasiques, récoltés par nous dans la masse de nombreuses ouvertures naturelles et des carrières de pierre de taille, à l'occasion des travaux de révision entrepris dans cette région, nous avons constaté une série de particularités micrographiques, intéressantes surtout au point de vue pétrologique, pas encore remarqué dans la littérature publiée sur ces roches.

Parmi les particularités micrographiques observée, nous mentionnons, cette fois, *le proccesus de l'épidotisation hydrothermale* et *de silicification* des *roches diabases* percées par des *filons de quartz éruptif avec contenu d'épidote,* aussi bien qut leur *proccesus de spilitisation*

par *alcalinisation métasomatique,* suivi par d'autres proccesus métasomatiques hydrothermaux, ainsi que de *l'uralitisation* et de la *chloritisation* et, parfois, de *saussiritisation,* comme tant d'effets des ruptures d'equilibre développés dans la masse des roches diabasiques et diabasporphyritiques.

Tous ces ruptures d'équilibre, décrites en détail dans le texte roumain de cette étude, ont été, ultérieurement, amplifiées et compliquées par la recrudescence de l'activité magmatique dans cette région, au crétacé superieur, des roches granodioritiques-banatitiques, qui percent l'éruptif ophiolitique-gabbroïque et contribuent à la *minéralisation lampritifères* du sous-sol de l'unité pétrographique des „Monts Drocea", enrichi en gîtes de filons métallifères à *pyrite de cuivre,* à *minerais de fer* et de *molybdène* et à produits de *l'alunitisation,* c'est-a-dire, en une série de produits minéraux d'importance industrielle.

К МИКРОГРАФИЧЕСКОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ ЭПИДОТИЧЕСКОГО И СПИЛИТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ДИАБАЗИЧЕСКИХ ПОРОД НАХОДЯЩИХСЯ В ВУЛКАНИЧЕСКИХ ПОРОДАХ ГОРЫ ДРОЧА (арадская Область)

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В строении петрографической единицы горы Дроча преобладает порода габбридо-диабазическая, которая представляется различными видами габбро, с переходами в диабазы и диабазические порфириты сопровождаемые пирокластическими продуктами по мере приближения к поверхности.

Офиолитическо-габброидная вулканическая порода горы Дроча была пронизана инклюзиями Высшего Кретачика гранодиоритических пород «фачиес банатитик», которые распределены среди вулканическо-диабазических и диабазопорфирических пород большим количеством апофиз в виде жил или диков составленных из микрогранитов и гранодиорит-порфиритов.

Посредством микроскопического анализа образцов диабазических пород, выявлен ряд особенностей из которых приводим процесс гидротермической эпидотизации, а также процесс силицификации диабазических пород, через которые проходят жилы, вулканического кварца с содержанием эпидот.

Приводится также процесс их спилитизации путем метасоматической алкалинизации, сопровождаемый и другими гидротермическими метасоматическими процессами: уралитизацией и хлоритизацией, а иногда сауссуритизацией, как эффекты нарушения равновесия происходящего в диабазических и в диабазипорфиритических породах.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

SOLUBILITATEA ARSENIATULUI MIXT DE ARGINT ŞI TALIU

DE

C. DRĂGULESCU şi P. TRIBUNESCU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

G. Spacu şi P. Spacu au descris [1] formarea unui arseniat mixt de argint şi taliu, prin tratarea unei soluţii de arseniat disodic cu acetat talos şi nitrat de argint. Arseniatul mixt de compoziţie Ag_2TlAsO_4 se deosebeşte de arseniatul de argint prin culoarea lui albă.

Fiind greu solubil în apă şi insolubil în solvenţi organici, arseniatul mixt a fost utilizat la dozarea gravimetrică [1] şi potenţiometrică [2] a ionului AsO_4^{-3}

Pentru a preciza raportul de solubilitate între arseniatul argento-talos şi arseniatul de argint am întreprins în lucrarea de faţă determinarea solubilităţii compusului mixt Ag_2TlAsO_4, prin metoda pilelor de concentraţie.

Pentru determinarea potenţiometrică a produsului de solubilitate, se măsoară forţa electromotoare a pilei de concentraţie:

$$Ag/Ag_2TlAsO_4 \text{ în } TlNO_3—KNO_3 \text{ 1m.}—Hg_2Cl_2 \text{ în KCl 1 m/Hg} \qquad (a)$$

Forţa electromotoare a acesteia este dată de diferenţa de potenţial a celor două semipile:

$$E = E_{Ag} - E_{Hg}.$$

Valoarea potenţialului semipilei normale de calomel în funcţie de temperatură este dată de ecuaţia:

$$E_{Hg} = +0{,}2864 - 0{,}00024\,(t-18) \text{ volţi [3]}$$

iar dependenţa dintre activitatea ionilor de argint şi potenţialul semipilei de argint pentru temperatura de 20° C este definită de relaţia:

$$E_{Ag} = E_0 + 0{,}0580 \log \cdot a_{Ag^+}$$

Deci aici avem:

$$\log \cdot a_{Ag^+} = \frac{E_{Ag} - E_0}{0{,}0580} \qquad (b)$$

E_0 are valoarea 0,7991 volţi [4].

Pentru a determina pe E_{Ag} în vederea calculării concentrațiilor ionilor Ag^+, Tl^+ și AsO_4^{-3} am procedat în felul următor:

Arseniatul mixt Ag_2TlAsO_4 l-am preparat după rețeta dată de G. Spacu și P. Spacu [1] întrebuințînd soluțiile respective de $Na_2HAsO_4 \cdot 7H_2O$, $TlCH_3COO$ și $AgNO_3$.

Precipitatul obținut l-am filtrat, spălat cu apă, cu alcool, cu eter și l-am uscat la trompă. Mici cantități din produsul obținut am introdus în fiole închise ce conțineau soluții de $TlNO_3$ de diverse concentrații. După 15—20 ore de agitare continuă a fiolei în termostat la 20 °C ne-am convins că soluția este saturată în raport cu arseniatul mixt. Controlul saturării soluției a fost indicat prin constanța valorilor măsurate pentru un timp mai lung de agitare.

Am realizat soluții saturate de arseniat mixt în $TlNO_3$ 0,01 m, 0,02 m. și 0,05 m. Cu acestea s-au construit pile de concentrație de tipul arătat mai sus, iar forța electromotoare a acestora am măsurat-o cu un ionoscop tip „Laboratornii Pristroje", care permite citirea exactă a unui milivolt.

Datele experimentale obținute se înfățișează în tabela 2, coloana doua (E_{Ag}).

Din valoarea activității a_{Ag^+}, calculată după expresia (b) și înfățișată în coloana treia din tabela 2, evaluăm concentrațiile ionilor Ag^+, Tl^+ și AsO_4^{-3} de cari avem nevoie în expresia produsului de solubilitate:

$$P_s = [Ag^+]^2 \cdot [Tl^+] \cdot [AsO_4^{-3}].$$

Pentru a evalua coeficienții de activitate ai ionilor prezenți în soluție, care leagă activitățile de concentrații ($a = \gamma \cdot c$) ne servim de relația cunoscută din teoria lui Debye-Hückel asupra electroliților tari:

$$\log \gamma = -h \cdot z^2 \cdot \sqrt{\mu}$$

în care μ este tăria ionică a soluției $= 1/2 \sum c \cdot z^2$ [5]

h este o constantă, care pentru 20° C are valoarea interpolată egală cu 0,500. [6]

c și z reprezintă concentrația molară, respectiv valența ionului considerat.

Tabela 1

Conc. $TlNO_3$	Tăria ionică	Coeficienții de activitate		
		Ag^+	Tl^+	AsO_4^{-3}
0,01	0,01	0,89	0,89	0,36
0,02	0,02	0,85	0,85	0,24
0,05	0,05	0,77	0,77	0,10

Tabela 1 înfățișează tăria ionică și coeficienții de activitate pentru fiecare ion, la cele trei concentrații de $TlNO_3$ în care am lucrat.

Din coeficienții de activitate și activitățile corespunzătoare ale ionilor arseniatului mixt, calculăm produsul de solubilitate ținînd seama de ecuația de disociație:

$$Ag_2TlAsO_4 \rightleftarrows 2\,Ag^+ + Tl^+ + AsO_4^{-3}$$

din care pentru concentrații avem rapoartele evidente:

$$[AsO_4^{-3}] = [Tl^+] = \frac{1}{2}[Ag^+].$$

Pentru produsul de solubilitate avem:

$$P_s = [a_{Ag^+}]^2 \cdot [a_{Tl^+}] \cdot [a_{AsO_4^{-3}}].$$

În tabela 2 se înfățișează activitatea și concentrația ionilor Ag^+ concentrația ionilor AsO_4^{-3} precum și valorile calculate din acestea și din activitatea ionilor Tl^+ pentru produsul de solubilitate. În ultima coloană se dau valorile medii pentru toate determinările făcute la aceeași tărie ionică.

Tabela 2

Tăria ionică	E_{Ag^+}	a_{Ag^+}	c_{Ag^+}	$c_{AsO_4^{-3}}$	P_s	P_{sm}
0,01	0,5615 9,5620 0,5620 0,5616 0,5617	$8{,}00 \cdot 10^{-5}$ 8,16· 8,16· 8,04· 8,07·	$8{,}99 \cdot 10^{-5}$ 9,17· 9,17· 9,03· 9,07·	$4{,}49 \cdot 10^{-5}$ 4,58· 4,58· 4,51· 4,53·	$9{,}13 \cdot 10^{-16}$ 9,62· 9,62· 9,19· 9,22·	$9{,}36 \cdot 10^{-16}$
0,02	0,5585 0,5588 0,5584 0,5586 0,5584	$7{,}11 \cdot 10^{-5}$ 7,19· 7,08· 7,13· 7,08·	$8{,}36 \cdot 10^{-5}$ 8,46· 8,33· 8,39· 8,33·	$4{,}18 \cdot 10^{-5}$ 4,23· 4,16· 4,18· 4,16·	$8{,}47 \cdot 10^{-16}$ 8,78· 8,37· 8,56· 8,37·	$8{,}51 \cdot 10^{-16}$
0,05	0,5528 0,5524 0,5514 0,5526 0,5526	$5{,}76 \cdot 10^{-5}$ 5,59· 5,38· 5,62· 5,62·	$7{,}49 \cdot 10^{-5}$ 7,25· 6,97· 7,30· 7,30·	$3{,}72 \cdot 10^{-5}$ 3,62· 3,48· 3,65· 3,65·	$4{,}80 \cdot 10^{-16}$ 4,38· 3,90· 4,47· 4,47·	$4{,}40 \cdot 10^{-16}$

După cum se observă din tabelă, valoarea medie a produsului de solubilitate pentru soluția treia este diferită de valorile obținute pentru celelalte două soluții. Aceasta se explică prin faptul că s-a lucrat în soluție de $TlNO_3$ de concentrație 0,05 m, concentrație la care legea tăriei ionice pe baza căreia s-au calculat coeficienții de activitate dă rezultate mai puțin precise.

Făcînd media valorilor obținute pentru cele trei soluții cu care s-a lucrat, se obține :

$$P_s = 7{,}42 \cdot 10^{-16}$$

din care pentru solubilitate se obține valoarea :

$$S = 7{,}24 \cdot 10^{-5} \text{ mol/litru}$$

La calculul produsului de solubilitate nu se ține cont de concentrația ionilor Tl^+ proveniți din disocierea Ag_2TlAsO_4 deoarece această valoare fiind foarte mică în comparație cu concentrația taliului introdus în soluție, nu modifică valoarea produsului de solubilitate.

Cifra obținută de noi pentru solubilitatea la 20° C a Ag_2TlAsO_4 este de aproximativ patru ori mai mare decît solubilitatea arseniatului de argint, care după Whitby [7] este egală cu $1{,}83 \cdot 10^{-5}$ moli/litru. Acest raport între solubilitatea celor doi arseniați justifică recomandarea făcută de G. Spacu și P. Spacu ca la prepararea arseniatului mixt de argint și taliu, ionii Tl^+ să se găsească într-o concentrație superioară raportului 1 Tl : 2 Ag.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Spacu și P. Spacu, Bul. Acad. Rom. XXII — 1939 — 147.
2. G. Spacu și C. Drăgulescu, Bul. Acad. Rom. XXII — 1939 — nr. 3.
3. Kolthoff—Furman, *Potentiometric Titrations*, ed. II, New-York, 1931.
4. W. M. Latimer, *Ochislitelniie sostoiania elementov i ih potențiali v vodnii rastvorah* (trad. din l. engleză) Moscova, 1954.
5. K. Jelline'k, *Lehrbuch der physikalischen Chemie*, vol. III, Stuttgart, 1930.
6. G. Lewis — Randall, Thermodynamik und die freie Energie chem. Subst., Wien, 1927.
7. Whitby, Zeitschrift Anorg. Chem. 67 — 1910 — 107.

LA SOLUBILITÉ DE L'ARSÉNIATE MIXTE D'ARGENT ET DE THALLIUM

(RÉSUMÉ)

On détermine la solubilité de l'arséniate mixte par la méthode des piles de concentration. En comparant la force électro-motrice des piles formées avec des solutions saturées de Ag_2TlAsO_4 avec une électrode normale au calomel, on a calculé l'activité des ions d'argent. En employant les valeurs obtenues pour cette activité, on a calculé le produit de solubilité et la solubilité de Ag_2TlAsO_4 à la température de 20° C.

On en obtient les valeurs : $P_s = 7{,}42 \cdot 10^{-16}$ et $S = 7{,}24 \cdot 10^{-5}$ mol/l. La solubilité de l'arséniate mixte est quatre fois plus grande que la solubilité de l'arséniate d'argent.

РАСТВОРИМОСТЬ СМЕШАННЫХ МЫШЬЯКОВИСТЫХ СОЕДИНЕНИЙ СЕРЕБРА И ТАЛИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Определяется растворимость смешанных мышьяковистых соединений методом концентрационного элемента. По э. д. с. элементов составленных из насыщенных растворов Ag_2TlAsO_4 сравнительно с нормальным каломелевым электродом, определена активность ионов серебра. Из полученных величин активности вычисляется производное растворимости Ag_2TlAsO_4 при температуре в 20°С.

Получаются величины $P_s = 7{,}42 \cdot 10^{-16}$ и $S = 7{,}24 \cdot 10^{-5}$ мол/литр.

Растворимость смешанного мышьяковистого соединения в четыре раза больше растворимости мышьяковистого серебра.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

DOZAREA FIERULUI ŞI PERMANGANATULUI CU APĂ OXIGENATĂ STABILIZATĂ

DE

GABRIEL BERGER

Comunicare prezentată în sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

Apa oxigenată, folosită de mult în chimia analitică, nu a putut primi o utilizare curentă ca reactiv volumetric din cauza deosebitei sale instabilităţi. Această instabilitate se datoreşte faptului, că potenţialul său de oxidare este mai mare decît al sistemului $O_2+2H_2O/4\,OH^-$. Prin urmare apa oxigenată are o tendinţă pronunţată de autodescompunere, cu degajare de oxigen. Viteza acestui proces este neglijabilă, însă ea poate fi catalizată de multe substanţe, în special de cationii unor metale grele.

Inconvenientul autodescompunerii se poate înlătura prin folosirea de stabilizatori. Cei mai eficace sînt agenţii care pot complexa urmele de metale grele [1]. (8-oxichinolină, complexon III, etc.). Aceşti stabilizatori, prezintă însă dezavantajul, că în prezenţa lor reacţia principală nu decurge stoechiometric. Cauza rezidă în aceea că şi reacţiile de oxido-reducere cu apă oxigenată necesită să fie catalizate prin urme de metale grele.

Din această cauză, în puţinele lucrări în care se foloseşte apa oxigenată ca reactiv la titrări directe, soluţia este stabilizată numai cu acizi anorganici. (In special acid sulfuric [1]). Aceştia asigură însă o stabilitate pe o perioadă scurtă, de 2—3 zile.

Se elimină inconvenientul micşorării vitezei la reacţia principală, dacă se foloseşte ca stabilizator o substanţă capabilă să complexeze însăşi apa oxigenată. Combinaţia complexă cea mai cunoscută a acesteia, larg folosită în colorimetrie, este cea pe care o formează cu ionul de Ti^{+4} [2, 3, 4]. Această combinaţie complexă, a fost utilizată pentru prima dată ca reactiv volumetric, de M. Beck [5], la dozarea volumetrică şi potenţiometrică a Ce^{+4}.

Reactivul prezentînd avantajul unei mari stabilităţi şi o comportare probabil deosebită din punct de vedere cinetic, am intreprins studiul utilizării lui şi în alte dozări volumetrice şi potenţiometrice.

In lucrarea de faţă sînt prezentate rezultatele obţinute la dozarea ionului feros şi permanganic.

PREGĂTIREA SOLUȚIEI ȘI STABILIREA FACTORULUI

Pentru prepararea unei soluții 0,1 *n* de H_2O_2 stabilizată cu Ti^{+4}, s-a procedat în felul următor : 5,6—5,7 cc apă oxigenată de 30% p.a. Merck, se diluiază cu apă bidistilată, la 500 cc. Apoi se adaugă 110 cc soluție molară de $Ti(SO_4)_2$, (94,87 gr $TiCl_4$+500 cc H_2SO_4 de 20%), completînd cu apă bidistilată pînă la 1 000 cc.

Factorul soluției se determină prin titrare cu $KMnO_4$ 0,1 *n*, adăugînd soluției de titrat 15—20 cc H_2SO_4 4 *n*. Culoarea roșie-portocalie a reactivului se deschide treptat, la echivalență devenind incoloră. Prima picătură în exces, produce o colorație slab roză. Titrarea se efectuează la rece. Pentru verificarea utilității metodei, s-au titrat paralel volume egale de soluție, de H_2O_2 0,1 *n*, proaspăt preparată, cu și fără adaus de Ti^{+4}, factorii găsiți fiind în toate cazurile aceiași.

Factorul soluției de H_2O_2 0,1 *n*, stabilizată cu ioni de Ti^{+4}, a scăzut în 3 luni cu 0,08%. În acest interval de timp, soluția a fost păstrată într-o sticlă brună, la temperaturi cuprinse între 20—35 °C.

DOZAREA VOLUMETRICĂ ȘI POTENȚIOMETRICĂ A Fe^{+2}

S-au cîntărit cantități cuprinse între 0,1—0,5 gr sare Mohr, p. a. Merck, în fiole de 100 cc. După dizolvare în aprox. 25 cc apă distilată și adăugare de 20 cc H_2SO_4 4 *n*, s-a titrat la rece cu o soluție de H_2O_2 0,1 *n*, stabilizată cu Ti^{+4}, în prezență de 2—5 picături de difenilamină. (Soluție de 0,2% în H_2SO_4 conc.). Reactivul s-a adăugat dintr-o microbiuretă de 10 cc, picătură cu picătură, titrînd foarte încet înaintea echivalenței. La echivalență soluția se colorează în albastru deschis. Puritatea sării Mohr a fost controlată prin titrare cu permanganat de potasiu și gravimetric.

Rezultatele dozărilor sînt trecute în tabela 1.

Tabela 1

Nr. crt.	Grame de sare Mohr cîntărite	Calculat gr. fier	cc H_2O_2 0,13776 *n* folosiți	Găsit gr fier	Eroarea %
1	0,1420	0,02022	2,63	0,02023	+0,05
2	0,2039	0,02904	3,78	0,02908	+0,17
3	0,2196	0,03127	4,06	0,03123	−0,12
4	0,2887	0,04111	5,35	0,04116	+0,12
5	0,2979	0,04242	5,53	0,04254	+0,28
6	0,3417	0,04866	6,31	0,04854	−0,25
7	0,3440	0,04899	6,36	0,04893	−0,12
8	0,3769	0,05367	6,96	0,05354	−0,24
9	0,4503	0,06413	8,32	0,06400	−0,2
10	0,4519	0,06435	8,38	0,06446	+0,17

Titrarea poate fi efectuată avantajos și fără indicator, deoarece nuanța galbenă a soluției la cel mai mic exces al reactivului poate fi sezisată. Pentru complexarea ionilor ferici, soluției de titrat i se mai adaugă și 2—3 cc H_3PO_4 de 25%. Avantajul titrării fără indicator constă în aceea că reactivul poate fi adăugat într-un ritm mai accelerat. Și în acest caz titrările se efectuează la rece.

Rezultatele obținute pe această cale sînt trecute în tabela 2.

Tabela 2

Nr. crt.	Grame de sare Mohr cintărite	Calculat gr fier	cc H_2O_2 0,13776 *n* folosiți	Găsit gr fier	Eroarea %
1	0,1310	0,01865	2,43	0,01869	+0,21
2	0,1768	0,02518	3,27	0,02515	−0,11
3	0,1777	0,02531	3,29	0,02531	±0
4	0,2427	0,03456	4,5	0,03462	−0,17
5	0,2616	0,03725	4,85	0,03731	+0,16
6	0,2692	0,03834	4,97	0,03823	−0,28
7	0 3380	0,04813	6,26	0,04816	+0,06
8	0,3966	0,05648	7,33	0,05639	−0,16
9	0,4634	0,06599	8,59	0,06608	+0,13
10	0,5060	0,07206	9,38	0,07215	+0,12

Apa oxigenată stabilizată cu Ti^{+4} se poate utiliza și pentru determinarea potențiometrică a Fe^{+2}, folosind ca indicator un electrod de platin, iar ca referință un electrod de calomel. Potențialele se stabilesc repede, saltul la echivalență este brusc, încît o titrare poate fi efectuată în 5—10 minute. Tabela 3 și diagrama din figura 1 reprezintă o asemenea titrare.

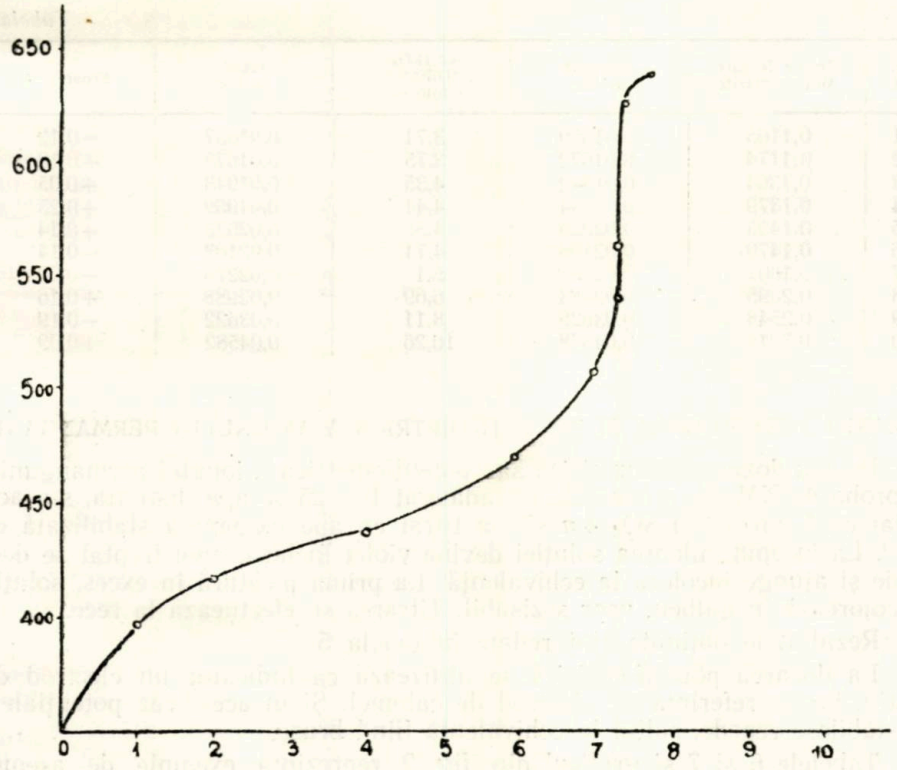


Fig. 1.

Tabela 3

0,2309 gr $FeSO_4 \cdot (NH_4)_2SO_4 \cdot 6H_2O$ + + 50 cc H_2O + 20 cc H_2SO_4 4*n* + 2 cc H_3PO_4 25%

cc H_2O_2 0,07998 *n*	*mV*	$\frac{\Delta E}{\Delta V}$
0	349	20
6	471	34
6,5	488	40
7	508	70
7,1	515	130
7,2	528	150
7,3	543	400
7,35	563	1633
7,38	612	650
7,4	525	50
7,6	635	0
7,8	635	

Calculat gr Fe : 0,03288
cc H_2O_2 : 7,37
Găsit gr Fe : 0,03291
Eroarea : +0,09%

Alte determinări sînt trecute în tabela 4.

Tabela 4

Nr. crt.	Grame de sare Mohr cîntărite	Calculat gr fier	cc H_2O_2 0,07998 *n* folosiți	Găsit gr fier	Eroarea %
1	0,1165	0,01659	3,71	0,01657	−0,12
2	0,1174	0,01672	3,75	0,01675	+0,18
3	0,1364	0,01942	4,35	0,01943	+0,05
4	0,1379	0,01964	4,41	0,01969	+0,25
5	0,1425	0,02029	4,55	0,02032	+0,14
6	0,1479	0,02106	4,71	0,02103	−0,14
7	0,1601	0,02280	5,1	0,02278	−0,09
8	0,2095	0,02983	6,69	0,02988	+0,16
9	0,2548	0,03629	8,11	0,03622	−0,19
10	0,3215	0,04578	10,26	0,04582	+0,09

DOZAREA VOLUMETRICĂ ȘI POTENȚIOMETRICĂ A ANIONULUI PERMANGANIC

Pentru dozarea volumetrică sau potențiometrică a ionului permanganic, la proba de $KMnO_4$ măsurată, s-a adăugat 10—25 cc apă distilată, s-a acidulat cu 5—10 cc H_2SO_4 4 *n* și s-a titrat cu apă oxigenată stabilizată cu Ti^{+4}. La început culoarea soluției devine violet închisă, apoi treptat se deschide și ajunge incoloră la echivalență. La prima picătură în exces, soluția se colorează în galben, ușor sezisabil. Titrarea se efectuează la rece.

Rezultatele obținute sînt redate în tabela 5.

La dozarea potențiometrică se utilizează ca indicator un electrod de platin, iar ca referință un electrod de calomel. Și în acest caz potențialele se stabilesc repede, saltul la echivalență fiind brusc.

Tabelele 6 și 7 și graficul din fig. 2 reprezintă exemple de asemenea titrări.

Tabela 5

Nr. crt.	cc $KMnO_4$ 0,10935 *n*	Calculat gr $KMnO_4$	cc H_2O_2 0,13776 *n* folosiți	Găsit gr $KMnO_4$	Eroarea %
1	5	0,01728	3,96	0,01725	−0,16
2	6	0,02074	4,76	0,02072	−0,09
3	7	0,02419	5,56	0,02421	+0,08
4	8	0,02765	6,35	0,02765	±0
5	9	0,03109	7,15	0,03113	+0,12
6	10	0,03456	7,93	0,03453	−0,09
7	12	0,04147	9,51	0,04141	−0,14
8	13	0,04493	10,33	0,04498	+0,11
9	14	0,04838	11,12	0,04842	+0,08
10	15	0,05184	14,93	0,05194	+0,19

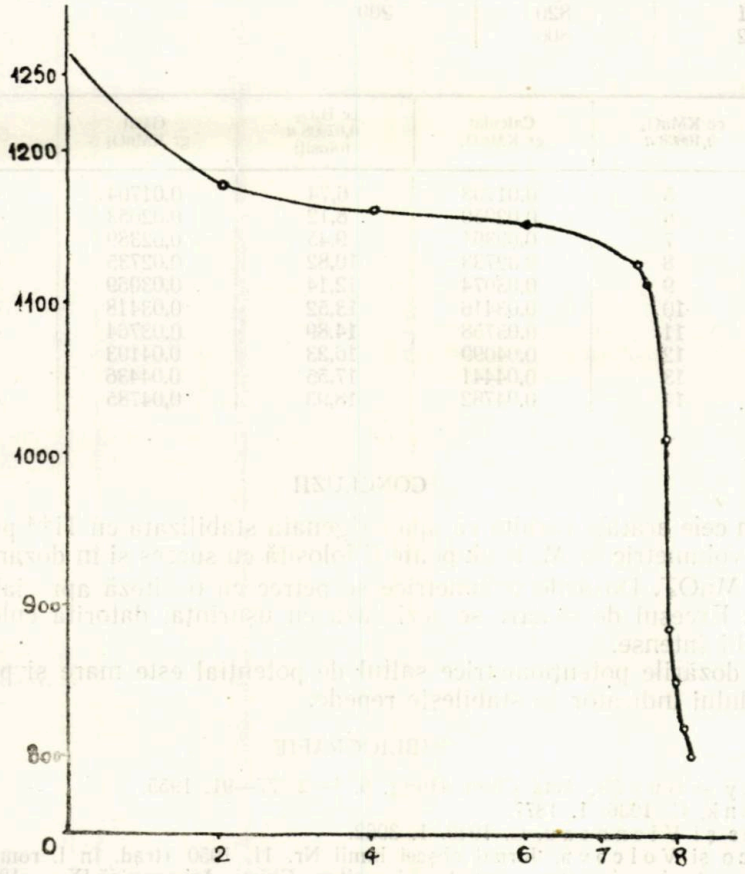


Fig. 2

Tabela 6

10 cc $KMnO_4$ 0,10808 *n* (T=0,003416) + +10—25 cc H_2O + 5—10 cc H_2SO_4 4*n*

cc H_2O_2 0,13776 *n*	*mV*	$\frac{\Delta E}{\Delta V}$
0	1260	25
4	1162	6
6	1150	8
7	1142	34
7,5	1125	150
7,6	1110	150
7,7	1095	850
7,8	1010	1250
7,9	885	350
8	850	300
8,1	820	200
8,2	800	

Calculat gr $KMnO_4$: 0,03416
cc H_2O_2 : 7,85
Găsit gr $KMnO_4$: 0,03418
Eroarea : +0,06%

Tabela 7

Nr. crt.	cc $KMnO_4$ 0,10808 *n*	Calculat gr $KMnO_4$	cc H_2O_2 0,07998 *n* folosiți	Găsit gr $KMnO_4$	Eroarea %
1	5	0,01708	6,74	0,01704	−0,23
2	6	0,02050	8,12	0,02053	+0,14
3	7	0,02391	9,45	0,02389	−0,08
4	8	0,02733	10,82	0,02735	+0,07
5	9	0,03074	12,14	0,03069	−0,16
6	10	0,03416	13,52	0,03418	+0,05
7	11	0,03758	14,89	0,03764	+0,16
8	12	0,04099	16,23	0,04103	+0,10
9	13	0,04441	17,55	0,04436	−0,11
10	14	0,04782	18,93	0,04785	+9,06

CONCLUZII

Din cele arătate rezultă că apa oxigenată stabilizată cu Ti^{+4} propusă ca reactiv volumetric de M. Beck poate fi folosită cu succes și în dozarea ionilor Fe^{+2} și MnO_4^-. Dozările volumetrice se petrec cu o viteză apreciabilă chiar la rece. Excesul de reactiv se sezisează cu ușurință, datorită culorii roșii-portocalii intense.

În dozările potențiometrice saltul de potențial este mare și potențialul electrodului indicator se stabilește repede.

BIBLIOGRAFIE

1. Erdey și Buzás, Acta Chim. Hung. 6. 1—2. 77—91, 1955.
2. Schenk, C. 1936. 1. 1877.
3. Ayres și Viennea-u, C. 1940. 1. 3962.
4. Babco și Volcova, Jurnal obșcei himii Nr. 11, 1950 (trad. în l. rom. Caiete de traduceri pentru catedrele universitare. Chimie Anorganică IX. nr. 108—108 bis), p. 65—77.
5. M. Beck, Magy. Kém. Folyóirat, 1953, p. 317—319.

LE DOSAGE DU FER ET DU PERMANGANATE AVEC L'EAU OXYGENÉE STABILISÉE

(RÉSUMÉ)

1. On a utilisé pour le titrage une solution de H_2O_2 0,1 *n* stabilisée avec Ti^{+4}. La solution est assez stable ; après 3 mois le facteur a diminué avec 0,08%.

On a fait le titrage de Fe^{2+} en présence de l'indicateur diphénilamine dont le virage à l'équivalence a été net. On a travaillé même sans indicateur en complétant le ion Fe^{3+} avec H_3PO_4.

Au dosage potentiométrique de Fe^{2+} à l'aide de la solution de H_2O_2 stabilisée avem Ti^{+4} le virage (saut) à l'équivalence a été brusque.

2. La solution de H_2O_2 0,1 *n* stabilisée avec Ti^{+4} utilisée avec succès même au dosage volumétrique et potentiométrique du ion permanganique. A l'équivalence la solution se décolore et à la première goutte du réactif en exces elle se colore en jaune facilement saisissable.

Au dosage potentiométrique le virage (saut) à l'équivalence a été brusque.

ДОЗИРОВКА ЖЕЛЕЗА И МАРГАНЦЕВОЙ СОЛИ СТАБИЛИЗИРОВАННОЙ ПЕРЕКИСЬЮ ВОДОРОДА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

1. Для титрования использовался раствор H_2O_2 0,1 н. стабилизированный Ti^{+4}. Раствор достаточно устойчив ; через 3 месяца коэффициент снизился на 0,08%.

Титровалось Fe^{2+} в присутствии дифениламинового индикатора, чей вираж при эквивалентности был ясно выражен.

Опыт производился и без индикатора, усложняя ион Fe^{3+} добавлением H_3PO_4.

При потенциометрической дозировке Fe^{2+} при помощи раствора H_2O_2 стабилизированного Ti^{+4} установлен резкий скачек эквивалентности.

2. Раствор H_2O_2 0,1 н. стабилизированный Ti^{+4} с успехом использовался для об'емной и потенциометрической дозировки иона марганцевой соли.

При эквивалентности раствора теряет окраску и при первой излишней капле реактива окрашивается в легко заметный желтый цвет.

При потенциометрической дозировке замечен резкий скачек эквивалентности.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

O NOUĂ METODĂ RAPIDĂ PENTRU DOZAREA GRAVIMETRICĂ A CUPRULUI

DE

D. BECHERESCU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Ca reactiv în gravimetrie, acidul picrolonic a fost introdus încă din anul 1931 de Dworzak şi W. Reich-Rohrwig.

O serie de cationi cum ar fi alcalinele, unele metale grele sau parte din metalele grupei a doua a sistemului periodic formează cu acidul picrolonic săruri cristalizate a căror solubilitate în apă este destul de diferită. Mica solubilitate a picrolonaţilor de calciu [1], plumb [2], thoriu [3], mangan [4], a făcut posibilă instituirea unor metode gravimetrice de dozare a acestor cationi.

Cu ionul cupric acidul picrolonic formează o sare a cărei compoziţie am stabilit-o pe baza datelor de mai jos, a fi următoarea :

$$Cu(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 2{,}5\,H_2O$$

analoagă picrolonatului de mangan pe care l-am studiat într-o notă anterioară şi diferind de picrolonaţii de calciu, plumb şi thoriu numai prin apa de cristalizare ce conţine :

$$Ca(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 8\,H_2O$$
$$Pb(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 1{,}5\,H_2O$$
$$Th(C_{10}N_4O_5H_7)_4 \cdot H_2O$$
$$Mn(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 2{,}5\,H_2O$$

Sarea de cupru a acidului picrolonic s-a obţinut tratînd o soluţie de sulfat de cupru cu o soluţie apoasă de acid picrolonic. Precipitatul voluminos obţinut, de coloare galbenă se depune cu uşurinţă şi se purifică prin spălare pe filtru cu apă, alcool şi eter.

Analiza lui s-a făcut determinîndu-se conţinutul de cupru azot, carbon şi hidrogen.

Cuprul a fost dozat electrogravimetric utilizînd metoda electrodei vibrate, după ce în prealabil sarea analizată s-a calcinat în prezenţă de acid oxalic pentru a se micşora violenţa arderii. Oxidul de cupru rezultat s-a dizolvat în acid sulfuric. Carbonul şi hidrogenul au fost determinate în mod obişnuit semi-micro, iar azotul a fost dozat după micrometoda curentă. Rezultatele obţinute sînt înfăţişate în tabelele următoare :

Tabela 1

Cupru

Nr.	luat $Cu(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 2,5H_2O$ grame	găsit Cu grame	%Cu găsit	%Cu calculat
1	1,0025	0,0994	9,92	10,01
2	1,1001	0,1056	9,82	„
3	1,0012	0,0995	9,93	„

Tabela 2

Azot

Nr.	luat $Cu(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 2,5H_2O$ miligrame	găsit V cmc	V_{cor} cmc	P_{cor} mm Hg	găsit % N_2	calculat % N_2
1	3,53	0,561	0,5498	751	17,87	17,64
2	3,46	0,548	0,5371	751	17,81	„
3	4,101	0,640	0,6272	756,8	17,75	„

Tabela 3

Carbon şi hidrogen

Nr.	luat $Cu(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 2,5H_2O$ miligrame	CO_2 mgr	H_2O mgr	C găsit %	C calculat %	H_2 găsit %	H_2 calculat %
1	35,12	48,48	9,14	37,64	37,80	2,91	2,99
2	32,45	44,63	8,67	37,51	„	2,99	„
3	36,98	51,68	9,72	38,12	„	2,94	„

Picrolonatul de cupru este practic insolubil în apă şi insolubil în solvenţi organici. Această împrejurare ca şi aceea că se obţine în microcristale galbene ce se depun, se filtrează şi se spală cu uşurinţă precum şi faptul că are o greutate moleculară mare de 635, în care cuprul intervine cu numai 10,01% ne permite să-l utilizăm într-o metodă gravimetrică rapidă de dozare aplicînd procedeul generalizat de J. Dick [5]. Precipitatul poate fi uscat şi în etuvă la 105 °C fără să se altereze.

Pentru a doza cuprul din soluția unei sări cuprice procedăm precum urmează :

O probă ce conține într-un volum final de 200—250 cmc. 0,06—0,02 grame cupru, în mediu neutru sau slab acid, se tratează cu o soluție apoasă, fierbinte, de acid picrolonic 0,01 n, avînd grijă de a se asigura un ușor exces. Precipitatul format se filtrează la cald sau după răcire, printr-un creuzet filtrant G_3, se spală cu apă, alcool și eter, se usucă la trompa de vid și se cîntărește. Rezultatele fiind afectate de erori care variază între 0,04 și 0,5%.

Tabela 4

Date experimentale

Nr.	folosit $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ cmc	cîntărit $Cu(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 2{,}5H_2O$ grame	găsit Cu %	calculat Cu %	E %
1	4	0,1255	25,54	25,46	+0,32
2	6	0,1881	25,51	„	+0,2
3	2	0,0628	25,56	„	+0,4
4	2	0,0627	25,51	„	+0,2
5	8	0,2509	25,53	„	+0,28
6	7	0,2185	25,41	„	−0,2
7	7	0,2192	25,50	„	+0,16
8	5	0,1564	25,47	„	+0,04
9	4	0,1254	25,52	„	−0,24
10	5	0,1559	25,39	„	+0,28
11	8	0,2508	25,52	„	+0,28
12	3	0,0942	25,57	„	+0,44
13	6	0,1877	25,47	„	+0,04
14	3	0,0943	25,59	„	+0,52

CONCLUZII

Sensibilitatea reacției de 3.10^{-6} gr/cmc precum și calitățile oferite de precipitatul format arată că picrolonatul de cupru $Cu(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 2{,}5\,H_2O$ poate fi întrebuințat ca metodă rapidă comodă și destul de exactă pentru dozarea gravimetrică a cuprului.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Dworzak und W. Reich-Rohrwig: Z. Anal. Chem. *86*, 98, 1931.
2. F. Hecht, W. Reich-Rohrwig und H. Brent: Z. Anal. Chem. *95*, 152, 1933.
3. F. Hecht und W. Ehrmann: Z. Anal. Chem. *100*, 87, 1935.
4. D. Becherescu: Bul. științific și tehnic al Inst. Polit. Timiș., *281*, 15, 1956.
5. J. Dick: Z. f. Anal. Chem. *77*, 352—63, 1929.

UNE NOUVELLE MÉTHODE RAPIDE POUR LE DOSAGE GRAVIMÉTRIQUE DU CUIVRE

(RÉSUMÉ)

Dans ce travail, on décrit une nouvelle méthode rapide pour le dosage du Cu^{+2}.

La méthode est basée sur la précipitation du Cu^{+2} avec l'acide picrolonique sous la forme de $Cu(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 2{,}5H_2O$. Le précipité est pesé comme tel après le lavage à l'alcool et à l'éther.

La méthode est rapide et assez précise.

НОВЫЙ СКОРЫЙ МЕТОД ГРАВИМЕТРИЧЕСКОЙ ДОЗИРОВКИ МЕДИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе излогается новый скорый метод дозировки Cu^{+2}.

Метод основывается на осаждении Cu^{+2} с пикролоновой кислотой в виде $Cu(C_{10}N_4O_5H_7)_2 \cdot 2{,}5H_2O$.

Осадок взвешивается после промывки спиртом и эфиром.

Метод скор и достаточно точен.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

CONTRIBUŢII LA STUDIUL MICROGRAFIC AL ERUPTIVULUI ŞI AL MINERALIZĂRII APOMAGMATICE DIN VALEA TISEI DIN MUNŢII METALICI APUSENI (REGIUNEA HUNEDOARA)

DE

VICTOR LAŢIU

Lucrare prezentată în „Sesiunea de comunicări ştiinţifice" a Institutului Politehnic din Timişoara, ţinută în 17 martie 1956

Regiunea minieră S t ă n i j a, din Hunedoara, este situată, la cca 35 km spre nord-est de centrul minier *Brad,* în mijlocul „patrulaterului aurifer" al *Munţilor Metalici Apuseni.*

Activitatea minieră în această regiune, iniţiată încă din vremuri străvechi, a fost practicată în mod sistematic cu deosebire în vremea stăpînirii Romanilor în D a c i a de altădată, *Transilvania* de astăzi.

Urmele acestei activităţi sînt întîlnite în galeriile sculptate în daltă descoperite în diferite locuri din împrejurimile localităţii *Stănija.* Astfel, vestigiile activităţii miniere de odinioară, desfăşurată în această regiune, sînt conservate în galeria „Colţu" din panta stîngă a Văii Ciungilor, în galeria „Iadului" din zona mijlocie a Vîrfului Fericel (1172 m) şi în galeria din versantul drept al Pîrăului Cuiului, afluent al Văii Tisa, ultima cercetată şi de noi, în luna mai 1935, fiind deschisă şi sculptată în rocă eruptivă compactă.

Raporturile geologice-miniere ale zăcămintelor filoniene cu conţinut de lamprite aurifere din *Valea Tisei,* un afluent pe stînga al Văii Ciungilor, se pot urmări şi studia în cele cîteva galerii de coastă, săpate de localnici, aproape de nivelul acestei văi, unele pe dreapta iar majoritatea în versantul stîng al profilului său natural (fig. 1).

Galeriile, în care au fost interceptate filoanele metalifere din regiunea mineralizată a *Văii Tisei,* au o lungime redusă şi sînt deschise la marginea eruptivului a n d e z i t i c erodat de profilul acestei văi. Puterea sau grosimea filoanelor interceptate în deschiderile acestor galerii este, de asemenea, redusă, iar filoanele sînt distanţate între ele cu 50—150 m şi au o orientare, ca direcţie, variată şi şovăitoare, cu oscilaţii nord-vestice, nord-estice şi nord-sudice.

Umplutura mineralizată a acestor filoane, cu o origine genetică apomagmatică şi cu un caracter metalogenetic meso- şi epitermal, este constituită

dintr-o gangă de *calcită* şi *cuarţ*, însămînţată cu dispersări fin granulate de *pirită, calcopirită* şi *blendă*, de care este conexată apoi apariţia, macroscopic destul de redusă, a *aurului* nativ, necombinat.

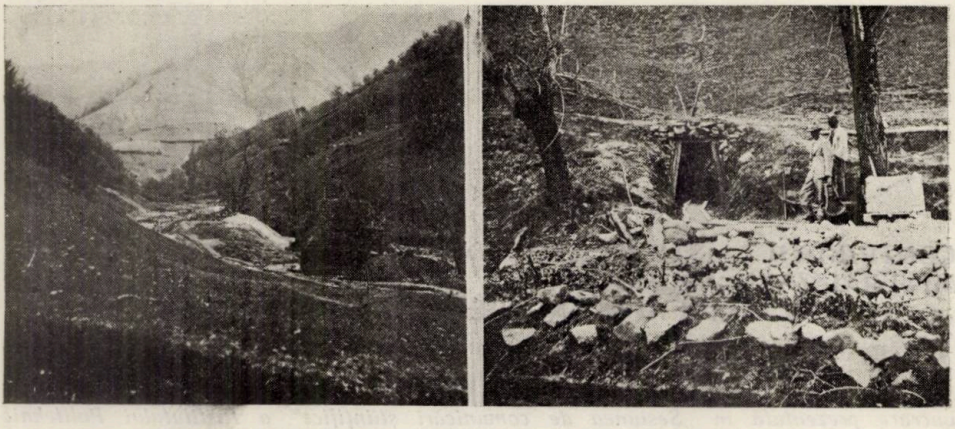


Fig. 1 *a, b.*

PARTICULARITĂŢILE MICROGRAFICE ALE ERUPTIVULUI ŞI ALE MINERALIZĂRII METALIFERE DIN VALEA TISEI

În vederea determinării naturii petrografice a *eruptivului*, străpuns în galeriile săpate în *versantul drept* al *Văii Tisei*, şi a *paragenezelor* din umplutura minerală a formaţiilor filoniene interceptate în aceste galerii, am examinat, pe cale microscopică şi calcografică, mai multe probe de roca eruptivă şi de minereu, recoltate de noi, în luna mai 1935, cu ocazia cercetării acestei regiuni miniere.

Acest studiu micrografic, efectuat încă în 1936, nu a fost publicat însă la timpul său în perspectiva revenirii noastre în această regiune şi a achiziţionării de noi probe pentru un studiu mai amănunţit şi mai extins, îndeosebi, al *eruptivului*, prea puţin cunoscut pînă la acea dată în literatura publicată asupra acestei regiuni [1, 2].

Cercetările şi studiile ulterioare, întreprinse în această regiune [3, 4], nu relevează în întregime raporturile sale geologice şi miniere şi nu relatează complet şi suficient de precizat, îndeosebi, particularităţile micrografice ale *eruptivului*, de a cărui activitate apomagmatică este conexată mineralizaţia sa filoniană, încît, datele noastre asupra unor probe încă nestudiate nu sînt lipsite, astfel, de conţinutul inedit al unei contribuţii ştiinţifice.

Astfel, roca eruptivă recoltată de la gura galeriei deschise în versantul drept al *Văii Tisei*, la cca 10 m deasupra nivelului său actual şi la 100—150 m mai jos de revărsarea, în această vale, a afluentului său „Pîrăul Calului", se comportă, din punct de vedere micrografic, ca un *andezit cu amfibol* p r o p i l i t i z a t, individualizat în două varietăţi: una, în nuanţe surii mai întunecate şi alta, în nuanţe surii mai deschise.

Această rocă poate fi considerată ca o apariţie vestică a eruptivului andezitic din „Dealul Ungurului“ (1 043 m), de care este conexată mineralizaţia filoniană a exploatărilor miniere de la *Stănija* [5], situată la 6—7 km spre est de regiunea mineralizată din *Valea Tisei,* de care, aceasta, este despărţită prin fîşia largă a sedimentelor cretacice din structura geologică a regiunii intermediare, care culminează în „Vîrful Fericelului“ (1 172 m).

În mod specificat, *andezitul* interceptat în versantul drept al *Văii Tisei,* examinat — în secţiune subţire — la microscopul polarizant, are o structură porfirică, pilotaxitică-hialopilitică, şi este constituit din feldspaţi plagioclazi fenocristalini de dimensiune variată (0,1—2 mm) reprezentaţi prin termenii : *andezin-labrador,* separaţi în forma de cristale prismatice sau tabulare idiomorfe, frecvent maclate în hemitropii normale, paralele şi complexe (Albit, Albit-Karlsbad, Albit-Periclin), iar, uneori, cu structură zonată cu recurenţe bazice, rezultată în urma unei reînviorări de temperatură şi a unei variaţii de compoziţie chimică, desfăşurate în interiorul magmei generatoare în cursul procesului său de cristalizare intratelurică parţială.

Majoritatea fenocristalelor de plagioclazi, însămînţate în masa fundamentală pilotaxitică-hialopilitică a rocei andezitice, deşi destul de bine conservate, prezintă, totuşi, diferite stadii de caolinizare şi de calcifiere epigenetică. Ca incluziuni conţin microlite de *apatită,* iar sporadic de *zircon* sau de *epidot,* alături de celelalte produse de transformare secundară.

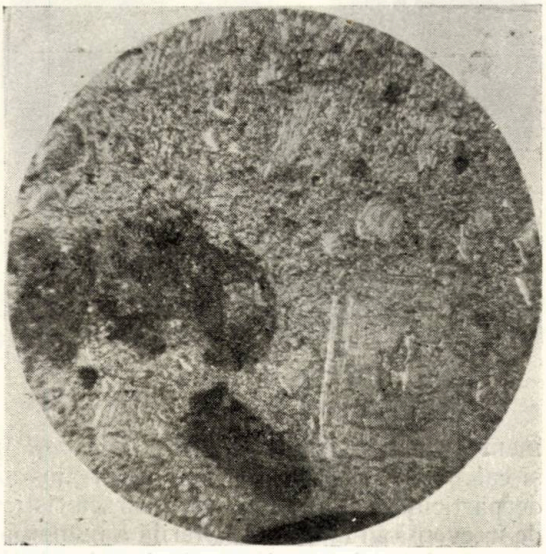


Fig. 2 *a.*

Componentul femic faneromer al rocei analizate este *amfibolul verde* sau *hornblenda comună,* transformat, parţial sau integral prin procesul de propilitizare, în *clorită* (clinoclor), *penină* şi *epidot.* De asemenea, cristalele prismatice automorfe de *amfibol verde,* bine dezvoltate (1—4 mm), policroice şi cu o extincţie înclinată : Ng/c= =15—21°, iar uneori maclate după (100), sînt, de regulă, tivite sau însămînţate cu granulaţiuni negre opace de *magnetită,* ca produse de resorbţie magmatică, şi sînt străbătute sau acoperite parţial de infiltraţii secundare de *calcită.* Particularitatea micrografică a acestor cristale este, totuşi, substituirea lor metasomatică, parţială sau totală, prin produsele verzui de propilitizare (fig. 2).

Determinînd raporturile planimetrice cantitative ale componentelor minerale din componenţa rocei andezitice analizate, am găsit, din valoarea medie a cinci citiri, efectuate cu masa de integraţie sistem C. Leitz, următoarea compoziţie procentuală :

Feldspaţi plagioclazi fenocristalini	28,73%
Amfibol verde	13,58%
Componente accesorii (apatit, zircon, magnetit, epidot) .	6,92%
Masă fundamentală pilotaxitică-hialopilitică	50,77%
Total :	100,00%

Greutatea specifică spaţială a acestei roci, determinată cu balanţa Westphal, la 18 °C, este = =2,6697.

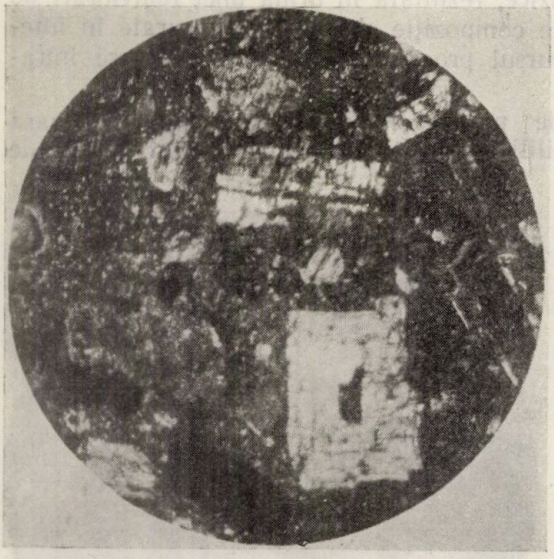


Fig. 2 *b*.

O rocă similară, cu feldspaţii plagioclazi complet caolinizaţi şi calcifiaţi şi cu amfibolul verde complet transformat în pseudomorfoze din produse verzi cloritoase de propilitizare, apare şi în deschiderea unei galerii săpate în versantul stîng al *Văii Tisei*.

O altă probă, recoltată din umplutura sterilă a unui filon interceptat în deschiderea unei galerii de coastă săpată, de asemenea, în versantul stîng al acestei văi, examinată — în secţiune subţire — la microscopul polarizant, este constituită din numeroase granule şi fragmente xenomorfe de *cuarţ*, din fragmente prismatice-tabulare de *feldspaţi plagioclazi*, complet caolinizate şi calcifiate, şi din element pelitic argilos-nămolos, prezentînd, astfel, o serie de particularităţi micrografice caracteristice formaţiunii de „glauch", atît de frecventă în umplutura sterilă a numeroase filoane din structura geologică a „patrulaterului aurifer" din interiorul *Munţilor Metalici Apuseni*.

În fine, examinînd, pe cale calcografică, diferite probe de minereu recoltate din mai multe galerii, acestea apar constituite din concreşteri granulare idiomorfe de *pirită*, străbătute de curenţi infiltrativi, cu un caracter paragenetic de cimentaţie ascendentă, de *calcopirită*, a cărei prezenţă nu era semnalată în literatura publicată, înainte de 1935, asupra mineralizaţiei din subsolul acestei regiuni miniere. În asociaţie cu aceste lamprite, re-

marcăm încă prezenţa, în cantitate mai redusă, a *blendei,* cu conţinut, uneori, de picuri de *calcopirită* ,emulsionaţi prin desamestec, pledînd, astfel, pentru o origine a sa primară, ascendentă.

Prin corodarea secţiunilor lustruite, din probele analizate, cu HNO_3, se evidenţiază conţinutul lor în *aur* nativ însămînţat în masa granulelor de *pirită* şi *calcopirită* în forma de incluziuni de dimensiuni micronice (1—4 μ) cu o distribuţie cantitativă neuniformă, iar, uneori, în forma de concentraţii mai bogate sau de diseminări răzlеţe, în ambele cazuri, cu reflexe galbene aurii sau argintii.

În general, conţinutul în a u r nativ al probelor analizate este destul de fluctuant şi de redus sau scăzut.

CONCLUZII

Zăcămintele filoniene cu conţinut de lamprite aurifere din *Valea Tisei,* cu o origine genetică apomagmatică hidrotermală şi cu un caracter metalogenetic meso- şi epitermal, completează sistemul de fisuri şi liniile de dislocare tectonică din *eruptivul andezitic* propilitizat conex şi din formaţia de „fliş" înconjurătoare.

Umplutura mineralizată a acestor zăcăminte, cu o grosime redusă şi cu o direcţie nord-sudică cu deviaţii estice sau vestice, este constituită din o gangă de *calcită,* uneori cu caractere petrografice de „glauch" şi cu zone de silicifiere secundară, în care apar diseminate neuniform lamprite aurifere.

A u r u l , din conţinutul lor, apare numai în parte în stare liberă, ca aur nativ, deoarece, cea mai însemnată parte a acestui metal este însămînţată în masa celor două lamprite predominante, în *pirită* şi în *calcopirită,* în în forma de granule microscopice şi ultramicroscopice, iar, uneori, în forma de fluturaşi aderenţi la periferia granulelor de *pirită* sau chiar în forma de infiltraţii în golurile şi fisurile din masa acestora.

Prezenţa *calcopiritei* în masa mineralizaţiei filoniene din *Valea Tisei* este simptomatică şi poate fi considerată ca un indiciu pentru formarea şi existenţa unei eventuale zone de cimentaţie şi de îmbogăţire secundară a filoanelor aurifere din această ocurenţă, a cărei deschidere ar putea contribui la o accentuare a importanţei lor economice-miniere.

Filoanele aurifere din *Valea Tisei* prezintă, ca fel de mineralizare, unele analogii cu filoanele exploatate în deschiderile din eruptivul andezitic din „Dealul Ungurului" (1 043 m) de la *Stănija,* iar în privinţa distribuţiei neuniforme a *aurului* în conţinutul lor mineral, se apropie de caracterul metalogenetic al filoanelor apomagmatice din regiunea mineralizată a flişului cretacic, care culminează în „Cornul Fericelului" (1 121 m).

LABORATORUL DE MINERALOGIE-PETROGRAFIE
AL FACULTĂŢII DE CHIMIE INDUSTRIALĂ

BIBLIOGRAFIE

1. W. Tade: Der Bergbau in den Siebenbürgischen Landestheilen. Jahrbuch d. kgl. ung. geol. Anstalt. Bd. IX. Budapest,1890—95, p. 145—147.
2. M. v. Pálfy: Geologische Verhältnisse und Erzgänge der Bergbaue des Siebenbürgischen Erzgebirges. Jahrbuch d. kgl. ung. geol. Anstalt. Bd. XVIII, Budapest, 1911—12, p. 377—386.
3. E. şi L. Stoicovici: Minieritul din Valea Tisei (Jud. Hunedoara). Revista Muzeului Mineralogic-Geologic al Universităţii din Cluj, vol. VII, nr. 1—2, 1940—41, p. 111.
4. T. P. Ghitulescu et M. Socolescu: Étude géologique et minière des Monts Métallifères. Anuarul Institutului Geologic al Rominiei, volumul XXI, Bucureşti, 1941, p. 185.
5. A. Helke: Beiträge zur Kenntnis der Golderzgänge am Ungarberge und am Fericel bei Stanija im Siebenbürgischen Erzgebirge (Rumänien). Zeitschrift für Kristallographie, Mineralogie und Petrographie. Bd. 44, 1933, p. 265. Leipzig.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE MICROGRAPHIQUE DE L'ÉRUPTIF ET DE LA MINÉRALISATION APOMAGMATIQUE DE LA VALLÉE DE TISA DANS LES MONTAGNES „METALLIQUES DE L'OUEST" (REG. HUNEDOARA)

(RÉSUMÉ)

La minéralisation des filons métallifères-orifères, avec contenu d'or libre, de la vallée de *Tisa*, un affluent à gauche de la valée de *Ciungilor*, dans la région centrale du „trapèze orifère" des *Monts Métallique*, est en connexion génétique avec l'éruptif, pas encore étudié, des roches *andésites à amphibole propylitisées*.

L'analyse microscopique, effectué par nous, sur des échantillons recoltés dans la masse de cet éruptiff, précise, pour la première fois, son caractère pétrographique.

De même, l'analyse chalcographique, que nous avons entreprise, sur des échantillons de minérais recoltés dans la masse des filons ouverts par quelques galeries de côte, emplacées dans le profil naturel de la valée de *Tisa*, précise leur constitution minéralogique, formés de minerais de *pyrite* et de *chalcopyrite* avec ensemencements mécaniques *d'or* natif, libre.

La présence de la *chalcopyrite* dans la masse minéralisée de ces filons, identifiée par nous comme minerai composant de cémentation ascendente, est symptomatique et concluante pour la probabilité de la formation et de l'existence, dans leur masse, d'une zone secondaire d'enrichissement, par les processus de cémentation, contribuant ainsi à l'accentuation de leur importance économique et minière.

Le caractère métallogénetique de la minéralisation filoniene apomagmatique de la valée de *Tisa* est meso-epithermal.

Les filons métalifères, d'une épaisseur faible et orientés du nord au sud, avec des oscillations vers l'est et l'ouest, emplirent le système des fissures et de fractures de la masse d'éruptif andésitique et de la formation environnante du *flisch*.

La gangue ou la partie stérile de ces filons est constiuée par de la *calcite* (spath calcaire), ayant, quelquefois, les caractères pétrographiques de la formation de *glauch,* dans laquelle se disséminent irrégulierement le minerai de *pyrite* orifère, cémenté par celui de *chalcopyrite,* lui aussi orifère.

К МИКРОГРАФИЧЕСКОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ПОРОД И АПОМАГМАТИЧЕСКОЙ МИНЕРАЛИЗАЦИИ В ДОЛИНЕ ТИСЫ В ГОРАХ МЕТАЛИЧ АПУСЕНЬ ХУНЕДОРСКОЙ ОБЛАСТИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Жилистая железо-золотоносная минерализация в Долине Тисы, расположенной влево от Долины Чунжилор, в центре золотоносного четырехугольника в горах Металич Апусень связана вулканическими пропилитизированными андезитами с амфиболом, петрографическая природа которых не была еще изучена.

Микроскопический анализ собранных образцов из массы этой вулканической породы, произведенный нами, уточнил их петрографическое происхождение.

Кроме того, произведенный нами калкографический анализ собранных образцов руд из жилистых масс через несколько галерей расположенных в природном профиле Долины Тисы, уточняет их минералогический состав из пирита и медного золотоносного колчедана с рассеянными частицами чистого золота.

Присутствие медного колчедана в минерализированной массе этих жил, определенного нами как минерал восходящей цементации, является симптоматическим для образования и существования возможной зоны их обогощения благодаря процессам вторичной цементации, что особенно подчеркивает их экономическую важность.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
TIMIŞOARA
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
Tomul 2 (16) Fascicola 1

ŞOCUL ELASTIC LOCAL CA ŞOC NEELASTIC

DE

CORNEL SIMOI

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Încă Hertz a preconizat teoretic [1] şi Berger a confirmat experimental [2], că unda acustică provocată de şocul corpurilor rigide în interiorul lor, tulbură fenomenul de ciocnire, prin suprapunerea unor efecte străine.

Ramsauer [3] propune separarea ciocnirii propriu-zise de efectul de oscilaţie internă în acelaşi proces.

În cele ce urmează, ne propunem să examinăm un caz de ciocnire între două corpuri, dintre care unul are componente capabile de mişcări interne, cum ar fi oscilaţia.

Să presupunem că şocul are un caracter perfect elastic, dar se petrece între corpul rigid şi una dintre aceste componente mobile din corpul al doilea. Efectul perturbativ de mai sus, se amplifică considerabil în acest caz, bilanţurile de energie primind expresii caracteristice.

Fie masa punctuală m de viteză v care percutează perfect elastic şi central, componenta mobilă m_1 de viteză v_1, făcînd parte din sistemul de masă totală M şi viteză v_0. Vom nota vitezele de după şoc cu u pentru m, cu u_1 pentru m_1 şi cu u_0 pentru M, evaluate faţă de acelaşi observator inerţial. Viteza centrului de şoc $m—M$ să fie C_0 iar a lui $m—m_1$ să fie C_1. Vom considera toate vitezele ca avînd aceeaşi direcţie în spaţiu.

Se pot în acest caz defini doi coeficienţi de restituţie, corespunzînd celor două aspecte ale şocului : şoc între masa percutantă şi componenta mobilă, şi şocul între masa percutantă şi sistemul din care face parte m_1, adică :

K_1 pentru şocul $m—m_1$

K_0 pentru şocul $m—M$.

Ei vor avea valoarea :

$$K_1 = \frac{C_1 - u}{v - C_1} \tag{1}$$

$$K_0 = \frac{C_0 - u}{v - C_0} \tag{2}$$

unde :

$$C_1 = \frac{mv + m_1 v_1}{m + m_1} \tag{3}$$

şi

$$C_0 = \frac{mv + Mv_0}{m + M}. \tag{4}$$

Pentru că în cazul general $C_1 \neq C_0$, la rîndul său $K_1 = K_0$. Chiar cînd $K_1 = 1$ şocul cu M apare cu $K_0 \neq 1$.

Şocul dintre m şi componenta mobilă m_1 este un şoc local, care angajează sistemul M numai prin intermediul modificării mişcării lui m_1. Celelalte componente ale lui M nu-şi schimbă mişcarea. Totuşi centrul de masă a lui M îşi modifică impulsul cu aceeaşi cîtime ca şi m_1.

Prin urmare, şocul m—M va avea pentru M drept rezultat o variaţie de impuls, condiţionată de impulsul iniţial al lui m_1, nu a centrului de masă propriu, ceea ce determină caracterul neelastic al şocului considerat ca avînd loc între m şi centrul de masă al lui M.

Se poate deci spune :

Şocul elastic local este echivalent cu un şoc global neelastic.

Modelul de mai sus este un model real. Ori de cîte ori şocul dintre două corpuri antrenează componentele lor în mişcări interne, vibraţii, rotaţii, mişcări haotice, şocul nu mai poate fi considerat elastic, chiar dacă materialele din care sînt confecţionate au coeficientul de restituţie egal cu unitatea.

Cazul cînd energia cinetică iniţială se transformă pe durata şocului în energie termică e un caz particular, în care, sînt considerate drept componente tocmai moleculele şi atomii corpurilor.

Fireşte $K_0 = K_1 = 1$ dacă $C_0 = C_1$ adică :

$$\frac{mv + m_1 v_1}{m + m_1} = \frac{mv + Mv_0}{m + M}. \tag{5}$$

În general însă :

$$K_0 = \frac{\dfrac{mv + Mv_0}{m + M} - \dfrac{(m - m_1)v + 2m_1 v_1}{m + m_1}}{v - \dfrac{mv + Mv_0}{m + M}} \tag{6}$$

întrucît :

$$u = \frac{(m - m_1)v + 2m_1 v_1}{m + m_1}. \tag{7}$$

Să considerăm un caz simplificat în care $m=m_1 \ll M$. Modelul corespunde peretelui rigid ciocnit de moleculele de gaz, cu care se găseşte în contact.

K_0 din (6), prin această particularizare, devine :

$$K_0=\frac{mv}{M(v+v_0)}-\frac{v_1-v_0}{v+v_0}. \tag{8}$$

Deoarece m este neglijabil în raport cu M, termenul întîi poate fi neglijat. Notînd cu w diferenţa $v-v_0$, care reprezintă tocmai viteza de mişcare a componentei m_1 în raport cu centrul de masă al lui M, adică o *viteză internă*, K_0 devine :

$$K_0=-\frac{w}{v+v_0} \tag{9}$$

iar dacă observatorul se află în sistemul inerţial al lui M, deci dacă $v_0=0$, întrucît, în acest caz $w=v_1-v_0=v_1$:

$$K_0=-\frac{v_1}{v_0}. \tag{10}$$

Rezultă de aci că şocul are un caracter elastic ($K=1$), dacă viteza corpului percutant este egală şi de sens contrar cu viteza componentei mobile percutate.

Dacă viteza mobilului exterior este mai mare în valoare absolută decît a celui interior, K_0 are valoare subunitară, corespunzînd unui *şoc subelastic*. Cazul contrar conduce la o valoare supraunitară corespunzînd unui *şoc supraelastic*.

Şocul macroscopic cu dezvoltare de căldură, aşa cum se admite în general, nu poate decurge cu restituţii supraunitare. Totuşi aşa cum am arătat în altă parte *) şocul molecular microscopic, al moleculelor de gaz cu pereţi mai calzi decît gazul, în anumite condiţii, apare ca un şoc supraelastic, în concordanţă cu concluziile anterioare.

In generalizarea de mai sus, şocul sub sau supra elastic are loc ori de cîte ori energia internă a corpurilor care participă la ciocnire nu rămîne constantă, indiferent de forma în care este înmagazinată, energie termică sau mecanică de tipul energiei de oscilaţie sau rotaţie a componentelor macroscopice ale sistemului.

Notînd cu U energia internă a sistemului M, bilanţul total al energiei se scrie :

$$\frac{mv^2}{2}+\frac{Mv_0^2}{2}+U=\text{const.} \tag{11}$$

Dacă U e constant şocul este elastic, dacă variaţia lui U este pozitivă subelastic, iar dacă e negativă, supraelastic.

*) Presiunea termică a gazelor la contactul neizoterm cu pereţii com. Baza Acad. R.P.R. Timişoara, 18 mai 1956.

BIBLIOGRAFIE

1. Hertz: Journal für reine und angew. Math. 92 (1881).
2. Berger: *Das Gesetz des Kraftsverlaufs beim Stoss,* Braunschweig, 1924.
3. Ramsauer: Ann. Phys. 30 (1909), p. 417.
4. A. I. Nekrasov: *Curs de mecanică teoretică,* vol. II, Bucureşti, 1956.

LE CHOC ÉLASTIQUE LOCAL COMME CHOC NON ÉLASTIQUE

(RÉSUMÉ)

On considère le choc mécanique, dans lequel apparaissent, simultanément avec les effets thermiques, aussi d'autres effets secondaires, oscilations internes, mouvements interne de rotation, etc.

Dans le choc local, d'une masse rigide m, avec une composante libre m_1 d'un système M, s'impose la définition de deux coefficients de restitution : un coefficient local K_1 et un autre global K_0, inégaux entre eux. On constate comment K_0 peut prendre des valeurs soit plus grandes, soit plus petites que l'unité. Ces valeurs caractérisent des chocs nommés surélastiques, respectivement sous-élastiques, selon que l'énergie interne totale diminue ou croît durant le choc.

УПРУГИЙ МЕСТНЫЙ УДАР РАСМОТРЕННЫЙ КАК НЕУПРУГИЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Имеется в виду механический удар, в котором кроме побочных термических эфектов, появляются внутренние движения, колебания или линейные движения подвижных компонентов.

При местном ударе системы с одной свободной составляющей, требуется определение двух коэфициентов переобработки: местного K_1 и общего K_0, различных между собой.

Устанавливается при каких условиях K_0 может быть больше или меньше единицы, т. е. удары сверхупруги или подупруги, в зависимоста от возрастания или понижения внутренней общей энергии за время удари.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

O DOVADĂ EXPERIMENTALĂ A CONSERVĂRII IMPULSULUI ÎN PROCESELE DE DIFUZIE TERMICĂ MOLECULARĂ

DE

C. SIMOI, T. SUHĂŢEANU şi J. KREMMER

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Difuzia moleculară, termică, e un proces complex, care, pe lîngă transferurile de energie cinetică, prin şocuri de la moleculă la moleculă, dă loc la absorbţii de energie sub formă internă, vibraţii şi rotaţii ale atomilor care compun molecula şi totodată la emisii de radiaţii luminoase, sau infraroşii.

Fenomene similare, la efectul Compton, unde de asemenea se intercalează şocuri asociate cu emisii, au dat loc la controverse pe tema dacă impulsul se conservă sau nu în procesele de difuzie a particulelor elementare. Teza neconservării a fost susţinută de Bohr, Kramers şi Slater în baza unor experienţe imaginate în acest scop. Teza conservării s-a impus în urma cunoscutelor experienţe ale lui Bothe-Geiger şi Compton şi mai tîrziu ale lui Grane, Garther şi Thurin.

În cele ce urmează, prezentăm o experienţă care demonstrează că şi în procesele de difuzie termică sînt valabile legile de conservare ale impulsului, ca şi în cazul de mai sus.

Principiul. Efectul radiometric constînd în producerea unei presiuni termice diferenţiale a unui gaz rarefiat pe o paletă mobilă, încălzită diferit pe cele două feţe, separă două forţe, una captată pe paletă şi una transmisă gazului sub forma unui fascicol molecular de viteză mărită faţă de viteza termică a moleculelor din gaz. Fascicolul difuzează treptat în masa gazului.

Problema se pune de a verifica dacă impulsul primit de către pereţii vasului de la fascicolul difuzat este sau nu egal cu cel primit de către paletă la reflectarea fascicolului nedifuzat.

Dispozitiv experimental. Un tub de sticlă de 40 mm diametru şi 500 mm lungime (fig. 1) se poate închide la capete prin două capace cu şlif, astfel încît să permită fixarea în interior a două contacte din

fir de cupru de 2 mm diametru, curbate în unghi drept şi prinse în tuburile de ieşire cu piseină.

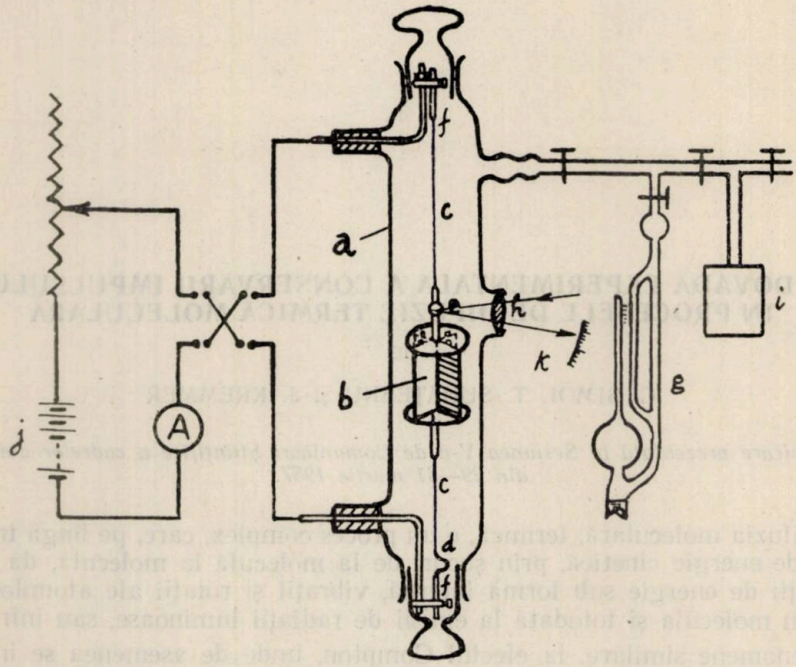


Fig. 1.

Într-un dispozitiv de fixare cu şuruburi, între cele două contacte este aşezat vertical echipajul mobil constînd din : două plăci de mică aşezate în cruce, formînd o morişcă cu patru palete, fiecare de dimensiunile 40 mm lungime şi 12 mm lăţime. Deasupra morişti este fixată o oglindă de galvanometru în dreptul căreia este aşezată, în peretele tubului, o lentilă de o dioptrie, etanşeizată cu piseină sub o garnitură de alamă.

Suspensiunea de cele două contacte s-a făcut cu fire de cuarţ argintate. Pe lamele de mică a fost bobinată pe o singură faţă, sîrmă subţire lamelară, de mare rezistenţă electrică, astfel încît pe cele patru aripioare s-a obţinut o rezistenţă totală de circa 4 000 ohmi. Bobinarea s-a făcut prin dinţarea fină a foiţei de mică, astfel încît firul să poată fi întors pe aceeaşi faţă a ei.

La trecerea curentului prin rezistenţă se încălzesc feţele morişti aşezate în acelaşi sens de rotaţie şi morişca roteşte datorită surplusului de impuls primit pe faţa caldă din partea moleculelor gazului. Momentul forţei datorită presiunii radiometrice egalează cuplul de torsiune al firului de cuarţ, la un unghi de rotire măsurabil prin deviaţia unui spot luminos pe o scală gradată.

Încălzirea s-a făcut cu curent continuu, presiunea gazului fiind controlată cu un manometru Mac Leod, sistem Holland Merten, cu piston plu-

titor în mercur. Vidarea incintei s-a efectuat direct cu o pompă rotativă cu ulei, cu două etaje.

Firele de cuarț au fost trase în flacără oxiacetilenică, de grosimi de ordinul de mărime la care acesta devine curgător, flexibil și metalizate prin suprapunerea de două trei straturi fine de argint, depuse chimic, dintr-o soluție de NO_3Ag, prin reducere cu zahăr invertit. După multe încercări, depunerile în straturi au atins conductibilități corespunzînd la 30—40 ohmi de fir de lungime 180 mm, în peliculă lucitoare și continuă.

Întreg aparatul este fixat prin două brățări de peretele de zid al camerei, dispozitivul de fixare permițînd prin două șuruburi, așezarea lui riguros verticală.

Firele de cuarț, argintate, după ce au fost cuprate electrolitic la capete pe o lungime de cîțiva mm, sînt lipite cu cositor de contactul deasupra oglinzii și de două fire de cupru de 1 mm grosime, care se fixează în tijele de la capetele tubului.

Introducerea dispozitivului mobil în tub se face prin partea de sus, evitînd torsiunile locale ale firelor, ca și abaterile de la verticală la fixare. Eventualele neomogenități la argintarea firului, care ar putea duce la torsionări din cauza încălzirii neuniforme a lui, se pun în evidență prin încălzirea sub curent a echipajului, după ce în prealabil rezistențele de pe palete au fost scurtcircuitate.

Cuplul de torsiune al firelor, determinat prin metoda maselor adiționale, la o intensitate de curent de 5 mA avea valoarea $5{,}5 \cdot 10^{-6}$ grf · cm.

Datorită efectului radiometric, la presiuni sub un mm mercur, spotul luminos reflectat de oglinda de pe echipaj este deviat observabil la intensități de curent de 1—2 mA, deviațiile crescînd nelinear cu intensitatea curentului de încălzire. Ele depind de presiunea gazului ceea ce ar permite folosirea lui în scopuri manometrice.

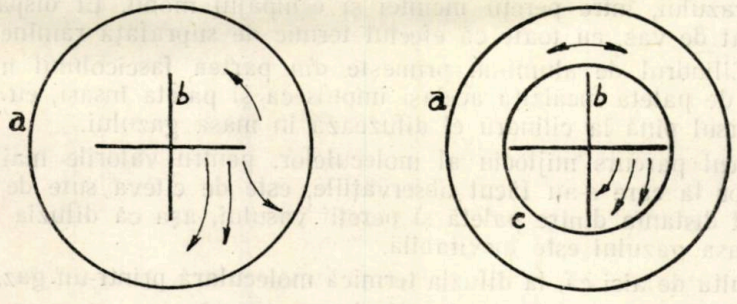


Fig. 2.

Dificultăți în mînuirea aparatului ridică amortizarea foarte lentă a oscilațiilor echipajului. Pentru a evita producerea de oscilații se impune variația foarte lentă a curentului de încălzire, pînă la atingerea intensității de regim.

Rezultate. Şocul neelastic al moleculelor de gaz cu paleta încălzită pe o faţă la o temperatură mai ridicată, produce o presiune diferenţială pe paletă, măsurabilă prin deviaţiile spotului.

Iată cîteva rezultate :

Presiunea gazului, în mm Hg	Int. curentului de încălzire, în ma	Deviaţiile spotului, în mm
0,022	5	103
0,09	5	46
0,091	5	45
0,10	5	43,5
0,2	5	25
0,31	5	15
0,92	5	4,5

Morişca de mică a fost introdusă într-un cilindru de foiţă de aluminiu care rotea odată cu echipajul mobil.

Repetînd aceleaşi încercări nu au mai putut fi observate nici un fel de deviaţii.

Chiar la intensităţi mari de curent, deviaţiile nu apar, sau au un caracter de mici oscilaţii neregulate în jurul poziţiei de zero, datorîndu-se probabil încălzirii neuniforme a firului (fig. 2).

CONCLUZII

În baza acestei experienţe se pot trage următoarele concluzii :

a) Efectul radiometric constă în interacţiunea prin intermediul moleculelor gazului, între pereţii incintei şi echipajul mobil. El dispare dacă este izolat de vas, cu toate că efectul termic de suprafaţă rămîne acelaşi.

b) Cilindrul de aluminiu primeşte din partea fascicolului molecular reflectat de paleta încălzită acelaşi impuls ca şi paleta însăşi, cu toate că pe parcursul pînă la cilindru el difuzează în masa gazului.

Liberul parcurs mijlociu al moleculelor, pentru valorile mai mari a presiunilor la care s-au făcut observaţiile, este de cîteva sute de ori mai mic decît distanţa dintre paletă şi pereţii vasului, aşa că difuzia impulsului în masa gazului este inevitabilă.

Rezultă de aici că, la difuzia termică moleculară printr-un gaz, în limitele preciziei metodei folosite, impulsul se conservă.

BIBLIOGRAFIE

1. E. V. Spolschi: *Fizica atomică,* vol. I. Editura Tehnică, 1952.
2. Dunoyer: *La tehnique du vide,* Paris, 1924.

UNE PREUVE EXPÉRIMENTALE DE LA CONSERVATION DE L'IMPULSION DANS LES PROCESSUS DE DIFFUSION THÉRMIQUE MOLÉCULAIRE

(RÉSUMÉ)

On emploi le dispositif de la figure (1) : a) tube en verre à convercle étanché par polissage, b) moulinet en mica à resistance de chauffage superficielle, c) fils de torsion en quartz, d) arc pour tendre le fil, f) dispositif démontable servant à fixer, g) jauge Mac Leod, h) lentille, i) pompe à vide, j) circuit d'alimentation, k) échelle de lecture.

Le moulinet, chauffé superficiellement électriquement, produit, par la torsion, des déviation (voir tableau no. 1). En couvrant le moulinet d'un cylindre en aluminium, lui aussi mobile, les déviations disparaissent ; c'est une preuve que l'effet radiométrique este un phénomène interaction avec les parois et que la diffusion du fascicule moléculaire depuis le moulinet jusqu'à la parois conserve l'impulsion.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА В ПРОЦЕССАХ ТЕРМИЧЕСКОЙ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИФФУЗИИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Используется приспособление рис. 1, где : а) стеклянная трубка с притертыми крышками, б) слюдяная мельница с сопротивлением поверхностному нагреву, в) кварцевые нити кручения, г) пружина натягивающая нить, д) разъемное устройство для крепления, е) указатель Мак Леод, ж) линза, з) вакуумнасое, и) цепь питания, к) шкала.

Мельница поверхностно нагретая электрическим током, производит при кручении отклонения приведенные в таблице (1).

Покрыв мельницу алюминиевым цилиндром, который движется вместе с ней, отклонения исчезают указывая на то, что радиометрический эффект является результатом взаимодействия со стенками и что рассеяшие молекулярного пучка от мельницы до стенки сохраняет импульс.

BUDAPESTI MŰSZAKI FŐISKOLA KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

OBŢINEREA AMIDONULUI SOLUBIL

DE
E. KIMMEL şi A. FRIDLOVSCHI

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957.

Industria textilă utilizează mari cantităţi de amidon. De la ancolaj şi apretură pînă la amidonajul practicat de gospodină, se poate spune că bumbacul nu se lucrează fără amidon.

Amidonul constituind deci baza pentru aproape toate băile de ancolaj şi apretură, este important să se ia în considerare proprietăţile esenţiale ale produsului ideal.

În primul rînd trebuie să aibă o mare putere de pătrundere, să fie un bun liant şi în acelaşi timp să culce perfect fibrele. Rezultatul va fi o creştere a rezistenţei firelor şi obţinerea unui fir rotunjit şi suplu. În afară de aceasta luciul şi culorile firelor şi ţesăturilor vopsite nu trebuie să fie influenţate, de aceea este necesar ca apretul obţinut să fie perfect transparent. O altă cerinţă importantă pentru un produs ideal de ancolaj este ca ţesăturile să poată fi uşor dezancolate, în special dacă trebuie să fie albite şi vopsite.

Pentru ca amidonul să aibă toate aceste proprietăţi trebuie mai întîi transformat în amidon solubil prin scindare.

Obţinerea amidonului solubil poate avea loc prin : scindare mecanică, prin fierbere cu apă sub presiune, enzimatică şi chimică [1].

Dezagregarea mecanică şi prin fierbere, prezintă dezavantajul de a da numai o scindare incipientă [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8].

Prin transformarea biochimică a amidonului cu fermenţi se obţin soluţii cu viscozitate mică şi clare ; dar aceste soluţii conţin şi produşi nedoriţi ca : dextrină, maltoză şi glucoză. Tratamentul cu fermenţi diastatici necesită o mare precauţie, efectul lor fiind greu de oprit în momentul dorit [1].

În privinţa scindării amidonului pe cale chimică s-au publicat o serie de procedee, ca de exemplu : tratare cu acizi, cu alcalii, cu săruri, cu substanţe organice şi cu substanţe oxidante ca : oxigenul, clorul, clorura de var, cloramina, perboraţi, persulfaţi, permanganaţi etc. [9, 10, 11].

Sînt puţine procedee cunoscute însă, care într-adevăr au fost introduse în practică cu rezultate calitative şi economice corespunzătoare.

Lucrarea prezentată aici a avut ca scop obţinerea unui amidon solubil de foarte bună calitate, atît pentru scop analitic cît şi pentru a înlocui în fabricile noastre textile, produsele mai scumpe şi cu mai mică siguranţă şi eficacitate în lucru.

Scindarea amidonului cu hipoclorit de sodiu prezintă avantajul economic al materiei prime ieftine, al siguranţei în lucru şi al obţinerii unui produs cu vîscozitate mică şi solubilitate mare, fără dextrină, maltoză şi glucoză, dar cu capacitate intactă de lipire şi întărire. Materia primă folosită a fost: amidonul din cartofi STAS 7-53 şi hipoclorit de sodiu STAS 918-50.

Pentru prepararea amidonului solubil, prin scindare cu hipoclorit de sodiu, s-a folosit în cele ce urmează metoda următoare: se amestecă amidonul cu apă în cantităţi egale şi se tratează cu hipoclorit de sodiu agitînd. Concentraţia în clor activ scade la început brusc, fiind însoţită de o ridicare de temperatură, apoi temperatura scade, iar conţinutul în clor activ ajunge practic nul. În tot timpul reacţiei controlul concentraţiei în clor activ se face cu o soluţie de iodură de potasiu 3,9 g la litru. După dispariţia completă a clorului amidonul se filtrează, se spală bine cu apă pînă la dispariţia ionului de clor şi se usucă la 45—50 °C.

Pentru stabilirea condiţiilor optime de obţinere a unui amidon solubil de calitate superioară, s-au executat următoarele încercări:

— Raportul optim între cantităţile de hipoclorit şi de amidon s-a stabilit printr-o serie de probe în care, păstrînd aceleaşi condiţii, s-a variat cantitatea de hipoclorit pentru acelaşi conţinut de amidon nativ. S-a constatat că raportul optim este de 30 părţi în volum hipoclorit de sodiu, cu 150 g clor activ la litru, pentru 100 părţi de amidon în greutate, la care s-a obţinut un produs cu solubilitate mare, vîscozitate mică şi toate celelalte însuşiri cerute pentru un amidon solubil de bună calitate.

Pentru raporturi mai mici decît 30 la 100 solubilitatea amidonului scade şi vîscozitatea soluţiilor creşte. Pentru un raport dublu (60 la 100) vîscozitatea şi solubilitatea se menţin foarte apropiate de acelea ale raportului 30 la 100, iar pentru raporturi mai mari decît dublu temperatura se ridică la 50—55 °C şi se obţine chiar de la amestecare un terci.

Rezultatele sînt date în tabela 1 şi diagrama 1, care redau vîscozitatea amidonului solubil în funcţie de cantitatea de hipoclorit de sodiu cu 160 g clor activ la litru, la 20 °C şi 10% concentraţie în amidon.

— S-a studiat scindarea amidonului cu soluţii de hipoclorit de sodiu, cu diferite concentraţii de clor activ, menţinînd constant raportul între cantitatea de amidon şi cantitatea globală de clor activ. Din tabela 2 reiese, că la o concentraţie de 105—172 g clor activ la litru hipoclorit, vîscozităţile soluţiilor de amidon pot fi considerate practic constante, obţinînd un amidon solubil de bună calitate. Cu o soluţie cu 50 g clor activ la litru se obţine un amidon care se solubilizează greu, iar cu 30 g clor activ la litru, amidonul practic nu se mai scindează. Începînd de la o concentraţie de 50 g clor activ la litru, hipocloritul de sodiu deci nu mai are o acţiune remarcabilă asupra amidonului.

La determinarea vîscozității s-a folosit o soluție apoasă de amidon solubil 10%.

Tabela 1

Raportul hipoclorit/amidon	Vîscozitatea în centipoise $\eta 20°$
3,75/100	29,182
7,50/100	26,410
15,00/100	18,873
22,50/100	12,595
30,00/100	5,466
60,00/100	5,438
90,00/100	se gelifică

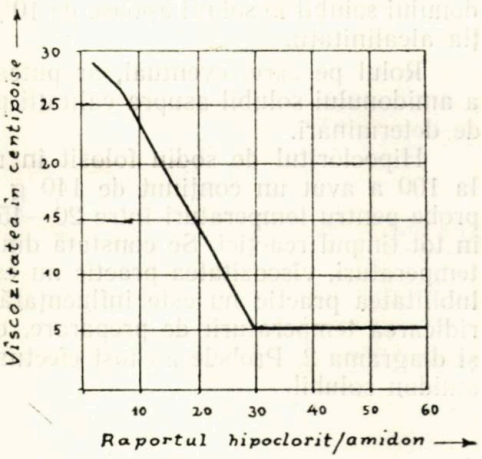


Diagrama 1

Tabela 2

g·clor activ/l hipoclorit de sodiu	Volumul hipocloritului de sodiu, în ml	Vîscozitatea în centipoise η 20°	g·clor activ/l hipoclorit de sodiu	Volumul hipocloritului de sodiu, în ml	Vîscozitatea în centipoise η 20°
172	13	5,684	105	21	5,836
160	14	5,894	50	45	greu solubil
138	16	5,418	30	75	insolubil
115	20	5,431			

S-au făcut determinări pentru stabilirea influenței alcalinității soluțiilor de hipoclorit de sodiu asupra calității amidonului solubil obținut. În acest scop amidonul s-a tratat cu soluție de hipoclorit de sodiu cu 160 g clor activ la litru cu alcalinitate variabilă, menținînd celelalte condiții optime stabilite anterior.

Tabela 3

g NaOH/l	g Na_2CO_3/l	Vîscozitatea în centipoise η 20°	g NaOH/l	g Na_2CO_3/l	Vîscozitatea în centipoise η 20°
21,5	28,8	5,894	13,0	17,7	5,731
17,0	17,0	5,395	10,5	14,3	5,542

Din tabela 3 rejese că între limitele cercetate de 10,5—21,5 g hidroxid de sodiu la litru şi 14,3—28,8 g carbonat de sodiu la litru, vîscozitatea amidonului solubil în soluţii apoase de 10%, practic nu este influenţată de variaţia alcalinităţii.

Rolul pe care, eventual, ar putea să-l aibă temperatura de preparare a amidonului solubil asupra calităţii produsului a fost studiat printr-o serie de determinări.

Hipocloritul de sodiu folosit în reacţie într-o proporţie optimă de 30 la 100 a avut un conţinut de 140 g clor activ la litru. Au fost executate probe pentru temperaturi între 20—45 °C, menţinînd temperatura constantă în tot timpul reacţiei. Se constată din tabela 4 că, pentru acest interval de temperaturi, vîscozitatea practic nu este influenţată. De asemenea, nici solubilitatea practic nu este influenţată. În schimb viteza reacţiei creşte cu ridicarea temperaturii de preparare, după cum se poate vedea în tabela 5 şi diagrama 2. Probele au fost efectuate pentru concentraţii de 1, 5 şi 10% amidon solubil.

Tabela 4

Temperatura de obţinere a amidonului solubil în °C	Amidon solubil, în %	Vîscozitatea în centipoise η 20°	Temperatura de obţinere a amidonului colubil în °C	Amidon solubil, în %	Vîscozitatea în centipoise η 20°
20	1	1,454	35	5	3,203
25	1	1,469	40	5	2,940
30	1	1,366	45	5	3,419
35	1	1,396	20	10	5,457
40	1	1,396	25	10	5,518
45	1	1,470	30	10	5,418
20	5	3,503	35	10	5,418
25	5	3,303	40	10	5,647
30	5	2,911	45	10	5,946

Tabela 5

Temperatura de lucru, °C	Timpul în minute
20	487
25	215
30	175
35	70
40	60
45	35

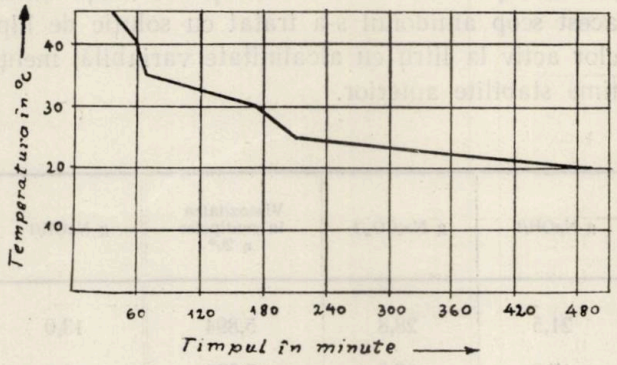


Diagrama 2

Întrucît, practic, nu apare o diferență de calitate între produsele obținute la diferite temperaturi se poate alege ca temperatură optimă de obținere, temperatura ambiantă, ca fiind cea mai convenabilă în ceea ce privește condițiile de lucru.

Pentru studierea proprietăților produsului obținut în condiții optime stabilite prin încercările arătate mai sus, s-au efectuat o serie de probe, redate în continuare, din care rezultă comportarea și caracteristicile soluțiilor de amidon solubil, precum și diferența față de soluțiile de amidon nativ.

— Vîscozitatea în funcție de concentrația în amidon solubil pentru concentrații 1, 5, 10 și 20% sînt redate în tabela 6 și diagrama 3. Din datele obținute reiese că, în limita erorilor de experiență, vîscozitatea este funcție lineară de concentrația în amidon solubil.

Tabela 6

Amidon solubil, în %	Viscozitatea în centipoise 20°
1	1,454
5	3,503
10	5,518
15	8,000
20	11,251

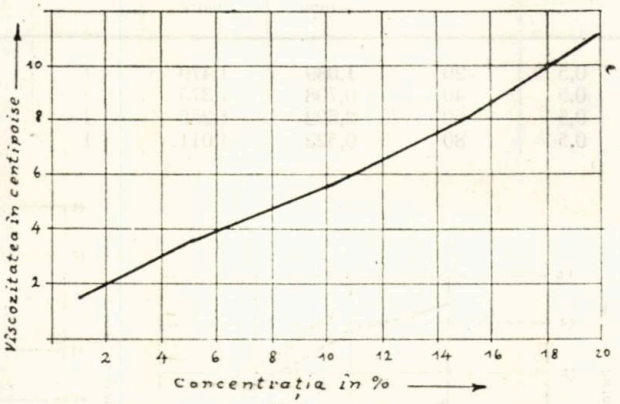


Diagrama 3

— S-a făcut un studiu comparativ al vîscozității și solubilității soluțiilor de amidon solubil și amidon nativ în funcție de concentrația de amidon. Rezultatele sînt redate în tabela 7 și diagrama 4, pentru concentrații de 0,1, 0,25, 0,5, 0,75 și 1%. Reiese o creștere bruscă a vîscozității soluțiilor de amidon nativ la concentrații mai mari de 0,5% iar solubilitatea, peste această limită, devine din ce în ce mai mică. Pentru amidonul solu-

Tabela 7

Amidon, în %	Vîscozitatea în centipoise η 20°	
	Amidon solubil	Amidon nativ
0,10	1,015	1,186
0,25	1,045	1,322
0,50	1,089	1,479
0,75	1,157	3,701
1,00	1,454	18,942

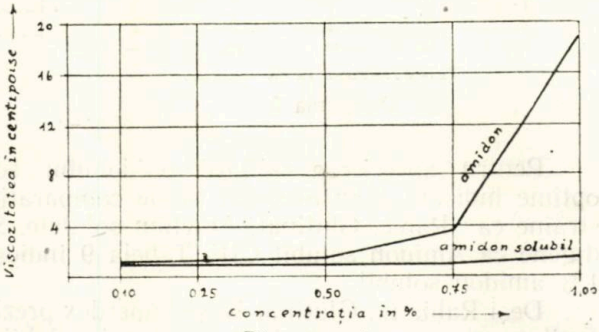


Diagrama 4

bil între aceste limite se constată o creştere mică a vîscozităţii în funcţie de concentraţie, fapt important pentru prepararea soluţiilor de amidon solubil în scopuri industriale.

— Vîscozităţile soluţilor de amidon solubil şi nativ scad cu creşterea temperaturii de determinare, după cum este redat în tabela 8 şi diagramele 5 şi 6 pentru concentraţii 0,5 şi 1%. Pentru soluţia de amidon nativ 1% se observă un salt brusc al vîscozităţii sub temperatura de 40 °C, la care amidonul începe să gelifice.

Tabela 8

Amidon, %	Temperatura, în °C	Vîscozitatea în centipoisie η 20°		Amidon, %	Temperatura, în °C	Vîscozitatea în centipoisie η 20°	
		Amidon solubil	Amidon nativ			Amidon solubil	Amidon nativ
0,5	20	1,089	1,479	1	20	1,454	18,942
0,5	40	0,708	1,375	1	40	0 879	4,924
0,5	60	0,602	1,255	1	60	0,712	3,352
0,5	80	0,522	1,011	1	80	0,557	2,534

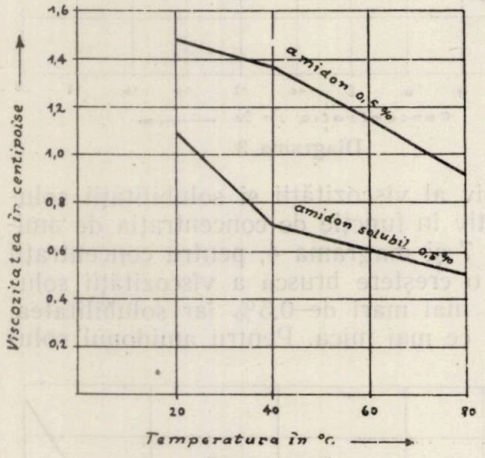


Diagrama 5

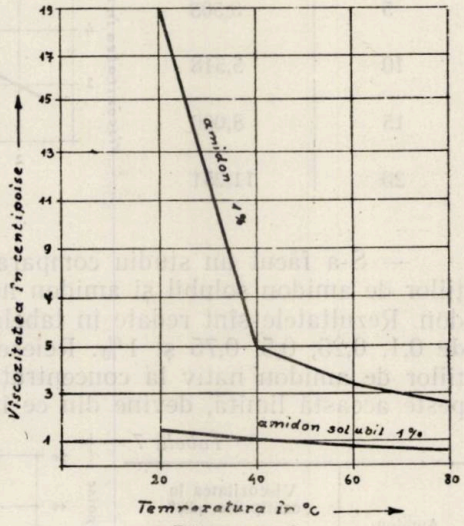


Diagrama 6

Pentru aprecierea calităţii amidonului solubil obţinut în condiţiile optime indicate, s-au executat probe comparative de vîscozitate cu mostre străine ca : Rabic, Glutinat, Amylum solubile, Senegalin şi Superdex şi indigene ca Amidon solubil CIF. Tabela 9 indică vîscozităţile pentru soluţii 1% amidon solubil.

Deşi Rabic L., Glutinat B. şi Superdex prezintă pentru soluţii 1% o vîscozitate ceva mai mică decît amidonul solubil de probă, preparat de noi,

totuși pentru concentrații mai mari soluțiile devin opalescente; pentru probele CIF și Amylum solubile sec. Lieur chiar soluțiile de 1% sînt opalescente, iar Senegalin este foarte tulbure, vîscozitatea de asemenea este mare, așa încît pentru concentrații peste 1% se transformă în terci. În ceea ce privește solubilitatea, amidonul solubil de probă, depășește cu mult toate celelalte mostre obținîndu-se soluții clare chiar pînă la concentrații de 20%.

Tabela 9

Denumirea amidonului solubil	Vîscozitatea în centipoise η 20°	Denumirea amidonului solubil	Vîscozitatea în cen ipoise η 20°
Amidon solubil de probă	1,454	Glutinat B.	1,273
Amidon solubil CIF . . .	1,462	Senegalin	3,205
Amylum solubile sec. Lieur	1,499	Superdex	1,229
Rabic L.	1,246		

Una dintre proprietățile amidonului solubil de bună calitate este, ca după uscarea soluției să rezulte o peliculă transparentă de amidon menținînd atît luciul cît și culoarea țesăturilor după apretare. În acest sens au fost făcute probe cu concentrații de 5, 10 și 15% amidon solubil obținut cu cantități variabile de hipoclorit de sodiu.

Se solvă amidonul solubil în apă la temperatura de 90 °C, se fierbe apoi 5 minute și după răcire la 40—45 °C se toarnă pe o placă de sticlă întinzîndu-se soluția în așa fel, încît să aibă o grosime de cca 1 mm. După 24 ore, filmul format prin uscare, se desprinde de placă. Un adaus de 2—4% glicerină în soluția de amidon are un efect favorabil și transmite o elasticitate și suplețe mai mare filmului format.

Filmul cu calitățile cele mai bune, în ceea ce privește elasticitatea și transparența, este obținut din amidon solubil preparat cu 60 ml hipoclorit de sodiu la 100 g amidon. Procentajul optim pentru concentrația în amidon solubil al soluției din care se obține filmul este de 10% cu un adaus de 3% glicerină.

Aproape aceeași natură au și filmele obținute din amidonul solubil preparat cu 30, 22,5 și 15 ml hipoclorit de sodiu la 100 g amidon. Începînd cu 7,5 ml hipoclorit de sodiu la 100 g amidon, filmele obținute sînt din ce în ce mai opace și mai casante, ridicîndu-se totodată și vîscozitatea soluțiilor respective.

S-a făcut comparație între amidonul solubil obținut de noi în condiții optime și probe străine ca: Amyloze [17], Rabic, Glutinat, Senegalin, Superdex, Amylum solubile sec. Lieur și o probă fabricată recent în țară CIF.

Pe baza acestor încercări s-a putut constata că nici una dintre probele examinate nu a dat un film atît de clar și de transparent ca amidonul solubil preparat de noi, cu ajutorul hipocloritului de sodiu, în condițiile descrise.

Pentru amidonul solubil ca reactiv este foarte importantă sensibilitatea faţă de iod. Ca metodă de determinare am folosit următoarea : 2 g amidon, cîntărite cu precizie de 0,01 g se amestecă cu puţină apă pînă se formează o pastă. Pasta se introduce în 80 ml apă caldă (peste 50 °C) şi se aduce soluţia cu apă caldă la 100 ml.

10 ml din soluţie se aduc cu apă la 100 ml şi se adaugă 0,05 ml soluţie de iod 0,1 n. Culoarea albastră produsă trebuie să fie decolorată de maximum 0,05 ml soluţie de tiosulfat de sodiu 0,1 n.

Făcînd comparaţie cu diferite sorturi străine a rezultat că numai proba Superdex a arătat aceeaşi sensibilitate ; în totalitate însă, a rămas inferioară faţă de amidonul solubil din cartofi preparat de noi din cauza culorii galbene.

Un alt factor care caracterizează amidonul solubil este conţinutul în zahăr reductor. Cu cît mai puţin zahar reductor conţine proba, cu atît mai mare valoare are la ancolaj şi apretură. Un conţinut mare în zahar reductor arată că scindarea amidonului nu s-a oprit la formarea amidonului solubil, ci a mers mai departe pînă la dextrinizare şi apoi la apariţia zaharului reductor.

Determinarea conţinutului în zahar reductor s-a executat în felul următor : 10 g amidon solubil, cîntărite cu precizie de 0,01 g, se agită puternic cu 100 ml apă. Se filtrează printr-un filtru uscat. Primii 10 ml se aruncă. 50 ml din filtrat se tratează cu 50 ml amestec din părţi egale de sulfat de cupru (Fehling I) şi soluţie alcalină de tartrat de sodiu şi potasiu (Fehling II), apoi se fierbe 3 minute şi se filtrează printr-un creuzet filtrant, tarat în prealabil. Reziduul se spală cu apă caldă apoi cu 10 ml alcool etilic şi apoi cu 15 ml eter. Se usucă timp de 30 minute la 105—110 °C şi se cîntăreşte.

Şi în acest caz, amidonul solubil din cartofi obţinut de noi, are avantajul faţă de probele străine, rezultînd 32,0 mg oxid cupros faţă de 40,8 mg pentru Superdex, 118,5 mg pentru Glutinat B şi 293,0 mg pentru Rabic L, care de altfel în privinţa solubilităţii şi vîscozităţii sînt acceptabile.

Amidonul solubil CIF şi Amylum solubile sec. Lieur au un conţinut şi mai redus în zahăr reductor, însă în privinţa celorlalte proprietăţi principale sînt în urmă.

În completare s-au mai executat şi probe de scindare cu hipoclorit de sodiu şi cu amidon din porumb, grîu şi orez, în condiţiile optime stabilite pentru amidonul din cartofi.

Pentru aceste probe consumul de clor activ are loc într-un timp mai îndelungat.

Datele comparative reies din tabela 10.

Tabela 10

Felul amidonului	Durata reacției
Cartofi	4 ore și 20 minute
Porumb	9 „ „ 45 „
Grîu	9 „ „ 30 „
Orez	10 „ „ 15 „

Cu probele astfel obținute s-au făcut determinări de vîscozitate și filme; probele de vîscozitate după cum se vede din tabela 11 pentru soluții 1% indică o valoare mai mare în comparație cu amidonul solubil din cartofi.

Tabela 11

Felul amidonului solubil	Vîscozitatea în centipoise η 20°
Cartofi	1,454
Porumb	2,249
Grîu	2,000
Orez	2,000

Calitatea filmelor este inferioară celor obținute cu amidon solubil din cartofi, însă superioară celor executate cu amidon solubil de proveniență străină.

Din rezultatele obținute reiese că amidonul solubil se poate obține și din amidon din porumb, grîu și orez prin scindare cu hipoclorit de sodiu. Calitatea acestor sorturi însă, în ceea ce privește solubilitatea, vîscozitatea și proprietățile filmului, este ceva mai inferioară celei din amidon din cartofi, iar scindarea necesită un timp mai îndelungat.

După stabilirea în laborator a condițiilor optime de obținere a amidonului solubil, a fost executată proba industrială, pentru a vedea dacă corespunde acestor condiții.

Proba industrială a fost făcută cu 200 kg amidon nativ din cartofi. Această cantitate s-a amestecat, sub agitare, cu 200 l apă și 60 l hipoclorit de sodiu cu 175 g clor activ la litru. Agitatorul folosit în acest scop a avut o turație de 20 rotații pe minut. Temperatura, controlată permanent în cursul reacției, a fost inițial de 13 °C, s-a ridicat pînă la 34 °C, coborînd apoi la 32 °C cînd tot clorul era consumat. Concentrația clorului activ în amestec, ca și la probelele de laborator, la început scade brusc și pînă la urmă, practic, tot clorul activ se consumă. Durata reacției a fost de 4 ore și 20 minute. Produsul obținut a fost centrifugat, spălat, uscat la 40 °C și apoi măcinat fin. El corespunde datelor obținute în laborator.

În tabela 12 și diagrama 7 sînt redate consumul de clor și variația temperaturii în funcție de timp pentru toată durata reacției.

Tabela 12

Timp în minute	g clor activ/l	Temperatura, în °C
5	41,0	13
15	21,5	14
25	20,0	15
35	20,0	16
50	18,0	17
70	15,0	19
80	15,0	20
110	10,5	26
140	2,5	34
170	1,0	34
200	0,5	34
230	0,2	33
260	0,0	32

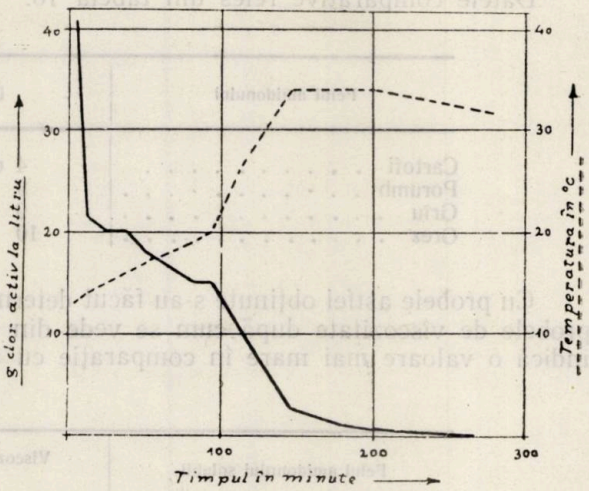


Diagrama 7

CONCLUZII

Prin tratarea amidonului nativ de cartofi cu hipoclorit de sodiu în condițiile studiate în lucrarea prezentă, se obține un amidon solubil de foarte bună calitate care poate fi utilizat în industria textilă și ca reactiv.

Pentru scop analitic, claritatea soluțiilor obținute cu amidonul nostru, datorită solubilității sale, sensibilitatea mare față de iod și pH-ul 6,5 îl desemnează ca fiind cel mai corespunzător din toate mostrele analizate.

Pentru industria textilă, solubilitatea mare, vîscozitatea mică și filmul perfect transparent sînt calități necesare pe care celelalte probe nu le îndeplinesc în aceeași măsură sau chiar de loc.

În afară de întrebuințările amintite amidonul solubil obținut poate fi întrebuințat și pentru alte scopuri tehnice, precum și în industria alimentară, farmaceutică și în lucrările bacteriologice, fiind, pe lîngă celelalte proprietăți discutate, absolut fără gust și fără miros.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Samec: *Kolloidchemie der Stärke*, Theodor Steinkopff, 1927, p. 12.
2. W. Seck: *Melliand Textilberichte*, 1933, p. 546.
3. R. Feibelmann: *Melliand Textilberichte*, 1933, p. 196.
4. K. Jochum: *Melliand Textilberichte*, 1933, p. 500.
5. G. Neumann: *Melliand Textilberichte*, 1932, p. 251.
6. Chemiker Zeitung, 1932, p. 9.
7. G. Wolff: Monatschrift für Textil-Industrie, 1934, p. 151, 157.
8. W. Seck, F. Dittmar, H. Blume: Koll. Zeitschrift, 1933, p. 347.
9. G. N. Gheorghiu: *Produse chimice auxiliare pt. industria textilă*, Editura Tehnică, 1956, p. 157.
10. G. Durst: *Monatschrift für Textil-Industrie*, 1933, p. 213.
11. G. Durst: *Monatschrift für Textil-Industrie*, 1933, p. 236.
12. J. Hetzer: *Textil-Hilfsmittel-Tabellen*, Julius Springer, 1933, p. 9.

L'OBTENTION DE L'AMIDON SOLUBLE

(RÉSUMÉ)

Le but de ce travail a été l'obtention de l'amidon soluble de qualité supérieure, à employer comme réactif et comme remplaçant des produits plus chers et moins sûrs et efficaces dans nos fabriques de textiles.

On a obtenu cet amidon soluble, en traitant à l'hipochlorite de sodium l'amidon provenant des pommes de terre, dans des conditions optima. Par comparaison aux échantillons étrangers et indigènes, ce produit présente une solubilité beaucoup plus grande et une viscosité plus petite, tout en conservant les principales caractéristiques de l'amidon qui sont nécessaires quand il s'agît de son emploi dans l'industrie textile ou dans la chimie analitique.

Les résultats des recherches au laboratoire ont été confirmés aussi par les essais fait dans l'industrie textile.

ПОЛУЧЕНИЕ РАСТВОРИМОГО АМИДОНА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Работа имела целью получение растворимого амидона высшего качества, как реактивного вещества, а также для замены в текстильной промышленности более дорогих препаратов с меньшей надежностью и эффективностью в работе.

Такой растворимый амидон был получен путем обработки природного амидона гипохлоритом натрия, в найлучших установленных условиях.

Этот продукт по сравнению с заграничными и местными препаратами обладает большей растворимостью и меньшей вязкостью, сохраняя в то-же время главные характеристики амидона, что очень важно при употреблении его в текстильной промышленности и в аналитической химии.

Результаты лабораторных опытов были подтверждены опытами в промышленном масштабе.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 1

ASUPRA UNEI LEGĂTURI ÎNTRE COMPOZIŢIA MOLECULARĂ ŞI STRUCTURA SUBSTANŢELOR ORGANICE

DE

PETROVICI EMIL

Comunicare prezentată în sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

În decursul activităţii didactice desfăşurate în orele de seminar la Chimia Organică am încercat să sistematizez principalele posibilităţi de compoziţie moleculară şi de structură a substanţelor organice. Consideraţiile de mai jos sînt în directă legătură cu regula parităţii numărului total de atomi cu valenţă impară, regulă universal cunoscută care datează de la începuturile teoriei structurii combinaţiilor organice, dar pe cît am putut să-mi dau seama din literatura ce mi-a stat la dispoziţie, asemenea consideraţii nu par a fi fost dezvoltate pînă acum. Ele se referă la :

— introducerea noţiunii de legătură excedentară şi formularea generală a hidrocarburilor în funcţie de numărul acestor legături ;

— numărul total al posibilităţilor de asociaţie a legăturilor excedentare în cazul hidrocarburilor ce corespund unei anumite formule generale ;

— formula moleculară general valabilă pentru orice clasă de combinaţii organice.

1) *Noţiunea de legătură excedentară şi formularea generală a hidrocarburilor în funcţie de numărul acestor legături.*

Conţinutul de hidrogen din moleculele hidrocarburilor se poate preciza în funcţie de numărul atomilor de carbon n şi de caracteristici structurale, dacă ţinem seama de următoarele fapte bine cunoscute şi anume :

1. Molecula unei hidrocarburi saturate cu n atomi de carbon, conţine ($2n+2$ legături C—H şi) $n-1$ legături C—C, (oricare ar fi izomerul de catenă considerat) ;

2. Desfacerea unei legături C—C înseamnă dezmembrarea scheletului, fragmentarea moleculei ;

3. Scăderea conţinutului de hidrogen într-o hidrocarbură cu n atomi de carbon înseamnă creşterea concomitentă a numărului de legături C—C şi anume pentru fiecare legătură C—C nou apărută, conţinutul în hidrogen scade cu 2 ;

4. Apariţia unei (sau mai multor) legături C—C (peste cele n—1) este posibilă principial în două moduri :

a) între atomi de carbon direct legaţi în care caz rezultă o dublă legătură C=C şi

b) între atomi de carbon nelegaţi direct în care caz rezultă un inel.

Se vede aşadar că în ambele cazuri rezultă caracteristici structurale particulare noi, apar noi elemente de structură ;

5. Desfacerea unei legături C—C dintr-o legătură dublă (sau triplă), precum şi desfacerea oricărei legături C—C dintr-un inel nu duce la dezmembrarea scheletului ci doar îl modifică, din care cauză asemenea legături pot fi numite *excedentare*. În caz că ele lipsesc sau se suprimă într-un fel oarecare, molecula îşi păstrează acelaşi conţinut de atomi de carbon, scheletul rămîne solidar.

Din cele de mai sus rezultă că numărul de atomi de hidrogen din molecula unei hidrocarburi oarecari este funcţie nu numai de numărul atomilor de carbon ci şi de numărul legăturilor excedentare şi invers. Dacă notăm cu l numărul legăturilor excedentare, totalul atomilor de hidrogen va trebui să fie mai puţin cu $2l$ decît în alcani (pentru care $l=0$). Formula generală a unei hidrocarburi oarecare se poate deci exprima astfel :

$$C_nH_{2n+2-2l} \quad \text{sau} \quad C_nH_{2\,(n-l+1)}.$$

Valorile pe care le poate lua l sînt limitate de următoarea relaţie $0 \leqslant l \leqslant n$. Numai în cazul poliinelor conjugate continuu cu n par este posibil cazul limită $l=n$ (ex. acetilena, butandiina etc.) iar aceleaşi poliine cu n impar pot conţine maximum $l=n-1$, legături excedentare. În primul caz limită ($l=n$) formula generală este $C_nH_{2n+2-2n}=C_nH_2$, iar în al doilea caz ($l=n-1$) este $C_nH_{2n+2-2\,(n-1)}=C_nH_4$. În general însă pentru celelalte clase de hidrocarburi $l \leqslant n-2$.

2. *Numărul total al posibilităţilor de asociaţie a legăturilor excedentare în cazul hidrocarburilor ce corespund unei anumite formule generale.*

Se pune întrebarea : cîte asociaţii diferite sînt posibile pentru o formulă generală dată, între un anumit număr de legături excedentare, fie identice fie diferite (legături de inel, duble şi triple).

Dacă se întocmeşte un tabel cu numărul legăturilor excedentare şi posibilităţile lor de asociere, în cadrul fiecărei formule generale, atunci se poate recunoaşte uşor legea după care creşte numărul acestor posibilităţi, în raport cu numărul global al legăturilor excedentare. În tabel se notează inelele cu un cerc O, legăturile duble cu $\vdash$ şi legăturile triple cu $\equiv$.

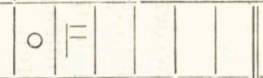
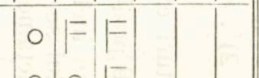
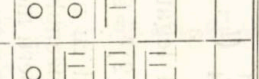
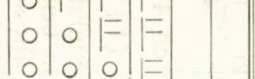
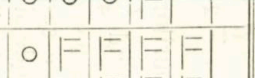
Numărul total al posibilităţilor de asociaţie al legăturilor excedentare este dat de suma progresiei aritmetice : $(l+1)+(l-1)+(l-3)+\ldots$ $\ldots+(l+1-2x)$ care este formată din $x+1$ termeni. Ultimul termen al acestei progresii aritmetice descrescînde neputînd fi negativ, este evident că x nu poate depăşi o anumită limită, determinată de l, astfel ca acest termen să fie egal cu zero sau cu unu. Punînd

$$l+1-2x=0 \quad \text{pentru} \quad l \text{ impar}$$

şi

$$l+1-2x=1 \quad \text{pentru} \quad l \text{ par}$$

T A B E L

Numărul legăturilor excedentare (l)	Formula generală	Posibilități de asociație a legăturilor excedentare	Serii corespunzătoare totalului posibilităților de asociație (S)
0	C_nH_{2n+2}	–	1
1	C_nH_{2n}		2
2	C_nH_{2n-2}		3+1=4
3	C_nH_{2n}		4+2=6
4	C_nH_{2n-6}		5+3+1=9
5	C_nH_{2n-8}		6+4+2=12
⋮ l	$C_nH_{2n+2-2l}$	$l+1$. $l-1$, $l-3$, .. $(l+1)-2x$	$(l+1) + (l-1) + (l-3) + \ldots$ $\ldots + (l+1-2x) = S$

rezultă valoarea lui x pentru ultimul termen :

$$x=\frac{l+1}{2} \quad \text{pentru } l \text{ impar}$$

și

$$x=\frac{l}{2} \quad \text{pentru } l \text{ par.}$$

Cele două progresii aritmetice se pot scrie deci sub forma :

$$0+2+4+\ldots\ldots+(l-3)+(l-1)+(l+1) \quad \text{pentru } l \text{ impar}$$

și

$$1+3+5+\ldots\ldots+(l-3)+(l-1)+(l+1) \quad \text{pentru } l \text{ par.}$$

Numărul termenilor fiind $x+1$ adică

$$\frac{l+1}{2}+1=\frac{l+3}{2} \quad \text{pentru } l \text{ impar}$$

și

$$\frac{l}{2}+1=\frac{l+2}{2} \quad \text{pentru } l \text{ par.}$$

Sumele acestor progresii sînt :

$$S_{(l\ \text{imp.})}=\frac{[0+(l+1)]}{2}\cdot\frac{(1+3)}{2}=\frac{1}{4}(l+1)(l+3)$$

și

$$S_{(l\ \text{par})}=\frac{[1+(l+1)]}{2}\cdot\frac{(l+2)}{2}=\frac{1}{4}(l+2)^2.$$

Spre exemplu în cazul hidrocarburilor cu 4 legături excedentare, deci cu formula generală C_nH_{2n-6} corespund $\frac{l}{4}(4+2)^2=9$ posibilităţi de asociaţie, una dintre acestea cuprinde seria benzenului cu un inel de 6 atomi şi trei duble legături în inel (în afară de seria benzenului se înţelege că aceeaşi posibilitate de asociaţie mai cuprinde şi alte serii metamere).

3) *Formula moleculară general valabilă pentru orice clasă de combinaţii organice.*

Există posibilitatea extinderii modului de formulare generală folosit mai sus pentru hidrocarburi, la orice clasă de combinaţii organice, dacă se ţine seamă de felul cum atomii celorlalte elemente modifică conţinutul în hidrogen al moleculei. Astfel pentru fiecare atom de element monovalent, conţinutul moleculei în hidrogen, scade cu cîte un atom. Dacă suma atomilor monovalenţi se notează cu E^I_m formula hidrocarburilor se completează astfel :

$$C_nH_{2(n+1-l)-m}E^I_m \qquad (1)$$

În cazul atomilor bivalenţi există posibilitatea ca aceştia să se intercaleze în locul unei legături C—H sau al unei legături C—C, fără să modifice conţinutul în hidrogen. Dacă aceşti atomi sînt implicaţi în legături excedentare, acestea din urmă sînt totalizate în valoarea l. Dacă indicăm cu p

numărul atomilor bivalenți E^{II}, formula moleculară a combinațiilor cu astfel de elemente este:

$$C_nH_{2(n+1-l)}E_p^{II} \quad (2)$$

Dacă în compoziția substanțelor organice participă numai atomi trivalenți, fiecare atom contribuie la creșterea numărului atomilor de hidrogen cu unu. Notînd cu t numărul atomilor trivalenți E^{III} formula hidrocarburilor se modifcă astfel:

$$C_nH_{2(n+1-l)+t}E_t^{III} \quad (3)$$

Elementele tetravalente, dacă există alături de carbon, modifică ca și acesta conținutul în hidrogen făcîndu-l să crească cu 2 pentru fiecare atom tetravalent. În acest caz putem include în valoarea lui n numărul tuturor atomilor tetravalenți simbolizați prin E^{IV}, formula fiind:

$$E_n^{IV}H_{2(n+1-l)} \quad (4)$$

Combinînd formulele (1), (2), (3) și (4) se obține formula generalizată:

$$E_n^{IV}H_{2(n+1-l)-n+t}E_n^{I}E_p^{II}E_t^{III}$$

Trebuie remarcat că această formulare este valabilă numai dacă considerăm în mod convențional că toți heteroatomii (care funcționează cu valență superioară lui patru) se supun regulei octetului, independent de faptul că, după cum se știe, aceasta nu se aplică riguros decît elementelor tipice.

Formula de mai sus este susceptibilă de completare încă în două cazuri și anume:

a) Dacă notăm cu o numărul de legături „*oniu*" conținutul în atomi de hidrogen crește cu $2o$ și

b) Dacă formula reprezintă un rest sau radical mono-, bi- sau, în general, r-valent, conținutul în hidrogen scade cu r, deci cu aceste completări expresia generalizată a formulei moleculare ar fi:

$$E_n^{IV}H_{2(n+1-l+o)-m+t-r}E_m^{I}E_p^{II}E_t^{III}$$

Formula de mai sus se poate aplica și combinațiilor minerale care sînt compatibile cu regula octetului.

De cele mai multe ori însă, — fiind vorba de combinații organice obișnuite — se poate folosi formula generală simplificată:

$$C_nH_{2(n+1-l)-m+t}E_m^{I}E_p^{II}E_t^{III}$$

Consider că această formulare poate prezenta o anumită utilitate științifică prin faptul că la stabilirea structurii permite să se calculeze *a priori* conținutul de legături excedentare, din conținutul de hidrogen al moleculei. Știm că la stabilirea structurii, deci a modului de înlănțuire a atomilor, trebuiesc elucidate elementele de structură caracteristice din moleculă, cu alte cuvinte, numărul, natura și dispoziția reciprocă a legăturilor excedentare. Pînă acum toți acești trei factori s-au dedus din comportarea chimică. Prin

faptul că numărul de legături excedentare se poate calcula înainte de a studia comportarea chimică, interpretarea unei formule moleculare este întrucîtva uşurată. De pildă, să presupunem că se pune problema elucidării structurii penicilinei I sau F, cu formula moleculară $C_{14}H_{20}O_2N_2S$. Numărul de legături excedentare se află prin identificarea indicilor hidrogenului din formula generală şi formula moleculară a penicilinei :

$$2(n+1-l)+t=20$$

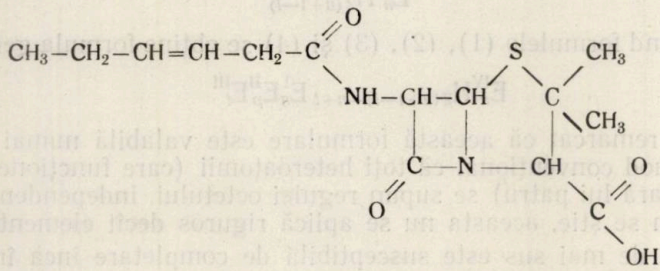
respectiv

$$2(14+1-l)+2=20$$

de unde

$$l=6$$

Studiul comportării chimice trebuie să lămurească numai natura acestor legături, precum şi dispoziţia lor în moleculă. Intr-adevăr, ele se dovedesc a fi o legătură C=C, trei legături C=O şi două cicluri, în total 6 legături excedentare dispuse în moleculă astfel :



Pentru exemplificare găsesc oportun să mai iau în discuţie aici încă un caz peste care am dat întîmplător luînd cunoştinţă despre o lucrare recentă a lui I. Minţer şi F. Gherghel [1]).

Înainte de toate, autorii comit imprudenţa că pe baza unei singure analize elementare cantitative, consideră că formula brută $C_{19}H_{13}O$, calculată din următoarele date ale acestei analize şi anume : C% = 88,95 şi H% = 4,89, este bună şi fac promisiunea de a determina structura în cercetări viitoare. Această formulă este însă indiscutabil eronată, în primul rînd pentru că nu ţine seama de regula parităţii. Pe de altă parte, examinînd datele analitice referitoare la celelalte substanţe din cadrul lucrării, reiese că procentele de carbon şi hidrogen găsite, în general ceva mai mici decît cele calculate, astfel că se poate considera ca foarte probabilă o corecţie care duce la formula $C_{20}H_{14}O$, această corecţie nedepăşind limita obişnuită a erorilor metodice. Calculînd acum numărul de legături excedentare prin identificarea indicilor hidrogenului $(2(20+1-l)=14$, rezultă $l=14$, ceea ce corespunde la două nuclee naftalinice. Ţinînd seama de faptul că substanţa nu are comportări de fenol, ea nu poate fi decît un eter şi anume eterul 2,2-dinaftilinic. Dacă mai relevăm că autorii urmărind condensarea beta-naftolului cu glicolonitril, în soluţie eterică cu $ZnCl_2$, au recuperat 90% din beta-naftolul iniţial

[1]) I. Minţer, F. Gherghel, Acad. R.P.R. Studii şi cercetări de chimie, Bucureşti, Anul IV *1—2* 119 (1956).

și restul de 10% dînd produsul a cărui formulă este discutată aci, ajungem la concluzia că beta-naftolul n-a reacționat practic deloc cu glicolo-nitril și s-a produs o eterificare într-o mică măsură. Știind că $ZnCl_2$ e un puternic deshidratant, eterificarea în cazul acesta nu e exclusă. De altfel în literatură se și recomandă $ZnCl_2$ ca deshidratant la obținerea acestui eter [1]), evident în condiții mai energice. Cît privește punctul de fuziune e foarte probabil să fie o greșală, întrucît în literatură acest eter este indicat cu un punct de fuziune cu cca 100 °C mai scăzut. Autorii ar trebui să-și verifice această parte a lucrării, în primul rînd formula brută și să-și determine formula moleculară înainte de a-și propune să lămurească structura unei combinații care nu are nici formula brută în regulă.

Din aceste exemple reiese faptul că prin folosirea noțiunii de legătură excedentară se ușurează problema cercetării structurii și în orice caz se obțin indicații care reduc întrucîtva probabilitatea unei erori ca în exemplul de mai sus.

CONCLUZII

1. Am introdus noțiunea de legătură excedentară și în funcție de aceasta am exprimat formula generală a hidrocarburilor.
2. Am dedus suma posibilităților de asociație a legăturilor excedentare în funcție de numărul global al acestora.
3. Am generalizat considerațiile de mai sus, definind conținutul în hidrogen, în funcție de celelalte elemente, într-o formulă generală pentru orice clasă de combinații organice, formulă ce verifică și combinații minerale.
4. Am arătat utilitatea metodico-didactică și am subliniat (cu exemple) utilitatea metodico-științifică a acestor considerații.

SUR UN LIAISON ENTRE LA COMPOSITION MOLECULAIRE ET LA STRUCTURE DES SUBSTANCES ORGANIQUES

(RÉSUMÉ)

L'auteur introduit la notion de liaison excédentaire pour exprimer la formule générale de tous les hydrocarbures. Puis il prend en discussion les posibilités de, l'association des liaisons excédentaires, en trouvant la régularité de la multiplication de ces posibilites sous la forme de deux séries arithmétiques.

On généralise ensuite la formule utilisé pour les hydrocarbures à n'importe quelle classe de combinaisons organiques, afin de déterminer le nombre de liaisons excédentaires qui revient à une formule moléculaire donné.

De cette maniére, l'on ne connait pas la structure, la determination de celle-ci este facilitée dans une certaine mesure. On en donne un exemple, en considérant une formule trouvée dans la littérature récente et qui se trouve être erronée deja par le fait qu'elle est en desacord avec la règle de la parité (du nombre total d'atome a valence impaire).

[1]) Merz, Weith, Beilstein, Hauptwerk Ed. IV. J. Springer, Berlin *6*, 642 (1923).

О СВЯЗИ МЕЖДУ МОЛЕКУЛЯРНЫМ СОСТАВОМ И СТРОЕНИЕМ ОРГАНИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Автор вводит понятие об эксцедентной связи для выражения общей формулы всех углеводородов. После этого рассматривает возможности ассоциации эксцедентных связей и находит регулярность умножения этих возможностей, в виде двух арифметических серий. Далее обобщается использованная формулировка для углеводородов лыбого класса органических соединений, для определения числа эксцедентных связей молекулярной формулы.

В случае если строение неизвестно, определение этого чис ла в некаторой степени облегчается.

В заключение анализируется одна из указанных в литературе формул, которая является ошибочной.

Tiparul executat sub comanda nr. 5574
la Întreprinderea Poligrafică Timișoara,
str. Popa Șapcă nr. 8. — R.P.R.

ERATĂ

Pagina :	Rîndul :	In loc de :	Se va citi :
12	11	soluție	soluția
13	8	$u \quad 0$	$u=0.$
17	3 de jos	$\frac{v_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+l=\frac{v_y^2}{2g}+\frac{p_y}{\gamma}+\sum^{y} h^p$	$\frac{v_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+l=\frac{v_y^2}{2g}+\frac{p_y}{\gamma}+\sum_{2}^{y} hp$
18	6	$\eta_d=\frac{\frac{v_2^2}{2g}-\left[\frac{v_y}{2p}+\sum_{2}^{y} h_p\right]}{\frac{v_2^2}{2g}}$	$\eta_d=\frac{\frac{v_2^2}{2g}-\left[\frac{v_y^2}{2g}+\sum_{2}^{y} h_p\right]}{\frac{v_2^2}{2g}}$
19	10	v_{mv}	v_{my}
20	5	$k=n^2\frac{\sum_{1}^{n} v_{m_i}^3}{\left(\sum_{1}^{n} v_{m_i}\right)^3}$	$K=n^2\frac{\sum_{1}^{n} v_{m_i}^3}{\left(\sum_{1}^{n} v_{m_i}^*\right)^3}$
33	7	tabelă	tablă
38	5	ζ'	ζ_0'
38	17	p_1S_2	p_1S_1
38	19	$\left(\beta_1\frac{S_2}{S_1}\beta_2\right)$	$\left(\beta_1\frac{S_2}{S_1}-\beta_2\right)$
39	3	$h\Delta_{ex}$	Δh_{ex}
39	21	h'	$\Delta h'$
46	12 de sus	Maşonostroienia	Maşinostroienia
48	fig. 2	t'	t_2'
49	7 de jos	$\varepsilon=-0{,}9\ldots1{,}00$	$\varepsilon=0{,}9$
75	9	$p=30$ mm	$\Delta p_t=30$ mm
80	10	Din fig. 12	Din fig 9*b*
90	9	μ	n
90	17	$\frac{\frac{\mu}{\rho}}{D\cdot n}=\frac{\nu}{u\cdot D}$	$\frac{\frac{\mu}{\rho}}{D^2\cdot n}\equiv\frac{\nu}{u\cdot D}$
91	10	$\frac{Q}{D^2n}$	$\frac{Q}{D^3n}$
91	13	$Q=D^2nF'\ldots$	$Q=D^3nF''\ldots$
98	8	puse	pune
100	7	$\frac{\rho_x}{\rho_m}$	$\frac{\rho_r}{\rho_m}$
105	10 de jos	$x'z'=$	$\tau_{x'z'}=$

Pagina:	Rîndul:	In loc de:	Se va citi:
106	1 de jos	$\tau_{zy_1}=\tau_{z_4z}$	$\tau_{zy_1}=\tau_{y_1z}$
107	13 de jos	τ_{xz} şi τ_{yz}	τ_{x_1z} şi τ_{y_1z}
109	9	σ_{z_2}	σ_{z_3}
111	11	$\sin \varphi_{x_{2n+1}x_{2x+1}}$	$\sin \varphi_{x_{2n+1}x_{2n+2}}$
113	Fig. 2 *a*	$- - \rightarrow \tau_{xy}$	$- - \rightarrow \tau_{zy}$
115	3 de jos	σ_{x_1}	σ_{z_1}
138	5 de jos	VI	IV
164	14	sistematizare	sistematizate
184	3 de jos	c°	cu
184	2 de jos	30u	30°
190	10	reprezene	reprezen-
190	11	d-	de
214	16	contracția	contradicția
222	11	M 400	P 400
223	2	$\frac{A}{C+A}$	$\frac{A}{C+Agr}$
249	17 de jos	·	:
265	7	dlobsid	diopsid
270	1	suité	situé
274	2 de jos	caalcit	calcit
275	11 de jos	epidat	epidot
277	9	suprapune	suprapun
277	23	întrucît	încît
278	13	parte	pare
280	20	FES	DES
295	9	complétant	compléxant
310	8	$K_1=K_0$	$K_1\neq K_0$
322	Tabela 4	colubil	solubil
324	Tabela 8	centipoisie	centipoise

F
7414
1963

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 2 (16) Fasc. 2

IULIE—DECEMBRIE 1957

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 2 (16) Fasc. 2

IULIE—DECEMBRIE 1957

F.
7414

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

COMITETUL DE REDACȚIE

Academician CORNEL MICLOȘI, prof. CORIOLAN DRĂGULESCU membru corespondent al Academiei R.P.R., prof. AUREL BĂRGLĂZAN membru corespondent al Academiei R.P.R., prof. GHEORGHE TH. GHEORGHIU, prof. CONSTANTIN N. AVRAM, prof. VICTOR GHEORGHIU, prof. GHEORGHE OSTROGOVICH, prof. ALEXANDRU ROGOJAN

Redactor responsabil: prof. GHEORGHE SILAȘ

Toate manuscrisele trimise spre a fi publicate în „Buletin" vor fi adresate tovarășului profesor GH. SILAȘ „Institutul Politehnic Timișoara", Republica Populară Romînă, cu mențiunea „pentru Buletin".

Tous les manuscrits destinés a paraître lans le „Bulletin" seront adressées a M. le Prof. GH. SILAȘ, Institut Polytechnique de Timișoara, Republique Populaire Roumaine, avec la mention „pour le Bulletin"

Все рукописи присылаемые для опубликования в „Бюллетене", адресовать на имя проф. Г. СИЛАШ, Политехнический институт в Тимишоаре, Румынская Народная Республика, с примечанием „для Бюллетеня"-

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN TIMIŞOARA

Seria II. Tomul 2 (16) Fascicolul 2, iulie—decembrie 1957

SUMAR

	Pag.
O. E. GHEORGHIU — Asupra unor proprietăţi ale conicelor	9
O. E. GHEORGHIU şi B. CRSTICI — Funcţii omogene în sistem	15
B. BOLEANŢU — Condiţii dinamice pentru determinarea distanţei între vagoneţii de funicular	25
V. BERINDEAN — Contribuţie la studiul şi încercarea unui prototip de micromotor pentru tracţiune terestră	41
G. CREŢA — O nouă nomogramă pentru calculul pompelor cu roţi dinţate	49
G. RUSU — Studiul procesului de lucru şi al eficacităţii injectorului VSZ_{10} IMB la diferite regimuri de exploatare pe bază experimentală	53
V. CRISTODORESCU şi L. BAGIU — Influenţa călirii multiple asupra durităţii şi apariţiei crăpăturilor la oţelurile de pile	71
E. SIŞAK — Influenţa secţiunii de trecere prin clapeta utilizată ca ventil de şoc la pompe bazate pe regim semipermanent	81
L. CZEIZLER şi B. HOROVITZ — Aplicarea ecuaţiei celor trei momente la calculul arborilor cu secţiune variabilă şi a arborilor cotiţi	87
ŞT. NĂDĂŞAN şi L. KOVATS — Cercetări statistice asupra unui aspect al corelaţiei între viteza de topire şi procentul de cocs la un cubilou	99
T. LASZLO — Contribuţii la studiul reaclanşării automate fără controlul sincronismului	105
O. CENTEA — Calculul puterii cuptoarelor electrice de încălzire cu funcţionare intermitentă	115

Pag.

V. MIKLOSI şi I. NOVAC — Contribuţie la problema raportului de scurt circuit a surselor pentru sudare 129
A. SEMLYEN — Dinamica electromagnetului 137
E. POP şi S. CRIŞAN — Sensibilitatea faţă de curent a unor punţi de curent alternativ echilibrate 171
B. OPRENDEK — Asupra determinării formei optime a dinţilor generatoarelor de medie-frecvenţă de tip omopolar 181
C. AVRAN şi I. PESCARU — Elemente mixte de planşee din beton şi beton precomprimat 193
I. APPELTAUER şi D. ANASTASESCU — Consideraţii asupra soluţiilor energetice ale mecanicii construcţiilor 215
T. BARTA — Aplicarea metodei distribuirii momentelor la calculul suprafeţelor de revoluţie 227
E. LAŢIU şi METES-CICOARE — Încercări asupra diatomitului de Tîrnova-Arad 235

BULETIN SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
DE
L'INSTITUT POLYTECHNIQUE DE TIMIŞOARA

2 Sèrie, Tom 2 (16 Fascicole 2, Julie—Decembre 1957

SOMMAIRE

	Page
O. E. GHEORGHIU — Sur quelques propriétés des coniques . . .	9
O. E. GHEORGHIU et B. CRSTICI — Fonctions homogènes en système	15
L. BOLEANŢU — Conditions dynamiques pour déterminer la distance entre les vagonets de funiculaire	25
V. BERINDEAN — Contributions à l'étude d'un prototype de micro-moteur pour la traction terrestre	41
G. CREŢA — Une nouvelle nomogramme pour le calcul des pompes à angrenages	49
G. RUSU — L'étude expérimentale du procès de travaile et de l'efficacité de l'injecteur VSZ_{10} IMB à differents régimes . . .	53
V. CRISTODORESCU et L. BAGIU — L'influence des trempes multiples sur la durite et l'apparition des fissures dans l'acier de limes	71
E. SIŞAK — L'influence de la section de passage par le clapet employé comme soupape de choc dans les pompes à règime semi-permanent	81
I. CZEIZLER et B. HOROVITZ — L'application de L'équation des trois moments au calcul des arbres droits et des villebrequins à section variable et avec pluisieurs appuis	87
ŞT. NADĂŞAN et L. KOVATS — Recherches statistiques sur un aspect de corelation entre la vitesse du fondement et le pourcent de coke, dans un cubilot	99
T. LASZLO — Contribution à l'étude du réanclachement automatique sans controler le synchronisme	105

Page

O. CENTEA — Le calcul de la puissance des fours électriques à fonctionnement intermitent 115
V. MIKLOSI et I. NOVAC — Contributions au problème du rapport de court-circuit des sources pour la soudure 129
A. SEMLYEN — La dynamique de l'électro-aimant 137
E. POP et S. CRIŞAN — La sensibilité au courant de certains ponts de courant alternatif equilibrés 171
B. OPRENDECK — Über die Bestimmung der günstigsten Zahnform von Mittelfrequenzgeneratoren homopolarer Bauart . . . 181
C. AVRAM et I. PESCARU — Éléments mixtes pour dalles de plancher en béton et béton precontraint 193
I. APPELTAUER und D. ANASTASESCU — Energetische Betrachtung in der Baumechanik 215
T. BARTA — Die anwendung des Momentenverteilungsverfahrens zur Berechnung der Rotationsschalen 227
R. LATIU et L. METES-CICOARE — Essais sur la diatomite de Miniş Tîrnova-Arad 235

НАУЧНО—ТЕХНИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА В ТИМИШОАРЕ

Серия II, Том 2 (16) Выпуск 2, июль—декабрь 1957

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

О. Е. ГЕОРГИУ — О некоторых свойствах конических сечений . 9
О. Е. ГЕОРГИУ и Б. КРСТИЧ — Однородные функции системы . 15
Л. БОЛЯНЦУ — Динамические условия для определения расстояния между вагочетками фуникулера 25
В. БЕРИНДЯН — Изучение и испытание прототипа микромотора для сухопутной тяги 41
Г. КРЕЦА — Новая номограмма для расчета насосов с зубчатыми колесами 49
Г. РУСУ — Изучение рабочего процесса и эффективности инжектора при различных режимах эксплоатации опытным путем 53
В. КРИСТОДОРЕСКУ и Л. БАДЖИУ — Влияние многократной закалки на твердость и появление трещин в стали для напильников 71
Е. СИСАК — Влияние проходного сечения через откидный клапан употребляющийся в качестве ударного клапана гидравлических таранов 81
Л. ЦЕЙЗЛЕР и Б. ХОРОВИЦ — Применение уравнения трех моментов при расчете прямых и коленчатых валов переменного сечения на нескольких опорах 87
ШТ. НЭДЭШАН и Л. КОВАЧ — Статистические исследования одного из видов соотношения между скоростью плавления и процентом кокса в вагранке 99
Т. ЛАСЛО — К изучению автоматического повторного выключения без контроля синхронизма 105
О. ЧЕНТЯ — Расчет мощности электрических печей нагрева прерывистого действия 115
В. МИКЛОШИ и И. НОВАК — К вопросу об отношении короткого замыкания источников для сварки 129
А. ШЕМЛИЕН — Динамика электромагнита 137

Стр.

Е. ПОП и С. КРИШАН — Чувствительность к току некоторых уравновешенных мостов переменного тока 171

Б. ОПРЕНДЕК — Об определении наилучшей формы зубьев генераторов средней частоты омополярного типа . . . 181

К. АВРАМ и И. ПЕСКАРУ — Смешанные перекрытия из бетона и напряженно армированного бетона 193

И. АППЕЛЬТАУЭР и Д. АНАСТАСЕСКУ — Об энергетическом разрешении вопросов механики строительства . . . 215

Т. БАРТА — Использование метода распределения моментов для расчета поверхностей вращения 227

Е. ЛАЦИУ и Л. МЕТЕШ-ЧИКОАРЕ — Испытания диатомита из Миниш-Тырнова Арад 235

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

ASUPRA UNOR PROPRIETĂŢI ALE CONICELOR

DE

OCTAVIAN EM. GHEORGHIU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

De la integrarea ecuaţiilor diferenţiale de ordinul I omogene $y'=F\left(\frac{y}{x}\right)$ se ştie că avem următoarea proprietate a curbelor integrale: coeficientul unghiular al tangentei geometrice dusă într-un punct curent al curbei integrale este o funcţie dată de coeficientul unghiular al razei vectoare a punctului

$$\operatorname{tg}\alpha=F(\operatorname{tg}\theta). \tag{1}$$

Dacă curbele integrale sînt tangente în origină axei Ox atunci pentru formarea relaţiei (1) intervin tangentele geometrice în 2 puncte ale curbei (unul fix origina şi celălalt punctul curent) şi coarda celor 2 puncte de contact.

In prezenta lucrare cercetăm curbele plane care pentru *orice pereche de puncte* (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) de pe curbă satisfac o relaţie funcţională dată, exprimată cu coeficienţii unghiulari ai tangentelor geometrice luate în punctele (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) precum şi cu coeficientul unghiular al coardei determinată de cele două puncte considerate.

Forma relaţiei funcţionale a problemei trebuie să fie

$$F\left(y_1', y_2', \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)=0 \tag{2}$$

cu condiţia ca relaţia să se reducă la o identitate cînd, de exemplu punctul (x_1, y_1) coincide cu punctul (x_2, y_2) şi reciproc.

Deci

$$\lim_{x_1\to x_2} F\left(y_1', y_2', \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)=F(y_2', y_2', y_2')\equiv 0 \tag{3}$$

adică funcţia de trei variabile $F(u, v, w)$ este identic nulă atunci cînd variabilele sînt egale $u=v=w$.

In spaţiul variabilelor $u=y_1'$, $v=y_2'$ şi $w=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ relaţia funcţională (2) defineşte o suprafaţă

$$F(u, v, w)=0$$

care suprafaţă, datorită condiţiei (3) conţine în întregime dreapta

$$u=v=w.$$

De asemenea funcţia $F(u, v, w)$ este simetrică în primele două argumente

$$F(u, v, w)=F(v, u, w).$$

Problema integrării ecuaţiei diferenţiale (2) care conţine două variabile independente x_1 şi x_2 două funcţii necunoscute de cîte o variabilă $y_1=y_1(x_1)$ şi $y_2=y_2(x_2)$ precum şi derivatele de ordinul I al acestor funcţii, se reduce la integrarea unei ecuaţii diferenţiale de ordinul I cu o singură funcţie necunoscută de o singură variabilă dacă, spre exemplu, considerăm în tot timpul integrării x_1, $y_1(x_1)$ şi $y_1'(x_1)$ ca parametri. Familia de curbe integrale determină în plan o familie de curbe depinzînd de 4 constante, trei dintre aceste constante reprezentînd coordonatele unui punct de pe curbă şi coeficientul unghiular al tangentei geometrice în acest punct la curbă, iar a patra constantă, fiind constanta de integrare.

Dacă pentru uşurarea integrării considerăm că am adus prin translaţie axele de coordonate în punctul x_1, y_1 şi că punctul x_2, y_2 este punct curent pe curbă, atunci (2) devine

$$F\left(m, y', \frac{y}{x}\right)=0 \tag{4}$$

unde am notat $y_1'=m$ (constant).

Această ecuaţie diferenţială dacă se poate explicita în raport cu y' devine omogenă

$$y'=\varphi\left(\frac{y}{x}, m\right);$$

dacă se poate explicita în raport cu $\frac{y}{x}$ devine o ecuaţie diferenţială tip Lagrange (particulară)

$$y=x\psi(y', m).$$

Dacă nu se poate face explicitarea nici faţă de y' şi nici faţă de $\frac{y}{x}$ integrala ecuaţiei se va determina prin metode de aproximaţie.

In cele ce urmează vom pune în evidenţă unele proprietăţi ale conicelor, bazaţi pe relaţii funcţionale de forma (2).

1. Să se determine curbele plane pentru care tangentele geometrice duse la curbă în capetele coardei ce uneşte punctele variabile (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) fac unghiuri egale cu această coardă.

Ecuaţia problemei este

$$\frac{\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}-y_1'}{1+y_1'\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}=\frac{y_2'-\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}{1+y_2\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}. \tag{5}$$

In baza celor observate mai sus, notînd $m=y_1'$ şi făcînd translaţia axelor de coordonate în punctul x_1, y_1 al curbei, (5) devine

$$\frac{\frac{y}{x}-m}{1+m\frac{y}{x}}=\frac{y'-\frac{y}{x}}{1+y'\frac{y}{x}}. \tag{5'}$$

Aceasta integrată ne dă

$$C(x^2+y^2)+mx-y=0.$$

Revenind la forma iniţială şi punînd $x_1=a$, $y_1=b$, avem ca integrală generală familia de cercuri

$$C(x-a)^2+C(y-b)^2+m(x-a)-(y-b)=0. \tag{6}$$

Deci cercurile planului sînt singurele curbe care verifică relaţia funcţională (5), coeficienţii din ecuaţia acestor cercuri fiind funcţii de patru constante (6).

2. Să se determine curbele plane care pentru orice pereche de puncte (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) de pe curbă satisfac relaţia: coeficientul unghiular al direcţiei perpendiculare pe coarda punctelor (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) este media aritmetică a coeficienţilor unghiulari ai normalelor la curbă luate în cele două puncte considerate.

Avem atunci relaţia

$$-\frac{x_2-x_1}{y_2-y_1}=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{y_1'}-\frac{1}{y_2'}\right) \tag{7}$$

care se mai poate scrie

$$\frac{2}{\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}=\frac{1}{y_1'}+\frac{1}{y_2'}. \tag{7'}$$

Relaţia (7') ne dă răspuns şi la problema următoare să se determine curbele plane care pentru orice pereche de puncte variabile (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) de pe curbă verifică relaţia: coeficientul unghiular al coardei celor două puncte considerate este media armonică a coeficienţilor unghiulari ai tangentelor geometrice duse la curbă în capetele coardei variabile.

Integrînd (7) sau (7') şi punînd $x_1=a$, $y_1=b$ şi $y_1'(x_1)=m$, avem ca integrală generală, familia de parabole

$$(y-b)^2+C(y-b)-Cm(x-a)=0. \tag{8}$$

Toate aceste parabole au aceeaşi direcţie pentru axa lor de simetrie şi anume direcţia axei Ox.

Deci parabolele din plan care au axa de simetrie paralelă cu Ox şi coeficienţii ecuaţiei sînt funcţii de patru constante a, b, m şi C (8) verifică relaţia funcţională scrisă sub forma (7) sau (7').

3. Să se determine curbele plane care pentru orice pereche de puncte (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) de pe curbă satisfac relaţia coeficientul unghiular al coardei

definită de punctele considerate este media aritmetică a coeficienţilor unghiulari ai tangentelor duse la curbă în capetele coardei variabile.

Relaţia problemei se scrie

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1}{2}(y_1'+y_2'). \tag{9}$$

Integrala generală a problemei este

$$(x-a)^2+Cm(x-a)-C(y-b)=0. \tag{10}$$

Curbele din această familie sînt parabole cu axa paralelă cu Oy.

In concluzie parabolele care au axa de simetrie paralelă cu Oy şi coeficienţii ecuaţiei funcţii de patru constante a, b, m şi C (10) verifică relaţia funcţională: coeficientul unghiular al coardei ce uneşte punctele variabile (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) este medie aritmetică între coeficienţii unghiulari ai tangentelor geometrice duse la curbă în capetele coardei considerate (9).

4. Să se arate că singurele curbe plane care verifică relaţia coeficientul unghiular al coardei arbitrare (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) este medie geometrică între coeficienţii unghiulari ai tangentelor geometrice duse la curbă în capetele coardei, sînt iperbolele echilatere avînd asimptotele paralele cu axele de coordonate

$$C(x-a)(y-b)-m(x-a)+y-b=0. \tag{11}$$

Se verifică cu uşurinţă că avem

$$\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)^2=\frac{[C(y_1-b)-m][C(y_2-b)-m]}{[C(x_1-a)+1][C(x_2-a)+1]}=\frac{m^2}{[C(x_1-a)+1]^2[C(x_2-a)+1]^2}.$$

Pentru a arăta că nu mai sînt alte curbe care să verifice relaţia problemei vom scrie relaţia funcţională

$$\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)^2=y_1'\cdot y_2' \tag{12}$$

pe care integrîndu-o (notînd ca şi în celelalte exemple $x_1=a$, $y_1=b$, $y_1'=m$) obţinem pentru familia de curbe integrale chiar familia de iperbole echilatere (11) cu asimptotele paralele cu Ox şi Oy.

3'. Dacă cercetăm care sînt curbele plane care pentru orice pereche (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) de puncte de pe curbă avem relaţia că coeficientul unghiular al direcţiei perpendiculare pe coarda punctelor considerate este medie armonică între coeficienţii unghiulari ai normalelor curbei luate în punctele (x_1, y_1) şi (x_2, y_2) regăsim curbele (10). Intr-adevăr scriind relaţia

$$\frac{2}{-\frac{x_2-x_1}{y_2-y_1}}=\frac{1}{-\frac{1}{y_1'}}+\frac{1}{-\frac{1}{y_2'}}$$

sub forma

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1'+y_2'}{2}$$

vedem că nu este decît relaţia (9). Deci curbele (10), satisfac şi această proprietate exprimată relativ la normalele curbei.

4'. Iperbolele echilatere (11) sînt cele mai generale curbe plane care verifică în același timp cu relația (12) și relația

$$\left(-\frac{x_2-x_1}{y_2-y_1}\right)^2=\left(-\frac{1}{y_1'}\right)\left(-\frac{1}{y_2'}\right) \tag{13}$$

care ne spune: coeficientul unghiular al direcției perpendiculare pe coarda arbitrară (x_1, y_1) și (x_2, y_2) este medie geometrică între coeficienții unghiulari ai normalelor la curbă duse în capetele coardei variabile. Deci pentru orice iperbolă echilateră din familia (11) *proprietatea* între coeficientul unghiular al coardei variabile și coeficienții unghiulari ai tangentelor duse la curbă în capetele acestei coarde, este o proprietate ortogonală, adică rămîne valabilă dacă se înlocuiesc cele trei direcții considerate fiecare prin direcția sa ortogonală.

Vom spune că proprietățile (12) și (13) sînt proprietăți ortogonale una celeilalte.

5. Vom trata în încheiere problema: să se determine curbele plane care pentru orice pereche de puncte (x_1, y_1) și (x_2, y_2) de pe curbă verifică relația funcțională

$$\frac{y_1'+y_2'}{2}\left[\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)^2+\beta\right]=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}[y_1'\cdot y_2'+\beta] \tag{14}$$

care pentru $\beta=-1$ se reduce la relația (5), pentru $\beta=0$ la (7') și pentru $\lim\beta=\infty$ la (9).

Integrînd ecuația (14) găsim familia de conice depinzînd de cinci parametri a, b, m, C și β

$$(y-b)^2-\beta(x-a)^2+Cm(x-a)-C(y-b)=0 \tag{15}$$

care conține: cercuri, elipse și iperbole cu axele paralele cu axele de coordonate și parabole cu axa de simetrie paralelă cu Ox.

Observație. Dacă în loc să considerăm relația funcțională între tangentele trigonometrice ale unghiurilor pe care cele trei direcții [direcția coardei, direcția tangentei în (x_1, y_1) și direcția tangentei în (x_2, y_2)] le fac cu axa Ox, vom considera relația funcțională între tangentele trigonometrice ale unghiurilor pe care cele trei direcții le fac cu *o direcție fixă dată,* ajungem în cazul problemelor precedent prezentate, tot la *conice,* cu deosebirea că ecuațiile conicelor se prezintă sub formă generală.

Justificarea este imediată deoarece trecerea de la sistemul de axe Ox, Oy la sistemul format din direcția fixă dată, luată ca nouă axă Ox și direcția perpendiculară pe ea ca axă Oy se face prin formulele cunoscute ce dau rotația sistemului de axe de coordonate în plan. Intr-o rotație de axe de coordonate, coeficienții unghiulari suferă o transformare omografică unimodulară.

Deci rezultatele prezentate de noi sînt proprietăți bilocale ale conicelor și au exprimarea cea mai simplă cînd direcția în raport cu care se determină unghiurile celor trei direcții variabile se ia ca axă de origină a unghiurilor, adică axă Ox.

BIBLIOGRAFIE

1. V. I. Smirnov, *Curs de matematici superioare,* vol. II, traducere din limba rusă, Edit. Tehnică, 1954, pp. 11—13.
2. V. Alaci, R.M.T. an 27, nr. 3, p. 29 (an. 1947).
3. N. N. Mihăileanu, R.M.T. an. 27, nr. 3, p. 27 (an. 1947).
4. N. N. Mihăileanu, Gazeta Matem. an. 53, nr. 4, p. 197 (an. 1947).

SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS DES CONIQUES

(RÉSUMÉ)

L'auteur indiques quelques nouvelles propriétés des coniques en partant de la relation fonctionelle (2).

Les propriétés sont exprimées analytiquement à l'aide du coefficient angulaire d'une corde variable et des coefficients angulaires des tangentes géometriques menées à la courbe aux extremités de la corde.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ КОНИЧЕСКИХ СЕЧЕНИЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Автор указывает на несколько новых свойств конических сечений, исходя из функциональной зависимости (2).

Свойства выражены аналитически посредством углового коэффициента переменной хорды и угловых коэффициентов геометрических касательных, проведенных к кривой у концов хорды.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

FUNCŢII OMOGENE ÎN SISTEM

DE

OCT. EM. GHEORGHIU şi B. CRSTICI

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

In teoria cîmpurilor vectoriale am întîlnit următoarea problemă: să se determine două cîmpuri vectoriale $\bar{a}(\bar{r})$ şi $\bar{b}(\bar{r})$ care să fie conjugate direcţional în raport cu un cîmp vectorial dat $\bar{v}(\bar{r})$. Altfel spus derivata cîmpului $\bar{a}$ după vectorul $\bar{v}$ să fie proporţională cu vectorul de cîmp $\bar{b}$ şi derivata cîmpului $\bar{b}$ după vectorul $\bar{v}$ să fie proporţională cu vectorul de cîmp $\bar{a}$.

Notînd ca de obicei cu

$$\nabla = \bar{i}\frac{\partial}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\bar{a} = \bar{i}a_x + \bar{j}a_y + \bar{k}a_z$$

$$\bar{b} = \bar{i}b_x + \bar{j}b_y + \bar{k}b_z$$

$$\bar{v} = \bar{i}v_x + \bar{j}v_y + \bar{k}v_z$$

vom avea următoarele ecuaţii pentru problemă [1]:

$$\begin{cases} (\bar{v}\cdot\nabla)\,\bar{a} = \lambda\bar{b} \\ (\bar{v}\cdot\nabla)\,\bar{b} = \mu\bar{a} \end{cases} \tag{1}$$

unde λ şi μ sînt scalari (constante).

Sau notînd cu L operatorul liniar scalar

$$L = (\bar{v}\cdot\nabla) = v_x\frac{\partial}{\partial x} + v_y\frac{\partial}{\partial y} + v_z\frac{\partial}{\partial z}$$

vom putea scrie sistemul (1) sub forma

$$\begin{cases} L\bar{a} = \lambda\bar{b} \\ L\bar{b} = \mu\bar{a}. \end{cases} \tag{1'}$$

Acest sistem este echivalent cu ecuația cu derivate parțiale de ordinul II liniară

$$L^2\bar{u}=\lambda_1\mu\bar{u} \tag{2}$$

pentru care vectorii $\bar{a}$ și $\bar{b}$ sînt soluții.

Problema pusă are atunci următorul răspuns: *acele cîmpuri* $\bar{a}(\bar{r})$ *și* $\bar{b}(\bar{r})$ *sînt direcțional conjugate în raport cu cîmpul dat* $\bar{v}(\bar{r})$, *dacă* $\bar{a}(\bar{r})$ *și* $\bar{b}(\bar{r})$ *sînt soluții ale sistemului* (1) *sau ale ecuației unice* (2).

1. Plecînd de la scrierea analitică (1) a acestei probleme am fost conduși să introducem noțiunea de *funcții omogene în sistem.*

Definiție. Două funcții scalare $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ și $G(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, definite în același domeniu D din spațiul X_n, regulate în acest domeniu și de clasă $C^s(s>2)$, vom spune că sînt *omogene în sistem* sau *ciclic omogene* dacă împreună cu o constantă λ verifică sistemul de ecuații cu derivate parțiale

$$\begin{cases} x_1\dfrac{\partial F}{\partial x_1}+x_2\dfrac{\partial F}{\partial x_2}+\ldots+x_n\dfrac{\partial F}{\partial x_n}=G \\ x_1\dfrac{\partial G}{\partial x_1}+x_2\dfrac{\partial G}{\partial x_2}+\ldots+x_n\dfrac{\partial G}{\partial x_n}=\lambda F. \end{cases} \tag{3}$$

Dacă pentru prescurtarea scrierii, vom introduce *operatorul de derivare a lui Euler*

$$E_n\equiv x_1\frac{\partial}{\partial x_1}+x_2\frac{\partial}{\partial x_2}+\ldots+x_n\frac{\partial}{\partial x_n} \tag{4}$$

atunci sistemul (3) se va scrie

$$\begin{cases} E_nF(x_1, x_2, \ldots, x_n)=G(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ E_nG(x_1, x_2, \ldots, x_n)=\lambda F(x_1, x_2, \ldots, x_n). \end{cases} \tag{3'}$$

Sistemul de ecuații cu derivate parțiale (3′) este echivalent cu

$$E_n^2U(x_1, x_2, \ldots, x_n)=\lambda U(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{5}$$

Deci perechile de funcții omogene în sistem (ciclic omogene) trebuie să fie soluții ale ecuației cu derivate parțiale de ordinul II liniară (5).

Pentru a integra sistemul (3′) sau ecuația (5) vom aduce *operatorul lui Euler* la forma canonică făcînd următoarea schimbare de variabile în D

$$\xi_1=\frac{x_1}{x_n},\quad \xi_2=\frac{x_2}{x_n},\ldots,\xi_{n-1}=\frac{x_{n-1}}{x_n},\quad \xi_n=\ln x_1x_2\ldots x_{n-1}x_n \tag{6}$$

cu jacobianul diferit de zero. Atunci operatorul E_n dat de (4) devine

$$E_n=n\frac{\partial}{\partial\xi_n} \tag{7}$$

iar ecuația (5) se scrie în noile variabile

$$n^2\frac{\partial^2}{\partial\xi_n^2}U(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)=\lambda U(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n). \tag{8}$$

Integrînd această ecuaţie cu derivate parţiale şi revenind la variabilele iniţiale, avem următoarea exprimare pentru forma generală a soluţiilor ecuaţiei (5)

$$1^\circ \quad U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \varphi_1\left(\frac{x_1}{x_n}, \frac{x_2}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) \cdot x_n^{\sqrt{\lambda}} +$$

$$+ \varphi_2\left(\frac{x_1}{x_n}, \frac{x_2}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) \cdot x_n^{-\sqrt{\lambda}} \quad \text{cînd} \quad \lambda > 0 \tag{9}$$

$$2^\circ \quad U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \varphi_1\left(\frac{x_1}{x_n}, \frac{x_2}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) \cos\left(\sqrt{-\lambda} \ln x_n\right) +$$

$$+ \varphi_2\left(\frac{x_1}{x_n}, \frac{x_2}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) \sin\left(\sqrt{-\lambda} \ln x_n\right) \quad \text{cînd} \quad \lambda < 0 \tag{10}$$

$$3^\circ \quad U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \varphi_1\left(\frac{x_1}{x_n}, \frac{x_2}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) \ln x_n +$$

$$+ \varphi_2\left(\frac{x_1}{x_n}, \frac{x_2}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) \quad \text{cînd} \quad \lambda = 0. \tag{11}$$

Prin $\varphi_1\left(\frac{x_1}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right)$ *şi* $\varphi_2\left(\frac{x_1}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right)$ *am notat două funcţii abitrare de variabile* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *omogene de gradul zero.*

Putem lua în *cazul 1°* pentru funcţiile F şi G expresiile

$$\begin{aligned} F &= \varphi_1 x_n^{\sqrt{\lambda}} + \varphi_2 x_n^{-\sqrt{\lambda}} \\ G &= \sqrt{\lambda}\left[\varphi_1 x_n^{\sqrt{\lambda}} - \varphi_2 x_n^{-\sqrt{\lambda}}\right] \end{aligned} \tag{12}$$

în *cazul 2°* pe următoarele

$$\begin{aligned} F &= \varphi_1 \cos\left(\sqrt{-\lambda} \ln x_n\right) + \varphi_2 \sin\left(\sqrt{-\lambda} \ln x_n\right) \\ G &= \sqrt{-\lambda}\left[\varphi_2 \cos\left(\sqrt{-\lambda} \ln x_n\right) - \varphi_1 \sin\left(\sqrt{-\lambda} \ln x_n\right)\right] \end{aligned} \tag{13}$$

şi *în cazul 3°*

$$\begin{aligned} F &= \varphi_1 \ln x_n + \varphi_2 \\ G &= \varphi_1. \end{aligned} \tag{14}$$

Vom introduce următoarea notaţie pentru a arăta că funcţiile F şi G sînt omogene în sistem (ciclic omogene) cu constanta λ.

$$\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Observaţie. Ecuaţia (5) cînd $\lambda = m^2$ are ca soluţii şi funcţii omogene de grad m sau $-m$, care sînt cazuri particulare în (12) dar verifică (3) cu $G = \pm mF$.

Vom da în cele ce urmează proprietăţile acestor funcţii, unele valabile pentru orice constantă λ, altele valabile pentru $\lambda>0$, $\lambda<0$ sau $\lambda=0$. Unde nu se face nici o precizare proprietatea este independentă de semnul constantei.

Proprietatea 1°. *Suma a două sau mai multe perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) este o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) dacă şi numai dacă au aceeaşi constantă* λ

$$\sum_{i=1}^{N}\begin{pmatrix}F_i\,,\ G_i\\ 1\ ,\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sum_{i=1}^{N}F_i\,,\ \sum_{i=1}^{N}G_i\\ 1\ ,\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}F\ ,\ G\\ 1\ ,\ \lambda\end{pmatrix}. \tag{16}$$

Proprietatea 2°. *Produsul dintre o funcţie omogenă de grad zero* $\psi(x_1, x_2,\ldots,x_n)$ *şi o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene)* $\begin{pmatrix}F\ ,\ G\\ 1\ ,\ \lambda\end{pmatrix}$ *este o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) de acelaşi fel*

$$\psi\cdot\begin{pmatrix}F,\ G\\ 1,\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\psi F,\ \psi G\\ 1\ ,\ \lambda\end{pmatrix}. \tag{17}$$

Demonstraţia se face imediat aplicînd operatorul E_n ca în sistemul (3).

Din proprietăţile 1° şi 2° avem următoarea proprietate generală:

Proprietatea 3°. O combinaţie liniară de mai multe perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) cu aceeaşi constantă λ, cu coeficienţii funcţii omogene de grad zero, este o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) de acelaşi fel.

In baza lui (16) şi (17) scriem

$$\sum_{i=1}^{n}\psi_i\begin{pmatrix}F_i,\ G_i\\ 1\ ,\ \lambda\end{pmatrix}=\sum_{i=1}^{N}\begin{pmatrix}\psi_iF_i,\ \psi_iG_i\\ 1\ ,\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sum_{i=1}^{N}\psi_iF_i,\ \sum_{i=1}^{N}\psi_iG_i\\ 1\ ,\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}F,\ G\\ 1,\ \lambda\end{pmatrix}. \tag{18}$$

Proprietatea 4°. Dacă $\begin{pmatrix}F,\ G\\ 1,\ \lambda\end{pmatrix}$ este o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene), atunci funcţia

$$H=\lambda F^2-G^2 \tag{19}$$

este o funcţie omogenă de gradul zero pentru orice λ.

Proprietatea 5°. Dacă $\begin{pmatrix}F,\ G\\ 1,\ \lambda\end{pmatrix}$ este o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) şi $\lambda>0$, atunci funcţiile

$$\Phi_1=\sqrt{\lambda}F+G \tag{20}$$

$$\Psi_1=\sqrt{\lambda}F-G \tag{21}$$

sînt funcţii omogene de grad $\sqrt{\lambda}$ şi $-\sqrt{\lambda}$ adică

$$E_n\Phi_1=\sqrt{\lambda}\,\Phi_1 \tag{22}$$

$$E_n\Psi_1=-\sqrt{\lambda}\,\Psi_1\,. \tag{23}$$

Cu ajutorul funcţiilor Φ_1 şi Ψ_1 putem să exprimăm funcţiile F, G şi H

$$F=\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}(\Phi_1+\Psi_1) \tag{24}$$

$$G=\frac{1}{2}(\Phi_1-\Psi_1) \tag{25}$$

$$H=\Phi_1\Psi_1\,. \tag{26}$$

Reprezentările (12) sînt aceleaşi cu (24), (25).

Definiţie. Două funcţii omogene de grad de omogeneitate p şi $-p$ le vom numi *funcţii omogene opuse.*

Atunci cu ajutorul *funcţiilor omogene opuse* putem da o altă definiţie funcţiilor omogene în sistem (ciclic omogene) cînd $\lambda>0$: $\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}$ este o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) dacă F respectiv G admit reprezentarea

$$F=\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}(\Phi_1+\Psi_1)$$

$$G=\frac{1}{2}(\Phi_1-\Psi_1)$$

prin *funcţiile omogene opuse* Φ_1 şi Ψ_1 de grad $\sqrt{\lambda}$ şi $-\sqrt{\lambda}$ de omogeneitate.

Proprietatea 6°. Dacă $\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1\,, & \lambda \end{pmatrix}$ şi $\begin{pmatrix} F_2, & G_2 \\ 1\,, & \mu \end{pmatrix}$ cu $\lambda>0$ şi $\mu>0$ sînt funcţii omogene în sistem (ciclic omogene), atunci şi numai atunci produsul lor defineşte tot o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) dacă acesta se face în felul următor

$$\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1\,, & \lambda \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} F_2, & G_2 \\ 1\,, & \mu \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{\sqrt{\lambda\mu}}{\sqrt{\lambda}+\sqrt{\mu}}F_1F_2+\dfrac{1}{\sqrt{\lambda}+\sqrt{\mu}}G_1G_2, & \sqrt{\lambda}F_1G_2+\mu F_2G_1 \\ 1 \qquad\qquad , & \lambda+\mu+2\sqrt{\lambda\mu} \end{pmatrix} \tag{27}$$

Demonstraţie. Vom scrie

$$F_1=\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}(\Phi_1+\Psi_1)$$

$$G_1=\frac{1}{2}(\Phi_1-\Psi_1)$$

$$F_2=\frac{1}{2\sqrt{\mu}}(\Phi_2+\Psi_2)$$

$$G_2=\frac{1}{2}(\Phi_2-\Psi_2).$$

Din acestea scoatem Φ_1, Ψ_1 şi Φ_2, Ψ_2 în funcţie de F_1, G_1 şi F_2, G_2 care sînt *funcţii omogene opuse* de grad $\pm\sqrt{\lambda}$ şi $\pm\sqrt{\mu}$. Scriem

$$\Phi=\Phi_1\Phi_2=\sqrt{\lambda\mu}\,F_1F_2+G_1G_2+\sqrt{\lambda}\,F_1G_2+\sqrt{\mu}\,F_2G_1$$
$$\Psi=\Psi_1\cdot\Psi_2=\sqrt{\lambda\mu}\,F_1F_2+G_1G_2-\sqrt{\lambda}\,F_1G_2-\sqrt{\mu}\,F_2G_1.$$

Cu aceste funcţii omogene opuse de grad $\pm(\sqrt{\lambda}+\sqrt{\mu})$ construim o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene)

$$F=\frac{1}{2(\sqrt{\lambda}+\sqrt{\mu})}(\Phi+\Psi)=\frac{\sqrt{\lambda\mu}\,F_1F_2+G_1G_2}{\sqrt{\lambda}+\sqrt{\mu}}$$
$$G=\frac{1}{2}(\Phi-\Psi)=\sqrt{\lambda}\,F_1G_2+\sqrt{\mu}\,F_2G_1.$$

Aceste funcţii verifică sistemul

$$E_nF=G$$
$$E_nG=(\lambda+\mu+2\sqrt{\lambda\mu})\,F.$$

Deci rezultă proprietatea 6° relativă la produsul a două perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene).

După (27) se obţine imediat ridicarea la putere întreagă şi pozitivă a unei perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene). Astfel

$$\begin{pmatrix}F, & G\\ 1, & \lambda\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{\lambda}}{2}F^2+\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}G^2, & 2\sqrt{\lambda}FG\\ 1 \quad , & 4\lambda\end{pmatrix} \tag{28}$$

$$\begin{pmatrix}F, & G\\ 1, & \lambda\end{pmatrix}^3=\begin{pmatrix}\frac{\lambda}{3}F^3+FG^2, & 3\lambda F^2G+G^3\\ 1 \quad , & 9\lambda\end{pmatrix}. \tag{29}$$

Formula generală este

$$\begin{pmatrix}F, & G\\ 1, & \lambda\end{pmatrix}^{2m}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2m\sqrt{\lambda}}\sum_{p=0}^{m}C_{2m}^{2p}\lambda^{m-p}F^{2(m-p)}G^{2p}, & \sum_{p=0}^{m-1}C_{2m}^{2p+1}\lambda^{m-p-\frac{1}{2}}F^{2(m-p)-1}G^{2p+1}\\ 1 \quad , & 4m^2\lambda\end{pmatrix} \tag{30}$$

pentru puteri pozitive cu soţ şi

$$\begin{pmatrix}F, & G\\ 1, & \lambda\end{pmatrix}^{2m+1}=$$
$$=\begin{pmatrix}\frac{1}{(2m+1)\sqrt{\lambda}}\sum_{p=0}^{m}C_{2m+1}^{2p}\lambda^{m-p+\frac{1}{2}}F^{2(m-p)+1}G^{2p}, & \sum_{p=0}^{m}C_{2m+1}^{2p+1}\lambda^{m-p}F^{2(m-p)}G^{2p+1}\\ 1 \quad , & (2m+1)^2\lambda\end{pmatrix} \tag{31}$$

pentru puteri pozitive fără soţ.

Proprietatea 6′. Dacă $\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}$ şi $\begin{pmatrix} F_2, & G_2 \\ 1, & \mu \end{pmatrix}$ sînt funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) cu $\lambda < 0$ şi $\mu < 0$, atunci şi numai atunci produsul lor defineşte tot o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) dacă acesta (produsul) se face astfel

$$\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_2, & G_2 \\ 1, & \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{-\lambda}\sqrt{-\mu}\,F_1F_2 - G_1G_2}{\sqrt{-\lambda}+\sqrt{-\mu}}, & \sqrt{-\lambda}\,F_1G_2 + \sqrt{-\mu}\,F_2G_1 \\ 1, & -(\sqrt{-\lambda}+\sqrt{-\mu})^2 \end{pmatrix} \tag{27′}$$

Ridicarea la putere întreagă pozitivă a unei perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) cînd constanta $\lambda < 0$ se face prin formulele

$$\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{-\lambda}}{2}F^2 - \frac{G^2}{2\sqrt{-\lambda}}, & 2\sqrt{-\lambda}\,FG \\ 1, & 4\lambda \end{pmatrix} \tag{28′}$$

$$\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} -\frac{\lambda}{3}F^3 - FG^2, & -3\lambda F^2G - G^3 \\ 1, & 9\lambda \end{pmatrix}. \tag{29′}$$

In virtutea relaţiilor (27′), (28′) şi (29′) se stabilesc şi în acest caz formule generale de ridicare la putere întreagă pozitivă analoge cu (30) şi (31) pe care nu le mai scriem.

Proprietatea 6″. Dacă $\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & 0 \end{pmatrix}$ şi $\begin{pmatrix} F_2, & G_2 \\ 1, & 0 \end{pmatrix}$ sînt două perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) cu $\lambda = \mu = 0$, produsul lor se defineşte astfel

$$\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_2, & G_2 \\ 1, & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1G_2 + F_2G_1, & 2G_1G_2 \\ 1, & 0 \end{pmatrix}. \tag{27″}$$

Proprietatea 7°. Cîtul a două perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) $\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix}$ şi $\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}$ cu $\rho > 0$ şi $\lambda > 0$ este o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene)

$$\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X, & Y \\ 1, & (\sqrt{\rho}-\sqrt{\lambda})^2 \end{pmatrix} \tag{32}$$

unde

$$X = \frac{1}{\sqrt{\rho}-\sqrt{\lambda}}\left[\sqrt{\lambda\rho}\,F\frac{F_1}{H_1} - G\frac{G_1}{H_1}\right]$$

$$Y = \sqrt{\lambda}\,G\frac{F_1}{H_1} - \sqrt{\rho}\,F\frac{G_1}{H_1} \tag{33}$$

iar

$$H_1 = \lambda F_1^2 - G_1^2.$$

Această proprietate se găseşte aplicînd (27) pentru $\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}$ şi $\begin{pmatrix} X, & Y \\ 1, & (\sqrt{\rho}-\sqrt{\lambda})^2 \end{pmatrix}$ scriind că produsul este egal cu $\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix}$.

Transformînd citul (32) în produs luînd $\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^{-1}$ găsim pentru exprimarea ridicării unei perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) la puterea de exponent -1 expresia

$$\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{F_1}{H_1}, & -\frac{G_1}{H_1} \\ 1, & \lambda \end{pmatrix} \tag{34}$$

unde semnul „$-$“ se va pune în faţa lui $\sqrt{\lambda}$.

Atunci

$$\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^{-1} =$$

$$= \begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{F_1}{H_1}, & -\frac{G_1}{H_1} \\ 1, & \lambda \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\rho}-\sqrt{\lambda}} \left(\sqrt{\lambda\rho}\frac{FF_1}{H_1} - \frac{GG_1}{H_1} \right), & \sqrt{\lambda}\frac{GF_1}{H_1} - \sqrt{\rho}\frac{G_1F}{H_1} \\ 1, & (\sqrt{\rho}-\sqrt{\lambda})^2 \end{pmatrix}.$$

Pe baza formulei (34) putem să calculăm şi puterile întregi negative pentru o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) aplicînd formulele

$$\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^{-p} = \begin{pmatrix} -\frac{F_1}{H_1}, & -\frac{G_1}{H_1} \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^{p}; \quad p=2, 3, \ldots, 2m, 2m+1, \ldots$$

Proprietatea 7′. Cîtul a două perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) $\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix}$ şi $\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}$ cu $\rho<0$ şi $\lambda<0$ este o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) dacă se face analog cu (32) astfel

$$\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X, & Y \\ 1, & -(\sqrt{-\rho}-\sqrt{-\lambda})^2 \end{pmatrix} \tag{32′}$$

unde

$$X = \frac{1}{\sqrt{-\rho}-\sqrt{-\lambda}} \left[-\sqrt{-\lambda}\sqrt{-\rho}F\frac{F_1}{H_1} - G\frac{G_1}{H_1} \right]$$

$$Y = -\sqrt{-\lambda}G\frac{F_1}{H_1} + \sqrt{-\rho}F\cdot\frac{G_1}{H_1}$$

iar

$$H_1 = \lambda F_1^2 - G_1^2.$$

Aplicînd formula (27′) pentru $\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}$ şi $\begin{pmatrix} X, & Y \\ 1, & (-\sqrt{-\rho}-\sqrt{-\lambda})^2 \end{pmatrix}$ se găseşte (32′) dacă avem (33′).

De aici urmează că ridicarea la putere cu exponent -1 este dată de relaţia

$$\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{F_1}{H_1}, & \frac{G_1}{H_1} \\ 1, & \lambda \end{pmatrix} \tag{34′}$$

unde semnul „$-$” trebuie pus în calcul în faţa lui $\sqrt{-\lambda}$. Atunci cîtul (32′) devine un produs

$$\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & \rho \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{F_1}{H_1}, & \frac{G_1}{H_1} \\ 1, & \lambda \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{-\sqrt{-\lambda}\sqrt{-\rho}\,FF_1 - GG_1}{(\sqrt{-\rho}-\sqrt{-\lambda})H_1}, & \frac{\sqrt{-\rho}\,FG_1 - \sqrt{-\lambda}\,GF_1}{H_1} \\ 1, & -(\sqrt{-\rho}-\sqrt{-\lambda})^2 \end{pmatrix}.$$

Deoarece prin (34′) o putere cu exponent întreg şi negativ se reduce la o putere cu exponent întreg şi pozitiv putem să scriem relaţia generală pentru exponenţi negativi

$$\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^{-p} = \begin{pmatrix} \frac{F_1}{H_1}, & \frac{G_1}{H_1} \\ 1, & \lambda \end{pmatrix}^{p}; \quad p=2, 3, \ldots, m, \ldots$$

Proprietatea 7″. Cîtul a două perechi de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) $\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & 0 \end{pmatrix}$ şi $\begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & 0 \end{pmatrix}$ cu $\rho=\lambda=0$ este o pereche de funcţii omogene în sistem (ciclic omogene) dacă se fac astfel

$$\begin{pmatrix} F, & G \\ 1, & 0 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} F_1, & G_1 \\ 1, & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2FG_1 - F_1G}{2G_1^2}, & \frac{G}{2G_1} \\ 1, & 0 \end{pmatrix}. \tag{32″}$$

In acest caz nu putem stabili pentru exponenţi întregi negativi o relaţie analogă cu (34) sau (34′).

BIBLIOGRAFIE

1. I F. L a d o n, *Bazele calculului vectorial,* vol. II, (traducere din limba rusă). Editura de Stat, 1949, § 65, p. 87.

2. S t. G o t a b, Sur les fonctions homogènes. Équation d'Euler. C. R. Soc. Sci. Varsovie, 25, 1933, p. 105—110.

FONCTIONS HOMOGÈNES EN SYSTÈME

(RÉSUMÉ)

Les auteurs appellent les solutions du système (3) des fonctions homogène en système ou des fonctions homogène en cycle de période $p=2$.

On indiques les propriétés de ces fonctions en ce qui concerne l'addition, la multiplication par une fonction homogène de degré zero, la multiplication, la puissance et la division.

L'étude des fonctions en système ou des fonctions homogènes en cycle de période $p > 2$, fera l'objet d'un autre travail.

ОДНОРОДНЫЕ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Авторы называют решения системы (3) однородными функциями системы или однородными функциями цикла с периодом $p=2$. Даются также свойства этих функций в связи с сложением, умножением на однородную функцию нулевой степени, умножением, возведением в степень и делением.

Однородные функции системы или однородные функции цикла с периодом $p > 2$ будут рассматриваться в другой работе.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

CONDIŢII DINAMICE PENTRU DETERMINAREA DISTANŢELOR ÎNTRE VAGONEŢII DE FUNICULAR

DE

LAZĂR BOLEANŢU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

Determinarea distanţei între doi vagoneţi de funicular se face în general după două criterii:

— Productivitatea impusă funicularului şi deci posibilităţile de manipulare a vagoneţilor în staţii.

— Consideraţiuni de rezistenţă faţă de cablurile purtătoare existente.

In ceea ce priveşte restricţiile cari se impun, sînt următoarele:

— Distanţa între doi piloni să nu fie un multiplu al distanţei între doi vagoneţi.

— Lansarea vagoneţilor să nu se facă cu întîrzieri mai mari de 2—3 minute, ceea ce dă o abatere de 120—180 v m, faţă de distanţa impusă *l*. După această depăşire funicularul trebuie oprit.

De remarcat că nu există nici un criteriu de determinare a distanţei între doi vagoneţi, bazat pe condiţii de stabilitate dinamică a vagonetului pe linia de transport.

Printre factorii importanţi ce pot produce o nestabilitate a vagonetului şi chiar deraierea lui de pe cablul purtător sînt vibraţiile ce pot lua naştere în sistem, datorită unor cauze multiple.

In cele ce urmează ne propunem să analizăm o categorie din aceste vibraţii, provocate de:

A. Cuplarea periodică a vagoneţilor pe cablul tractor;

B. Trecerea vagoneţilor peste saboţii pilonilor;

C. Oscilaţia corfei vagonetului.

Rezolvarea problemei se formulează în următoarele condiţii simplificatorii:

1. Se examinează numai oscilaţiile transversale plane de primul mod de vibraţie.

2. Tensiunea în cablul purtător se presupune constantă.

3. Cablul este flexibil şi inextensibil, adică tensiunea în cablul purtător este dirijată după tangenta la profilul instantaneu al cablului şi deci cablul nu preia solicitări la încovoiere.

4. Viteza vagonetului pe cablu are componenta orizontală constantă.

5. Extremităţile cablului se consideră fixe, presupunînd că în mod obişnuit cablul purtător nu alunecă pe saboţii pilonilor.

6. Se ţine seamă numai de armonică fundamentală.

Notaţiile ce vor fi folosite sînt următoarele:

T_0 — tensiunea cablului purtător;
L — distanţa între doi piloni;
l — distanţa între doi vagoneţi;
ρ — masa specifică pe unitatea de lungime a cablului purtător;
y — săgeata instantanee a cablului;
x — distanţa instantanee a vagonetului;
τ — perioada cuplării vagoneţilor;
v — componenta orizontală a vitezei vagonetului;
$T(p)$ — perioada (pulsaţia) cablului cuprins între doi piloni;
$T_c(\Omega_c)$ — perioada (pulsaţia) corfei;
Ω — pulsaţia forţei perturbatoare ce acţionează transversal pe cablu, în dreptul fiecărui vagonet;
k — raza de giraţie a corfei, faţă de centrul de greutate al corfei;
a — distanţa centrului de greutate al corfei faţă de punctul de suspensie.

Alte notaţii se vor preciza la faza respectivă de calcul.

A. CUPLAREA VAGONEŢILOR

In momentul cuplării vagonetului se produc vibraţii ale cablului tractor şi o variaţie a forţei tractoare din următoarele motive:

— Vagonetul intrat în podul de cuplare nu are viteza cablului tractor.

— La un profil variat al funicularului se poate întîmpla ca, la o anumită repartiţie a vagoneţilor cablul tractor să lucreze în regim motor, iar la o altă repartiţie în regim de frînare.

In orice caz se poate deduce deci că impulsurile ce se transmit pe cablul tractor vor avea un caracter periodic.

Desigur ca mărime aceste forţe vor fi foarte variate, depinzînd în general de următorii factori:

— Diferenţa între vitezele vagonetului şi a cablului tractor în momentul cuplării.

— Timpul de cuplare al vagonetului.

— Distanţa corfei faţă de locul în care se face cuplarea, intervenind în acest caz amortizarea, datorită cedării şaibei glisante a cablului tractor precum şi consumarea rezervei de cablu tractor între corfe.

O dată stabilit însă caracterul periodic al forţei tractoare putem scrie, dezvoltat în serie Fourier, expresia forţei din cablul tractor:

$$F_1(t) = F_0 + \sum_1^{\infty} (\alpha_n \operatorname{cosnc} t + \beta_n \operatorname{sinnc} t).$$

F_0 reprezentînd partea constantă a tensiunii din cablul tractor.

Forma calitativă a curbei după care variază forţa tractoare se vede în figura 1.

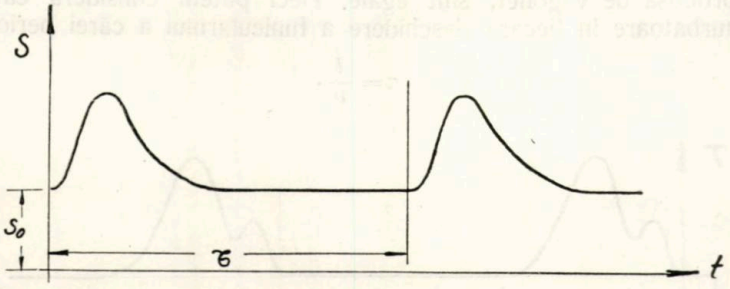


Fig. 1.

Dacă τ este perioada de variaţie, avem:

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}$$

iar perioada cuplării vagoneţilor este:

$$\tau = \frac{1}{v}$$

care poate deveni

$$\tau^{max} = \frac{1}{v} + (120 - 180)\,\text{sec}$$

după actualele prescripţii empirice, care recomandă ca posibilă o întîrziere de două, trei minute.

B. TRECEREA VAGONEŢILOR PESTE SABOŢII PILONILOR

In special la saboţii care nu au profilul bine racordat cu direcţiile cablului purtător, trecerea vagonetului este însoţită de vibraţii ale cablului purtător, aşezarea căruciorului vagonetului pe cablu făcîndu-se cu o forţă periodic aplicată, a cărei formă calitativă este reprezentată în fig. 2.

Perioada loviturilor căruciorului în cablul purtător este:

$$\tau = \frac{l}{v}$$

şi deci putem scrie seria Fourier pentru forţa perturbatoare periodică, generată de vagonet în trecerea lui peste saboţi:

$$F_2^{(t)} = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega t + b_n \sin \omega t)$$

avînd pulsaţia:

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}.$$

Remarcăm că atît perioada forţei tractoare cît şi perioada forţei perturbatoare produsă de vagonet, sînt egale. Deci putem considera că există o forţă perturbatoare în fiecare deschidere a funicularului a cărei perioadă este:

$$\tau = \frac{l}{v}.$$

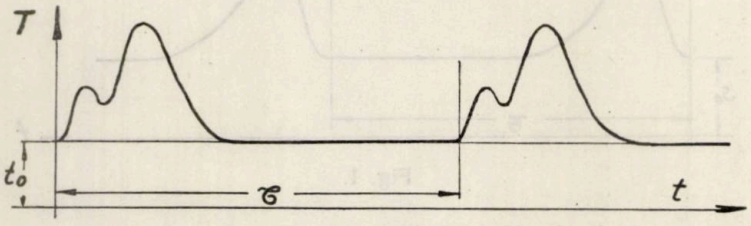


Fig. 2.

In cazul cînd ţinem seama numai de prima armonică, la rezonanţă vom avea:

$$\frac{l}{v} = 2L\sqrt{\frac{\rho}{T_0}}$$

adică trecerea vagonetului peste sabotul pilonului poate pune în rezonanţă cablul purtător cu forţa perturbatoare. Rezultă viteza critică:

$$v = \frac{1}{2\lambda}\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}$$

pe care o vom reprezenta pentru un funicular dat şi se va cerceta comportarea fiecărei deschideri din acest punct de vedere.

C. OSCILAŢIA VAGONETULUI

Printre forţele care acţionează asupra vagonetului se găseşte şi forţa de tracţiune a cărei caracter periodic l-am constatat mai sus.

Vagonetul este compus din două părţi: căruciorul şi corfa care este articulată pe cărucior şi deci corfa se va comporta ca un pendul fizic a cărui perioadă, la oscilaţii mici, este:

$$T_C = 2\pi\sqrt{\frac{I_a}{G_2 \cdot a}}$$

sau introducînd raza de giraţie şi aplicînd teorema lui Steiner, obţinem:

$$T_C = 2\pi \sqrt{\frac{k^2+a^2}{ag}}$$

cu pulsaţia:

$$\Omega_C = \sqrt{\frac{ag}{k^2+a^2}}.$$

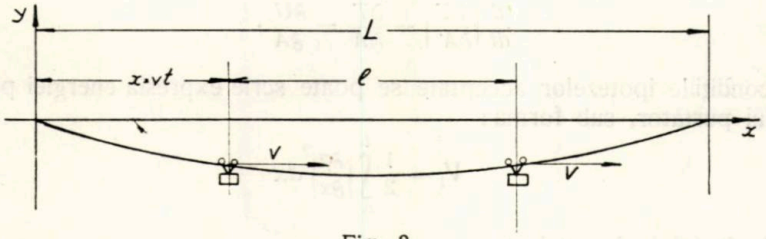


Fig. 3.

Cu această pulsaţie se va transmite şi presiunea roţilor pe cablul purtător, devenind o forţă perturbatoare de pulsaţie Ω_C.

Dacă pulsaţia proprie a corfei este cuprinsă în spectrul de pulsaţii al forţei tractoare, oscilaţia corfei este întreţinută şi deci stabilitatea dinamică a corfei este periclitată:

Se vor evita deci cazurile:

$$\Omega_C = \omega, \quad 2\omega, \quad 3\omega \text{ etc.}$$

Adică:

$$\frac{\Omega_C}{\omega} \neq \text{număr întreg}, \quad \sqrt{\frac{ag}{k^2+a^2}} \cdot \frac{l}{2\pi v} \tag{a}$$

să nu fie un număr aproape întreg.

D. VIBRAŢIA CABLULUI PURTĂTOR SUB ACŢIUNEA FORŢEI PERTURBATOARE ŞI A VAGONEŢILOR ÎN MIŞCARE

Pentru a găsi condiţii dinamice ce trebuiesc respectate la determinarea distanţei între doi vagoneţi de funicular, ne propunem să determinăm care este pulsaţia forţei perturbatoare, la care oscilaţiile cablului purtător pot deveni mari şi deci pot produce deraieri de vagoneţi.

In cele ce urmează analizăm comportarea unei deschideri cu doi vagoneţi la distanţa l unul de altul.

Pentru ecuaţia neomogenă a vibraţiilor coarde, de forma:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + f(x,t)$$

soluţia problemei se poate scrie sub forma dezvoltării în serie Fourier:

$$y(x,t) = \sum_1^\infty A_n(t) \sin \frac{\pi n}{L} x.$$

In cazul nostru considerăm $A_n(t)$ drept parametru şi ne rezumăm numai la primul mod de vibraţie al cablului. Adică:

$$y = A(t) \sin \frac{\pi x}{L} \tag{1}$$

Ne propunem să determinăm funcţia $A(t)$ cu ajutorul ecuaţiei de speţa a doua a lui Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial A'}\right) - \frac{\partial T}{\partial A} = \frac{\partial U}{\partial A}.$$

In condiţiile ipotezelor acceptate se poate scrie expresia energiei potenţiale a cablului purtător, sub forma:

$$V_1 = \frac{1}{2}\int_0^L \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 dx \tag{2}$$

neglijînd efortul la încovoiere.

Ţinînd seama de relaţia (1), rezultă:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = A(t)\frac{\pi}{L}\cos\frac{\pi x}{L}$$

şi deci (2) devine:

$$\boxed{V_1 = \frac{T_0 \pi^2 A^2}{2L}} \tag{3}$$

Energia potenţială a celor doi vagoneţi, aflaţi în deschiderea de studiat, este:

$$V_2 = P_{y1} - P_{y2} = -PA(t)\left[\sin\frac{x\pi}{L} + \sin\frac{(x+l)\pi}{L}\right]. \tag{4}$$

Ţinem seamă că:

$$P = P_0 \sin \Omega t$$

este forţa pulsatorie ce acţionează asupra cablului, prin intermediul roţilor căruciorului şi făcînd notaţia

$$k = 2P_0 \cos\frac{\pi l}{L} \tag{6}$$

obţinem energia potenţială a sistemului de doi vagoneţi

$$V_2 = kA(t)\sin\left(\frac{\pi v}{L}t + \frac{\pi l}{2L}\right)\sin \Omega t \tag{7}$$

Energia potenţială a sistemului vagoneţi — cablu purtător este:

$$V = kA(t)\sin\left(\frac{\pi v}{L}t + \frac{\pi l}{2L}\right)\sin \Omega t + \frac{T_0\pi^2}{2L}A^2(t) \tag{8}$$

iar funcţia de forţă:

$$U = -V = +\left[kA(t)\sin\left(\frac{\pi v}{L}t + \frac{\pi l}{2L}\right)\sin \Omega t + \frac{T_0\pi^2}{2L}A^2(t)\right]$$

De unde deducem:

$$\frac{\partial U}{\partial A} = +k \sin\left(\frac{\pi v}{L} t + \frac{\pi l}{2L}\right) \sin \Omega t + 2A(t) \frac{T_0 \pi^2}{2L}.$$

Ținînd seamă că:

$$\omega_1 = \frac{\pi v}{L}; \quad \varphi_1 = \frac{\pi l}{2L}$$

$$\frac{\partial U}{\partial A} = +k \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \sin \Omega t + 2A(t) \frac{T_0 \pi^2}{L}.$$

Energia cinetică a cablului de masă specifică ρ, este:

$$T_1 = \frac{\rho}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 dx.$$

Ținînd seamă de (1), obținem:

$$T_1 = \frac{\rho L}{2} A'^2_{(t)}.$$

Energia cinetică a vagoneților se calculează ținînd seamă că viteza la un moment dat are o componentă orizontală v constantă și o componentă verticală:

$$W = \frac{dy}{dt}$$

și mai ținem seamă că $x = vt$.

Proiecția vitezelor celor două vagonete pe verticală sînt respectiv:

$$W_1 = A'(t) \sin \frac{\pi v}{L} t + \frac{\pi v}{L} A(t) \cos \frac{\pi v t}{L}$$

$$W_2' = A'(t) \sin \frac{\pi (vt + l)}{L} + \frac{\pi v}{L} A(t) \cos \frac{\pi (vt + l)}{L}$$

Energia cinetică a celor doi vagoneți este deci:

$$T_2 = \frac{M}{2} \left[2v^2 + A'^2 [\sin^2 \omega_1 t + \sin^2(\omega_1 t + 2\varphi_1)] + A^2 \omega_1^2 [\cos^2 \omega_1 t + \cos^2(\omega_1 t + 2\varphi_1)] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} A' A \sin \omega t \sin 2(\omega_1 t + 2\varphi_1).\right.$$

Energia cinetică totală a sistemului vagoneți—cablu este:

$$T = \frac{\rho L}{2} A'^2 + \frac{M}{2} [2v^2 + A'^2 (\sin^2 \omega_1 t + \sin^2(\omega_1 t + 2\varphi_1)] +$$

$$+ A^2 \omega_1^2 [\cos^2 \omega_1 t + \cos^2(\omega_1 t + 2\varphi_1) + \frac{1}{2} A' A \sin 2\omega_1 t \sin 2(\omega_1 t + 2\varphi_1).$$

Termenii ecuației lui Lagrange vor fi:

$$\frac{\partial T}{\partial A'} = \rho L A' + \frac{M}{2} \left\{2A' [\sin^2 \omega_1 t + \sin^2(\omega_1 t + 2\varphi_1)] + \frac{1}{2} A \sin 2\omega_1 t \cdot \sin 2(\omega_1 t + 2\varphi_1)\right\}$$

Ecuaţia lui Lagrange de speţa doua devine

$$A''=[\rho L+M(\sin^2\omega_1 t+\sin^2(\omega_1 t+\varphi_1)]+2A'M\omega_1\cos\frac{\pi l}{L}\sin 2(2\omega_1 t+\varphi_1)+$$

$$+A\frac{M}{2}[\omega_1\sin^2(2\omega_1 t+\varphi_1)-2\omega_1^2(\cos^2\omega_1 t+\cos^2(\omega_1 t+\varphi_1)]+\frac{2}{M}\cdot\frac{\pi^2 T_0}{L}=$$

$$=-k\sin(\omega_1 t+\varphi_1)\cos\Omega t. \qquad (b)$$

Ecuaţia (b) se integrează uşor pentru cazuri particulare, ţinîndu-se seama de realitatea fizică.

Ipotezele în cari se integrează (b) sînt:

1. $\omega_1=0$; $P=$const. în cazul deschiderilor foarte mari, cînd raportul $\frac{v}{L}\cong 0$ iar forţa perturbatoare este constantă (greutatea vagonetului).

2. Se neglijează ω_1^2; $P=$const. cazul liniilor de deschidere mijlocie cînd $\left(\frac{v}{L}\right)^2\cong 0$.

3. Se neglijează ω_1 iar $P=P_0\cos\Omega t$.

4. Se neglijează ω_1^2 iar $P=P_0\cos\Omega t$.

Ipoteza 1. $\omega_1=0$; $P=P_0$.

Ecuaţia (b) devine

$$A''+p^2A=\frac{1}{m}$$

unde:

$$p^2=\frac{\pi^2 T_0}{\rho L^2};\quad \frac{1}{m_1}=-\frac{-2P_0\cos\frac{\pi l}{L}}{\rho L}$$

cu soluţia:

$$A=C_1\cos pt+C_2\sin pt+\frac{p^2}{m^1}$$

cu condiţii iniţiale:

$$t=0;\quad A=A_0;\quad A=V_0.$$

Deci:

$$A=\left(A_0-\frac{p^2}{m_1}\right)\cos pt+\frac{v_0}{p}\sin pt.$$

In această ipoteză se vede că:

$$y=\left[\left(A_0-\frac{p^2}{m}\right)\cos pt+\frac{v_0}{p}\sin pt\right]\sin\frac{\pi x}{L}$$

şi deci nu există pericol de rezonanţă, mişcarea cablului fiind o mişcare armonică.

Ipoteza 2-a. $\omega_1^2=0$; $P=P_0$.

Ecuația (b) devine:

$$\ddot{A}+Ap^2=-\frac{kP_0}{\rho L}\sin(\omega_1 t+\varphi_1)$$

cu notațiile de la 1 și

$$\frac{1}{m_2}=-\frac{kP_0}{\rho L}$$

Avem de integrat ecuația:

$$\ddot{A}+p^2A=\frac{1}{m_2}\sin(\omega_1 t+\varphi_1).$$

Soluția ecuației omogene, avînd în vedere condițiile inițiale ca la 1), este:

$$A_1=A_0\cos pt+\frac{v_0}{p}\sin pt.$$

Soluția particulară a ecuației neomogene este:

$$A_2=\frac{1}{pm_2}\int_0^t\sin(\omega_1\tau+\varphi_1)\sin p(t-\tau)\,d\tau.$$

Efectuînd se obține:

$$A_2=\frac{1}{2pm_2}\left[\frac{1}{\omega_1+p}\sin(\omega_1 t+\varphi_1)-\frac{1}{\omega_1-p}\sin(\omega_1 t-\varphi_1)\right]+\frac{\omega_1}{\omega_1^2-p^2}\sin(pt-\varphi_1)$$

iar expresia funcției $A(t)$ este:

$$A=A_0\cos pt+\frac{v_0}{p}\sin pt+\frac{1}{2pm_2}\left[\frac{1}{\omega_1+p}\sin(\omega_1 t+\varphi_1)-\frac{1}{\omega_1-p}\sin(\omega_1 t-\varphi_1)\right]+$$

$$+\frac{\omega_1}{\omega^2-p^2}\sin(pt-\varphi_1).$$

Din această expresie se deduce valoarea lui ω_1 pentru care avem rezonanță adică y foarte mare: $\omega_1=p$.

$$\frac{\pi v}{L}=\sqrt{\frac{T_0}{p}}\cdot\frac{\pi}{L}\qquad\star\star\star\qquad v=\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}.$$

Acest caz însă nu poate apare, avînd în vedere ordinul de mărime al mărimilor ce intervin în practică.

Ipoteza 3-a. $\omega_1=0$; $P=P_0\cos\Omega t$.

Ecuația (b) devine:

$$\ddot{A}+p^2A=\frac{1}{m_3}\cos\Omega t$$

unde:

$$\frac{1}{m^3}=\frac{2P_0\cos\frac{\pi l}{L}}{\rho L}.$$

Soluţia ecuaţiei este:

$$A=\left[A_0-\frac{1}{m_3}\cdot\frac{1}{p^2-\Omega^2}\right]\cos pt+\frac{v_0}{p}\sin pt+\frac{1}{m_3(p^2-\Omega^2)}\cos\Omega t$$

de unde se constată că $y=\infty$ pentru $\Omega=p$.

In cazul că forţa perturbatoare este de aceeaşi perioadă cu forţa tractoare avem:

$$v=\frac{l}{2L}\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}. \qquad (e)$$

Această situaţie poate apare în special la deschideri foarte mari, caz pe care de altfel l-am cuprins în ipoteza 3-a: $\omega_1=0$. Relaţia:

$$v=\frac{1}{2\lambda}\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}$$

cuprinde deci atît condiţia de rezonanţă între trecerea vagonetului peste sabot cît şi rezonanţa între forţa tractoare.

In cazul cînd forţa perturbatoare provine din variaţia presiunii rolelor pe cablu

$$2\pi\sqrt{\frac{a^2+k^2}{ag}}=2L\sqrt{\frac{\rho}{T}} \quad \star\star \quad L=\pi\sqrt{\frac{a^2+k^2}{ag}}\cdot\sqrt{\frac{T_0}{\rho_0}}.$$

Ipoteza 4-a. $\omega_1^2=0$; $P=P_0\cos\Omega$.

Ecuaţia (b) devine:

$$\ddot{A}+A\frac{\pi^2T_0}{\rho L^2}=-\frac{k}{\rho L}\sin(\omega_1t+\varphi_1)\cos\Omega t.$$

Notăm:

$$p^2=\frac{\pi^2T_0}{\rho L^2};\quad \frac{1}{m_4}=-\frac{k}{\rho L}\quad \text{pentru}\quad \ddot{A}+p^2A=\frac{1}{m_4}\sin(\omega_1t+\varphi_1)\cos\Omega t.$$

Soluţia generală a ecuaţiei omogene, cu condiţiile la limita de mai sus este:

$$A_1=A_0\cos pt+\frac{v_0}{p}\sin pt.$$

Soluţia particulară a ecuaţiei complete este:

$$A_2=\frac{1}{pm_4}\int_0^t\sin(\omega_1\tau+\varphi_1)\cos\Omega\tau\cdot\sin p(t-\tau)\,d\tau.$$

Efectuînd integrala se obţine:

$$A_2=\frac{1}{2pm_4}\left[\frac{2p}{(\Omega-\omega_1)^2-p^2}\sin[t(\omega_1-\Omega)+\varphi_1]+\frac{2p}{(\Omega+\omega_1)^2-p^2}\sin[t(\omega_1+\Omega)+\varphi_1]+\right.$$
$$\left.+\frac{2(\omega_1-p)}{\Omega^2-(p-\omega_1)^2}\sin(pt+\varphi_1)+\frac{2(\omega_1+p)}{\Omega^2-(p+\omega_1)^2}\sin(pt-\varphi_1)\right].$$

Amplitudinea cablului este deci:

$$y=\left\{A\cos pt+\frac{v_0}{p}\sin pt+\frac{1}{2pm_4}\left[\frac{2p}{(\Omega-\omega_1)^2-p^2}\sin\left[t\left(\omega_1-\Omega\right)+\varphi_1\right]+\right.\right.$$

$$+\frac{2p}{(\Omega+\omega_1)^2-p^2}\sin\left[t\left(\omega_1+\Omega\right)+\varphi_1\right]+\frac{2\left(\omega_1-p\right)}{\Omega^2-(p-\omega_1)^2}\sin\left(pt+\varphi_1\right)+$$

$$\left.\left.+\frac{2\left(\omega_1+p\right)}{\Omega^2-(p+\omega_1)^2}\sin\left(pt-\varphi_1\right)\right]\right\}\sin\frac{\pi x}{L}\cdot$$

Din această expresie se deduce posibilitatea rezonanţei în cazul cînd pulsaţia forţei perturbatoare devine:

$$\Omega_1=\pm(\omega_1+p);\quad \Omega_2=\pm(\omega_1-p). \tag{e}$$

Există deci două valori pozitive ale lui Ω pentru care se vor ivi oscilaţii ale cablului purtător, periculoase pentru vagonet.

Distingem două cazuri:

a) Deschiderea de studiat este aproape de podul de cuplare şi deci forţa perturbatoare are pulsaţia egală cu pulsaţia forţei tractoare.

b) Deschiderea este foarte departe de podul de cuplare şi deci forţa perturbatoare are pulsaţia egală cu pulsaţia proprie a vagonetului.

a) Ţinînd seama de valorile mărimilor ce intervin în relaţia (e) obţinem:

$$v_{cr}=\frac{1}{2\lambda\pm1}\sqrt{\frac{T_0}{\rho}} \tag{g}$$

unde:

$$\lambda=\frac{L}{l}\cdot$$

Se poate determina distanţa critică între vagoneţi la care poate să apară fenomenul de rezonanţă:

$$l_{cr}=\frac{\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}\pm v}{2v}=\frac{1}{2v}\left[\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}\pm v\right]. \tag{f}$$

In fig. 5 s-a construit curba $v=v(\lambda)$, luîndu-se drept parametru $\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}$, din care se deduce uşor dacă pot apare pe o deschidere oarecare fenomene de rezonanţă la oscilaţii transversale, într-un plan, aşa cum s-au formulat ipotezele de calcul de la început.

b) In cazul cînd deschiderea funicularului este departe de podul de cuplare, şi deci variaţia forţei tractoare se amortizează, forţa perturbatoare este presiunea roţilor vagonetului şi deci pulsaţia forţei perturbatoare este egală cu pulsaţia proprie a vagonetului.

In acest caz trebuie verificată relaţia:

$$L_{cr}=\pi\sqrt{\frac{a^2+k^2}{ag}}\left(\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}\pm v\right)\cdot$$

Exemplu: Să se analizeze comportarea unei linii de funicular cu următoarele caracteristici: Distanța între piloni începînd din podul de cuplare $L_1=120$ m, $L_2=450$ m, $L_3=250$ m, $L_4=750$ m, $L_5=600$ m.

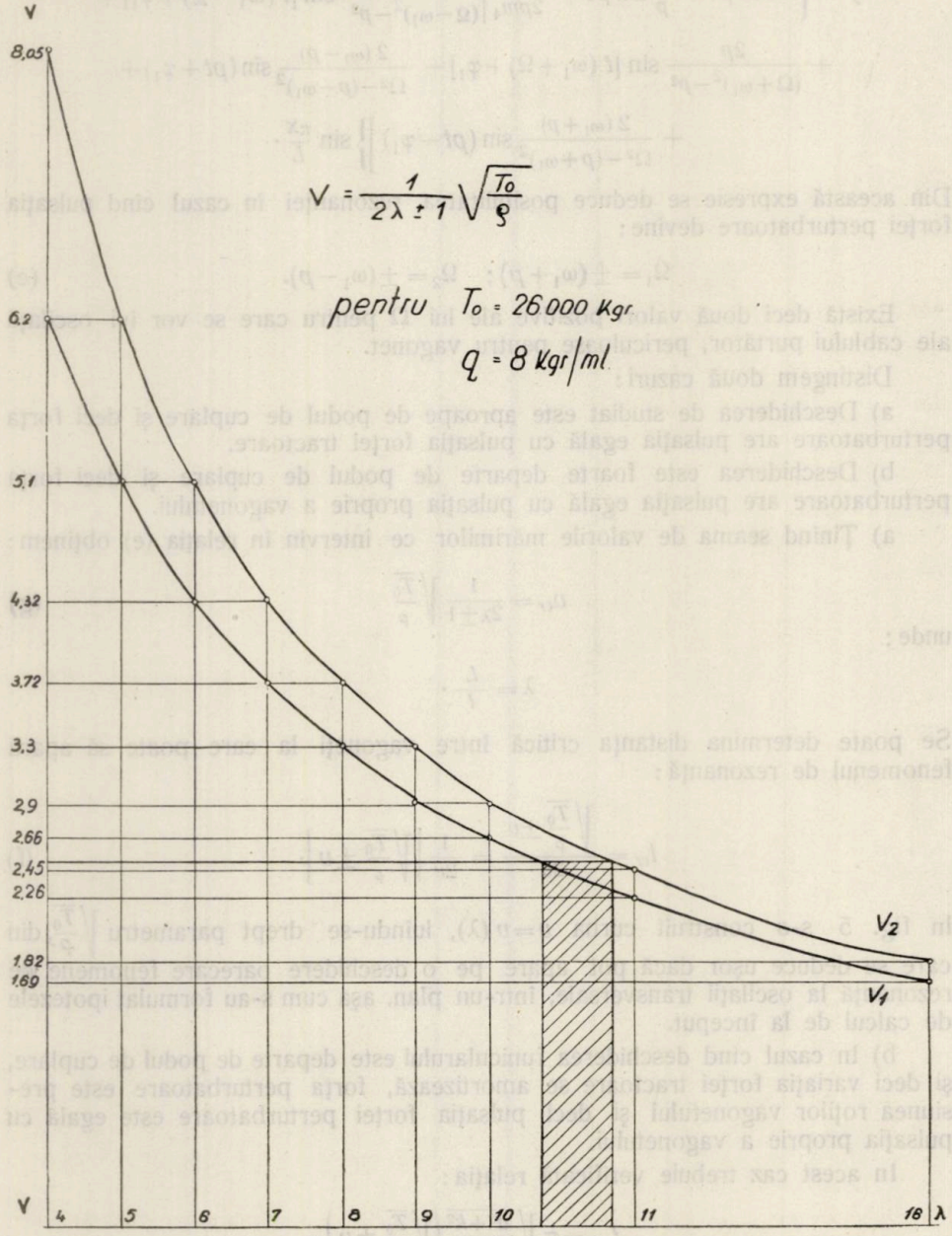


Fig. 4.

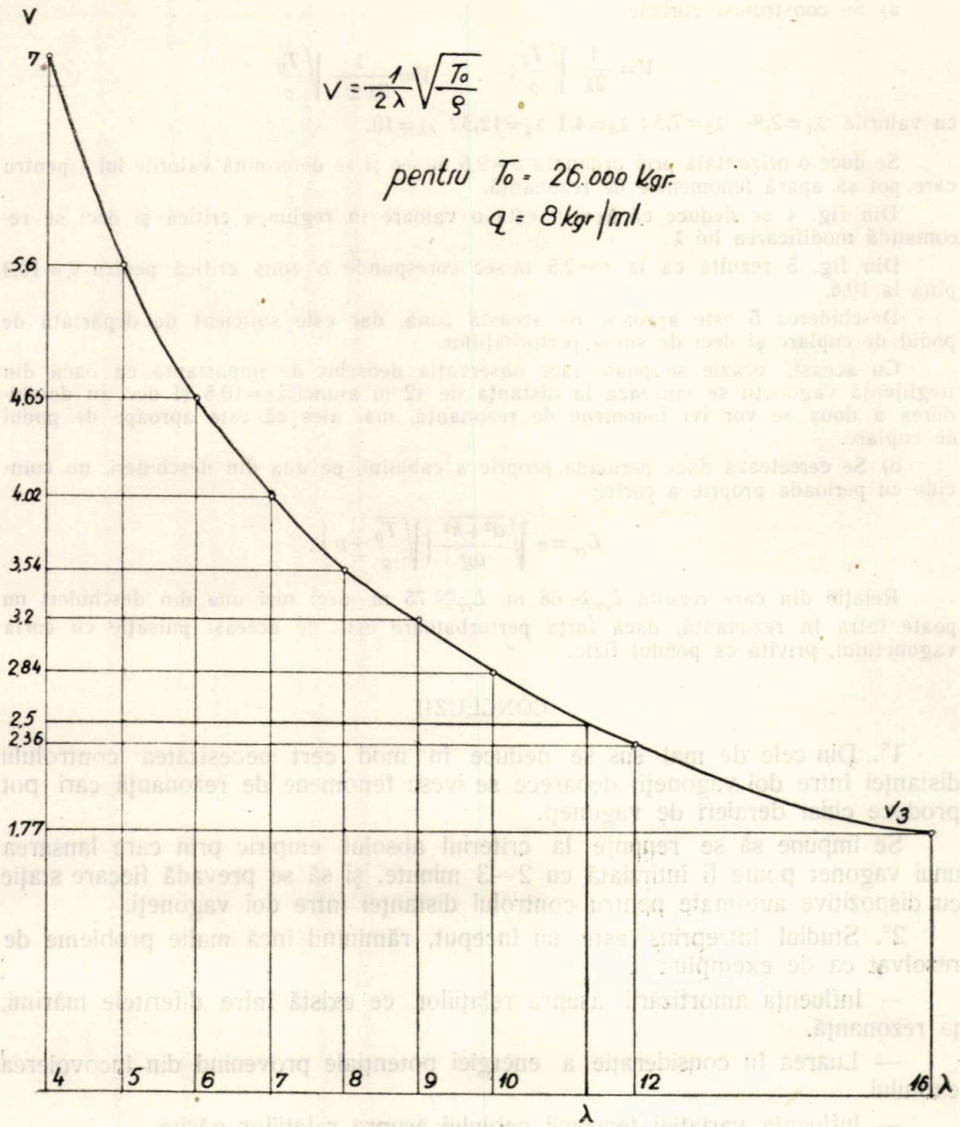


Fig. 5.

— Distanța între vagoneți : $l=60$ m.
— Greutatea cablului purtător : $q=8$ kg/ml.
— Greutatea de întindere a cablului : $T_0=26\,000$ kg.
— Viteza : $v=2{,}5$ m/sec.

Analiza comportării liniei de funicular din punct de vedere dinamic, în lumina celor specificate mai sus se face după cum urmează :

a) Se construiesc curbele:

$$V=\frac{1}{2\lambda}\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}; \qquad V=\frac{1}{2\lambda\pm 1}\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}$$

cu valorile $\lambda_1=2{,}8$; $\lambda_2=7{,}5$; $\lambda_3=4{,}1$ $\lambda_4=12{,}5$; $\lambda_5=10$.

Se duce o orizontală prin ordonata $v=2{,}5$ m/sec şi se determină valorile lui λ pentru care pot să apară fenomenele de rezonanţă.

Din fig. 4 se deduce că $\lambda_5=10$ este o valoare în regiunea critică şi deci se recomandă modificarea lui λ.

Din fig. 5 rezultă că la $v=2{,}5$ m/sec corespunde o zonă critică pentru $\lambda=10{,}3$ pînă la 10,8.

Deschiderea 5 este aproape de această zonă, dar este suficient de depărtată de podul de cuplare şi deci de sursa perturbaţiilor.

Cu această ocazie se poate face observaţia deosebit de importantă că dacă din neglijenţă vagoneţii se lansează la distanţa de 42 m atunci $\lambda_2=10{,}5$ şi deci în deschiderea a doua se vor ivi fenomene de rezonanţă, mai ales că este aproape de podul de cuplare.

b) Se cercetează dacă perioada proprie a cablului, pe una din deschideri, nu coincide cu perioada proprie a corfei.

$$L_{cr}=\pi\sqrt{\frac{a^2+k^2}{ag}}\left(\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}\pm v\right).$$

Relaţie din care rezultă $L_{cr}\cong 68$ m, $L_{cr}\cong 75$ m, deci nici una din deschideri nu poate intra în rezonanţă, dacă forţa perturbatoare este de aceeaşi pulsaţie cu corfa vagonetului, privită ca pendul fizic.

CONCLUZII

1°. Din cele de mai sus se deduce în mod cert necesitatea controlului distanţei între doi vagoneţi, deoarece se ivesc fenomene de rezonanţă cari pot produce chiar deraieri de vagoneţi.

Se impune să se renunţe la criteriul absolut empiric prin care lansarea unui vagonet poate fi întîrziată cu 2—3 minute, şi să se prevadă fiecare staţie cu dispozitive automate pentru controlul distanţei între doi vagoneţi.

2°. Studiul întreprins este un început, rămînînd încă multe probleme de rezolvat ca de exemplu:

— Influenţa amortizării asupra relaţiilor ce există între diferitele mărimi, la rezonanţă.

— Luarea în consideraţie a energiei potenţiale provenind din încovoierea cablului.

— Influenţa variaţiei tensiunii cablului asupra relaţiilor găsite.

— Influenţa diferenţei de nivel între saboţii celor doi piloni ai deschiderii.

— Influenţa oscilaţiei cablului asupra perioadei de oscilaţie a corfei.

3°. Evident, nu se poate constata în mod consecvent deraieri de vagoneţi pe deschideri unde există rezonanţă.

Fără îndoială că amortizarea atenuează efectul rezonanţei, dar există factori cari, concurînd în acelaşi sens, pot produce deraieri de vagoneţi aşa cum de altfel exploatarea funicularelor o dovedeşte.

BIBLIOGRAFIE

1. Otto Foppl, *Grundzüge der Technischen Schwingungslehre*, Berlin, 1923.
2. A. N. Tihonov, *Ecuațiile fizicei matematice*. Ed. Tehnică, 1956.
3. P. Stephan: *Die Drahtseilbahnen.*
4. A. I. Duchelski: *Funiculare* (traducere IPROMIN 1950).
5. Findeis: *Rechnerische Grundlagen des Bahnes von Drahtseilbahnen*, Wien 1923.

CONDITIONS DYNAMIQUES POUR DÉTERMINER LA DISTANCE ENTRE LES VAGONETS DE FUNICULAIRE

(RÉSUMÉ)

On relève les facteurs qui peuvent produire des forces perturbatoricet périodiques, en analysant les oscillations transversales planes du cable portans sous l'action de ces forces perturbatrices.

On établit ensuite l'expression de la pulsation critique pour plusieurs hypothèses d'où résulte une méthode simple de recherche sur le comportement du funiculaire.

Les résultats négligent l'amortissement, mais relèvent la possibilité de résonance et par consequent on introduit un nouveau criterium pour déterminer la distance entre deux vagonets.

Ou souligne em même temps l'importance du contrôle de la distance entre deux vagonets.

ДИНАМИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ВАГОНЕТКАМИ ФУНИКУЛЁРА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Указываются факторы, которые могут вызвать периодические возмущающие силы и анализируются плоские поперечные колебания несущего троса под влиянием этих возмущающих сил.

После этого находится выражение критической пульсации в различных гипотезах, из которого выводится простой метод исследования поведения фуникулёра с этой точки зрения.

В результатах не учитывается амортизация, но указывается на возможность резонанса и следовательно вводится новый критерий для определения расстояния между вагонетками.

Одновременно подчеркивается значение контроля расстояния между двумя вагонетками.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957.

CONTRIBUŢII LA STUDIUL ŞI ÎNCERCAREA UNUI PROTOTIP DE MICROMOTOR PENTRU TRACŢIUNE TERESTRĂ

DE

BERINDEAN VASILE

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

Problema mecanizării largi a transporturilor a determinat în ultimul timp mecanizarea mijlocului de transport cel mai răspîndit al bicicletei.

Micromotoarele auxiliare folosite pentru antrenarea bicicletelor constituie o preocupare nu numai a inginerilor şi a tehnicienilor, ci şi a maselor largi de muncitori.

În cadrul lucrării de faţă se studiază un prototip de micromotor a cărui realizare să corespundă mijloacelor constructive optime din ţara noastră.

Motorul adoptat şi realizat ca prototip este un motor în 2 timpi cu aprindere prin compresie cu o putere de 0,3—0,6 CP, la o turaţie $n = 3\,000$—$6\,000$ rot/min, caracteristici care corespund cu acelea ale motoarelor realizate pînă în prezent.

Motorul urmează să fie aşezat orizontal sub pedale şi va acţiona roata din spate printr-o roată de fricţiune (rola cu cauciuc striat).

Suspensia de cadru este asigurată cu un bolţ în jurul căruia motorul poate să oscileze, cuplarea şi decuplarea de la roata din spate se face cu ajutorul unei pîrghii.

Montarea motorului, a rezervorului de combustibil şi a celor două manete de conducere nu necesită modificarea bicicletei şi se poate face într-un timp foarte scurt. Prin modul de acţionare, prin poziţia joasă faţă de cadru, prin greutatea mică (cca. 5,5 kg) se obţine avantajul că prin decuplarea motorului, rămîn valabile caracteristicile normale ale bicicletei.

Prototipul realizat fig. 1.
are dimensiunile principale : $S = 30$ mm, $D = 28$ mm ($V_h = 18{,}47$ cm^3).

Distribuţia este cu spălare cu amestec prin carter cu trei canale ; două de spălare şi admisie şi unul de emisie.

Spre deosebire de alte motoare de aceeaşi categorie (Dongo) aprinderea se face prin compresie, momentul aprinderii se poate regla prin schimbarea raportului de compresie care este variabil.

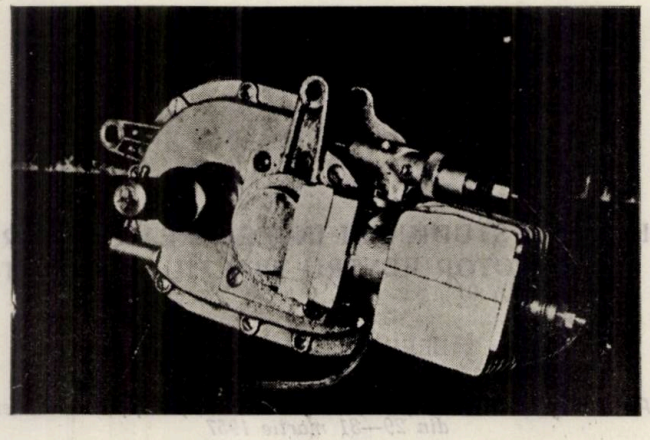


Fig. 1. Prototipul de motor realizat.

Raportul de compresie se reglează prin deplasarea cămăşii cilindrului faţă de arborele motor.

După un procedeu similar cu acela de la motoarele cu compresie variabilă, utilizate pentru determinarea calităţilor antidetonante ale combustibililor lichizi.

Deplasarea lungitudinală a cămăşii cilindrului se face cu un filet trapezoidal de pe capacul càmăşii, acţionat de o piuliţă pe care se înfăşoară cablul de la manetă, care serveşte pentru rotirea piuliţei.

Pentru a evita rotirea cămăşii, filetul trapezoidal este fixat prin două şuruburi.

Raportul de compresie este mare la demaraj pentru a asigura primele aprinderi şi se reduce la valoarea normală $\varepsilon = 14—18$; în timpul funcţionării raportul minim de compresie este 12,5. Valori mai mici ale raportului de compresie se pot obţine prin deschiderea supapei de decompresie a cărei tijă la rapoarte mai mici, vine în contact cu placa de închidere a cilindrului, uşurîndu-se astfel pedalarea.

Mecanismul motor are o construcţie similară cu aceea de la motoarele de motocicletă.

Pistonul este din aliaj uşor cu trei segmenţi de compresie cu bolţ flotant asigurat cu inele Seeger.

Bolţul are construcţia normală cu secţiune în formă de coroană circulară.

Biela este nedemontabilă cu secţiunea tijei în dublu T, ochiul are o bucşă din bronz, iar capul se articulează pe fusul maneton prin intermediul unui rulment pe ace fără colivie.

Arborele motor se compune din două bucăți care se imbină prin presarea la cald, fusurile paliere au lagăre pe rulmenți cu bile.

Pe prelungirea fusului palier din stînga este calat butucul volanului pe care se fixează cu o pană pinionul mic al reductorului.

Raportul de transmisie al reductorului rolei de fricțiune este 1 : 3.

Volanul și reductorul este montat într-o carcasă separată care servește și ca baie de ulei pentru reductor.

Astfel toate organele de mișcare ale motorului sînt protejate spre deosebire de motoare, care au volanul scos, care poate da naștere la accidente.

Amestecul se produce cu ajutorul unui carburator fără plutitor cu curent descendent, cantitatea de combustibil fiind reglată cu ajutorul unui ac ventil, care se deplasează împreună cu sertarul, care reglează cantitatea de aer aspirată.

Coeficientul de excedent de aer normal este același ca la motoarele cu explozie 0,9—1,05, la demaraj este necesar un excedent de aer mai mic motorul fiind rece este necesar un amestec mai bogat $\lambda = 0{,}6—0{,}8$.

Ferestrele și canalele distribuției sînt frezate în cămașă deplasabilă a cilindrului.

Admisia în carter se face prin o fereastră care pentru toate pozițiile cămășei cilindrului se află sub orificiul carburatorului.

Canalele de admisie și spălare sînt frezate axial în cămașa cilindrului, spălarea și admisia funcționează după procedeul spălării pe contur. Fereastra de evacuare este așezată la mijlocul distanței dintre ferestrele de admisie și spălare.

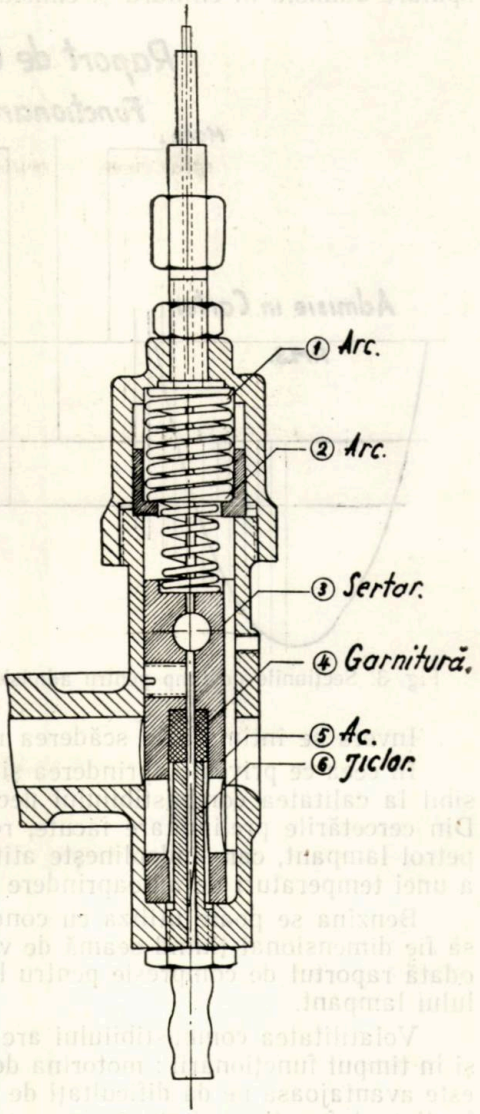


Fig. 2. Carburator.

Mărimea secțiunii de trecere se schimbă prin deplasarea bucșei fig. 3.

Din fig. 3 se poate vedea că prin mărirea raportului de compresie secţiunea de timp şi durata deschiderii admisiei în carter creşte, iar la spălare admisia în cilindru şi emisia scade.

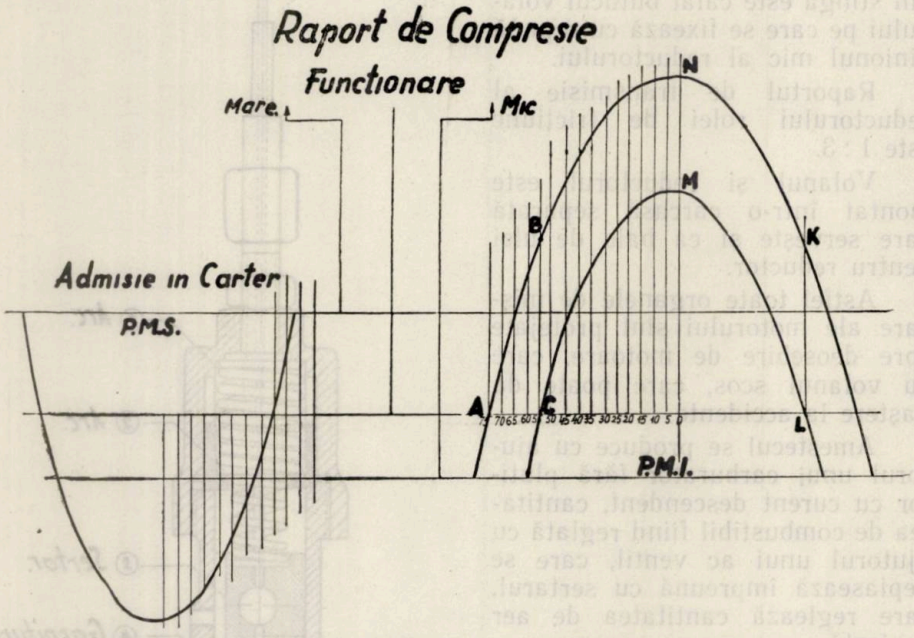


Fig. 3. Secţiunile de timp pentru admisie în carter, admisie în cilindru şi emisie.

Invers se întîmplă la scăderea raportului de compresie.

În ceea ce priveşte aprinderea şi arderea, motorul este mai puţin sensibil la calitatea combustibilului decît motoarele cu explozie sau Diesel. Din cercetările preliminare făcute, rezultatele cele mai bune se obţin cu petrol lampant, care îndeplineşte atît condiţia unei vaporizări bune cît şi a unei temperaturi de autoaprindere nu prea ridicate.

Benzina se poate utiliza cu condiţia ca acul ventil al carburatorului să fie dimensionat ţinînd seamă de vîscozitatea mai mică a benzinei. Totodată raportul de compresie pentru benzină va fi diferit de acel al petrolului lampant.

Volatilitatea combustibilului are un rol important atît la demaraj cît şi în timpul funcţionării : motorina deşi în ceea ce priveşte autoaprinderea este avantajoasă ne dă dificultăţi de demaraj şi un mers mai puţin liniştit în timpul funcţionării, lucru care se explică prin volatilitatea redusă a motorinei.

Rezultate bune dau la demaraj şi în timpul funcţionării, dau amestecurile de motorină şi benzină, 50—75% motorină şi 25—50% benzină.

In toate cazurile în vederea ungerii este necesar să fie pusă în combustibil o cantitate de ulei de 4—5%.

Comportarea diferită în ceea ce priveşte arderea diferiţilor combustibili se explică prin felul cum are loc vaporizarea combustibilului şi producerea reacţiilor, care preced arderea.

La benzină se poate admite că aproape tot combustibilul rămas în cilindru se vaporizează complet şi ia parte la prereacţiile cari preced aprinderea. Astfel aprinderea care se stabileşte la amestecul bine pregătit prin ruperea moleculelor se transmite imediat la restul amestecului.

Mersul neliniştit care se observă la amestecul foarte bogat cu benzină se explică prin creşterile de presiune rezultate din condiţiile de aprindere şi prin momentul neregulat de aprindere. Din cauza amestecului bogat cantitatea de combustibil care se aprinde brusc, după aprindere creşte şi ca urmare presiunile de ardere au o variaţie bruscă.

La motorină temperaturile din carburator şi din carter nu sînt suficiente pentru a vaporiza o cantitate însemnată, timpul disponibil pentru vaporizare fiind foarte scurt.

Prereacţiunile particulelor aproape vaporizate au loc în paralel cu vaporizarea părţilor nevaporizate.

Din punct de vedere al aprinderii şi al arderii motorul se comportă similar cu motoarele Diesel, aprinderea şi arderea se realizează prin aprinderea şi arderea simultană a întregii mase de amestec. Lipsa de omogenitate în ceea ce priveşte pregătirea amestecului face ca la diferite curse cantitatea de amestec aprinsă respectiv arsă să fie diferită.

Arderea incompletă în acest caz nu este urmarea unui excedent de aer prea mic fiindcă gazele de eşapare nu conţin funingine şi nu au o temperatură ridicată, gazele de eşapare au o culoare albă şi au o temperatură relativ scoborîtă. La petrol temperatura de vaporizare şi aprindere care rezultă în motor nu sînt aşa de îndepărtate ca şi la benzină, dar nici aşa de apropiate ca şi la motorină, de aceea petrolul în ceea ce priveşte aprinderea şi arderea se află între motorină şi benzină.

Raportul de compresie necesar în timpul funcţionării este de 14—18, la aceeaşi poziţie a sertarului carburatorului creşte cu turaţia, fiindcă intervalul disponibil pentru pregătirea aprinderii scade cu creşterea turaţiei şi întîrzierea la aprindere trebuie micşorată prin ridicarea temperaturii de compresie.

La demaraj raportul de compresie este mai mare $\varepsilon = 30—35$ fiindcă motorul este rece, la mers de durată acest regim de funcţionare dă şocuri puternice în mecanismul motor, un mers neliniştit şi o putere neregulată.

INSTALAŢIA DE CERCETARE ŞI REZULTATELE CERCETĂRILOR EFECTUATE

Instalaţia de probă este dată în fig. 4. Ea se compune dintr-o placă de OL 38 cu o grosime de 8 mm pe care sînt fixaţi suporţii motorului. Pentru încărcarea motorului şi pentru demaraj serveşte o maşină de curent continuu în derivaţie cu o putere $P = 1$ Kw şi cu o turaţie $n = 2000$ rot/minut. În circuitul maşinii de curent continuu avem aparatura necesară : reostat de cîmp şi de demaraj precum şi aparatele de măsură : voltmetru şi ampermetru. Pentru răcirea motorului avem un ventilator de masă capabil să asigure o viteză a curentului de aer în regiunea aripioarelor cilindrului de 4—6,6 m/s asigurîndu-se astfel o viteză corespunzătoare regimului de

mers al bicicletei de 15—24 Km/h. Viteza curentului de aer a fost măsurată cu un anemometru.

Cercetările făcute au avut de scop să stabilească timpul de rodaj la rece şi presiunile de frecare.

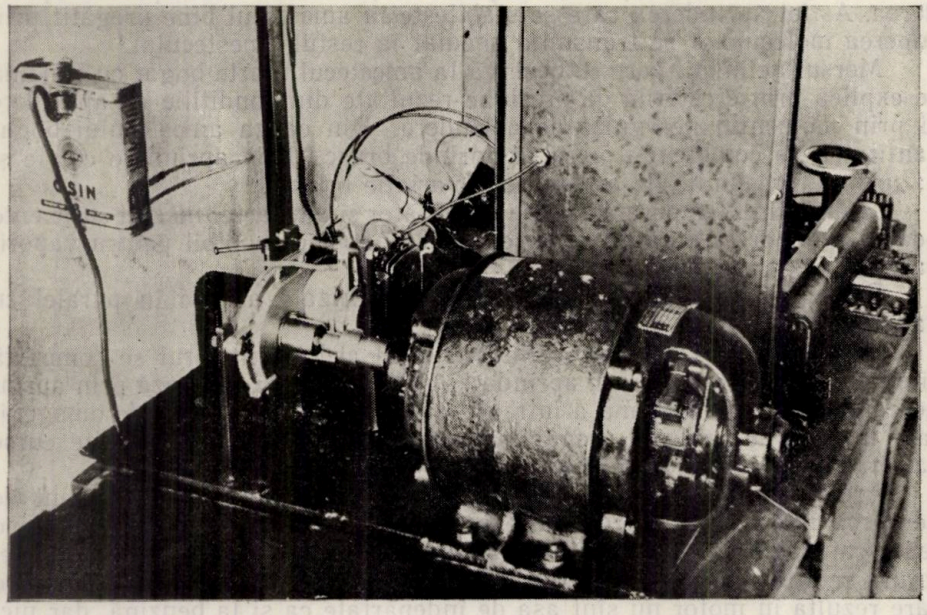


Fig. 4. Instalaţia de încercare.

Metoda utilizată a fost de : antrenare a motorului decompresat cu ajutorul maşinii de curent continuu la diferite turaţii măsurîndu-se puterea luată de la reţea de către maşină.

Cercetările arătate au arătat că rodajul la rece optim se face la o turaţie de 2 400 rot/min, iar durata rodajului este de două ore, după care curentul luat de motorul electric de la reţea se stabilizează.

Pentru determinarea presiunilor medii de frecare s-a utilizat tot metoda antrenării, citirile s-au efectuat din 10 în 10 minute, viteza medie de scurgere a aerului de răcire W_a =6 m/s, iar temperatura cilindrului 70°—80° C, rezultatele încercării sînt date în tabela următoare :

Tabela 1

Nr.	n rot/min	I_A	U_V	P_W	M	P_f CP	P_f kg/cm²
1	3 300	3,14	101,83	320	0,90	0,392	2,89
2	3 600	3,7	100,5	372	0,90	0,456	3,08

Deşi metoda utilizată nu corespunde pe deplin condiţiilor de frecare reale, totuşi ea ne poate da indicaţii asupra dezvoltării ulterioare a construcţiei motorului.

Presiunile de frecare obţinute sînt mari, cu toate că ele sînt mărite de rezistenţele de scurgere ale amestecului prin supapa de decompresie şi de pierderile prin pompare.

În vederea reducerii pierderilor prin frecare se indică admiterea unui diametru al cilindrului mai mare şi micşorarea turaţiei.

Cercetările efectuate în continuare au fost făcute în vederea comportării diferiţilor combustibili, concluziile asupra acestora sînt indicate în partea lucrării care se referă la procesul de aprindere şi ardere.

BIBLIOGRAFIE

1. Prof. ing. Marin Bănărescu, *Motoare cu combustie internă*, vol. I, partea II, Litografia Învăţămîntului Timişoara, p. 410.
2. I. V. Inozemţev, *Motoare termice*, Editura Tehnică, p. 167—168.
3. Dr. ing. W. Schröder, *Automobil technische Zeitschrift*, 1951, p. 79—82

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE D'UN PROTOTYPE DE MICROMOTEUR POUR LA TRACTION TERRESTRE

(RÉSUMÉ)

Le présent travail s'occupe du problème des micromoteurs à combustion interne employés comme moteurs auxiliaires pour la traction terrestre.

On y étudie un prototype de micromoteur pour bicyclette, innovation réalisée, sous la direction de l'auteur du présent travail, à l'établissement „Ciocanul" de Timishoara. C'est un moteur à deux temps avec la balayage à mélange par carter à deux ouverturse d'admission et une ouverture d'émission. Différemment des moteurs de la même catégorie, l'allumage se fait par compression, le moment de l'allumage peut être changé par le réglage du rapport de compression qui est variable.

Outre la simplicité constructive, notamment l'absence de l'appareil d'allumage, cher, difficile à réaliser et sensible à l'exploitation, ce prototype présente le grand avantage de ne pas être sensible quant à la nature des combustibles employés, pouvant fonctionner non seulement à l'essence mais aussi à d'autres combustibles.

Le poids réduit, d'environ 5 kilos, ne diminue pas les qualités dynamiques de la bicyclette. On a fait des essais expérimentaux avec une installation spéciale. Ils ont servi à déterminer les pressions de frottement en base desquelles on a établi les modifications nécessaires.

ИЗУЧЕНИЕ И ИСПЫТАНИЕ ПРОТОТИПА МИКРОМОТОРА ДЛЯ СУХОПУТНОЙ ТЯГИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Работа исследует вопрос микромоторов внутреннего сгорания применяемых как вспомогательные моторы при сухопутной тяге.

Изучается прототип микромотора для велосипеда, который был реализован под руководством автора на предприятии «Чоканул» в Тимишоаре.

Мотор двухтактный с прохождением смеси через картер с тремя окнами: два для впуска и одно для выпуска.

В отличие от других моторов этой-же категории, воспламенение происходит путем сжатия, а момент воспламенения можно изменить путем регулировки отношения сжатия, которое является переменным.

Кроме простоты изготовления, (нет дорогостоющего зажигательного аппарата, сложного в изготовлении и чувствительного в эксплоотации), этот мотор имеет еще то преимущество, что он нечувствителен к природе используемого горючего, т. к. он может работать на автомобильном бензине, на керосине и на смеси моторина с автомобильным бензином.

Вес мотора около 5 кг. не изменяет ходовых качеств велосипеда

Описывается установка использованная для испытания мотора и результаты испытаний сделанных для определения давлений трения а также выводы на основании полученных результатов.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

O NOUĂ NOMOGRAMĂ PENTRU CALCULUL POMPELOR CU ROŢI DINŢATE

DE

CREŢA GAVRIL, laureat al Premiului de Stat

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

La calculul debitului teoretic al pompelor cu roţi dinţate cilindrice, cu dinţi drepţi cu profilul în evolventă, avînd roţile egale, se foloseşte în general [2] [4] formula cunoscută:

$$Q_t = \frac{\pi \cdot L m^2 n}{3{,}10^7} \left(z + 1 - \frac{\pi^2 \cos^2 \alpha}{12} \right) \tag{1}$$

în care:

Q_t — debitul teoretic al pompei în l/s,
L — lăţimea roţii în mm,
m — modulul în mm,
n — turaţia în rot/min,
z — numărul de dinţi, iar
α — unghiul de angrenare,

debitul teoretic fiind:

$$Q_t = \frac{Q_e}{\eta_v} \tag{2}$$

unde:

Q_e — este debitul efectiv al pompei, iar
η_v — randamentul volumetric al pompei.

La proiectarea unei pompe noi se pune în general problema de a determina dimensiunile principale ale pompei, care să asigure la o presiune de refulare dată, debitul prescris, cunoscînd proprietăţile lichidului cu care va funcţiona pompa.

Utilizarea relaţiei (1) în aceste cazuri nu este convenabilă deoarece mărimile din membrul al doilea nu sînt de obicei cunoscute; folosirea ei în aceste

cazuri necesită alegerea arbitrară a valorilor a 3 din cele 4 necunoscute L, m, n şi z, iar dacă valoarea obţinută nu este corespunzătoare, se reface calculul, modificînd valorile mărimilor adoptate.

De aceea în cele ce urmează vom transforma relaţia de mai sus, aducînd-o la o formă mai convenabilă pentru calculul pompelor noi.

Dacă notăm cu λ lăţimea relativă a roţii

$$\lambda = \frac{L}{D_p} = \frac{L}{mz} \tag{3}$$

unde D_p este diametrul cercului primitiv al roţilor, relaţia (1) poate fi scrisă sub forma :

$$Q_t = \frac{\pi \lambda m^3 nz}{3.10^7}\left(z + 1 - \frac{\pi^2 \cos^2 \alpha}{12}\right)$$

sau încă

$$Q_t = \frac{7{,}2 \cdot 10^6 \lambda u^3}{\pi^2 \cdot n^2 z^2}\left(z + 1 - \frac{\pi^2 \cos^2 \alpha}{12}\right) \tag{4}$$

unde s-a notat cu u viteza periferică a unui punct de pe cercul primitiv al roţii exprimată în m/s

$$u = \frac{\pi D_p n}{60 \cdot 10^3} = \frac{\pi \cdot mz \cdot n}{6 \cdot 10^4}. \tag{5}$$

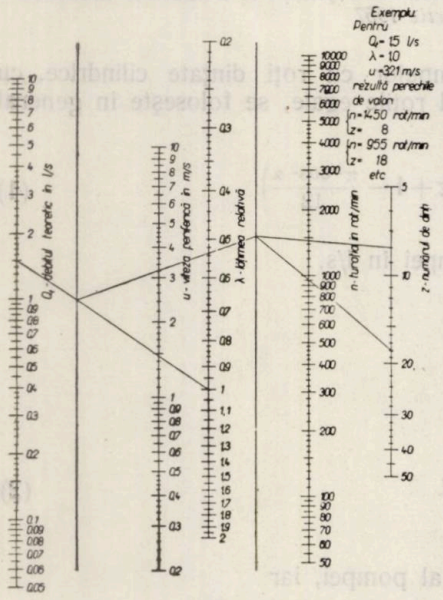


Fig. 1.

Inlocuirea mărimii necunoscute a modulului m prin viteza periferică u este justificată, deoarece pentru valoarea ei se poate adopta de la început — în funcţie de condiţiile date ale temei — o valoare corespunzătoare.

Intr-adevăr, valoarea ei trebuie să se găsească între două limite u_{min} şi u_{max} care condiţionează buna funcţionare a pompei. Totodată pentru a obţine dimensiuni reduse — deci o construcţie ieftină — viteza periferică u trebuie aleasă cît mai mare. In consecinţă valoarea lui u rezultă — după cum s-a amintit deja — din datele temei de proiectare.

Folosirea relaţiei (4) pentru determinarea dimensiunilor principale ale pompelor cu roţi dinţate, impune adoptarea următoarei metode de calcul.

In funcţie de presiunea şi vîscozitatea lichidului refulat şi de calitatea execuţiei pe care se contează, se apreciază [2] randamentul volumetric η_v, cu care se calculează apoi, prin intermediul relaţiei (2), debitul teoretic al pompei Q_t:

$$Q_t = \frac{Q_e}{\eta_v}.$$

In funcție de presiunea creată de pompă și de viscozitatea lichidului refulat [3] se adoptă apoi lățimea relativă λ a roților dințate, se apreciază limitele admisibile ale vitezei periferice u ale roților și se adoptă o anumită valoare pentru u în interiorul acestui interval.

O dată aceste mărimi cunoscute, formula (4) permite apoi calculul numărului de dinți z, dacă se adoptă o anumită valoare pentru turația n.

Nomograma cu puncte aliniate din figura alăturată, care are la bază aceeași formulă, permite efectuarea comodă și rapidă a numărului de dinți, în funcție de aceleași mărimi presupuse cunoscute, pentru $\alpha = 20°$.

Nomograma aceasta are avantajul față de nomogramele cunoscute pînă în prezent [1] că permite calculul pompei în funcție de viteza periferică, dînd printr-o simplă operație grafică, numărul de dinți z, pentru diferite valori ale turației, ceea ce dă posibilitatea alegerii rapide a soluției optime.

După determinarea numărului de dinți, formula (5) permite apoi calculul modulului m cu care se realizează condițiile adoptate.

BIBLIOGRAFIE

1. A.T.Z., Konstruktionstafeln 57, 58, A.T.Z. Nr. 7 (1941).
2. G. Fabritz, *Regelung der Kraftmaschinen*, Wien, 1940.
3. E. M. Haimovici, *Gidravliceskie privodi metalorjuşcii stancov*, Moscova (1947).
4. Maşinostroienie, Enţiclopediceskii spravocinik, Moscova. Vol. 2, 9 şi 12 (1948) ... (1949).

UNE NOUVELLE NOMOGRAMME POUR LE CALCUL DES POMPES A ENGRENAGES

(RÉSUMÉ)

Les formules et les nomogrammes connues dans la littérature donnent le debit de la pompe à engrenage par rapport aux dimensions principales des noues dentées. Leur utilisation pour l'établissement des dimensions n'est pas convenable, parce que ces dimensions ne sont pas généralement connues.

Si on introduit dans l'équation du débit la vitesse péripherique des roues, on trouve une rélation dont la nomogramme permet la détermination commode et rapide du nombre de tours et du nombre de dents, qui assurent la réalisation d'une pompe de dimensions minimums, partiquement possibles.

НОВАЯ НОМОГРАММА ДЛЯ РАСЧЕТА НАСОСОВ С ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Формулы и номограммы известные в литературе дают расход насоса с зубчатыми колесами в функции основных размеров колес.

При проектировании использование этих формул и номограмм затруднительно, т. к. размеры колес вообще неизвестны.

Выражая расход в функции периферической скорости колес можно получить отношение, номограмма которого позволяет легко и быстро установить скорость вращения и число зубьев насоса минимально возможного размера.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

STUDIUL PROCESULUI DE LUCRU ŞI A EFICACITĂŢII INJECTORULUI VSZ 10 IMB LA DIFERITE REGIMURI DE EXPLOATARE, PE BAZA EXPERIMENTALĂ

DE

GHEORGHE RUSU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

INTRODUCERE

Scopul cercetărilor de faţă a fost de-a studia pe injectorul cel mai simplu, a cărui condiţii de lucru se pot cuprinde bine şi care se lasă urmărite prin măsurători, influenţa parametrilor variabili de exploatare asupra procesului de funcţionare, iar din rezultatele încercărilor să se stabilească posibilităţile măririi domeniului de reglabilitate a injectorului cu abur viu.

Acest studiu face parte din tema de aspirantură a autorului, care lucrează în cadrul colectivului catedrei de locomotive condus de tov. prof. ing. Ion Zăgănescu, sub a cărui îndrumare s-a conceput şi s-a executat instalaţia complexă de încercat injectoare de locomotivă.

INSTALAŢIA DE INCERCAT ŞI FUNCŢIONAREA EI

Laboratorul de locomotive, a fost dotat cu o instalaţie corespunzătoare formată din :

A Cazan de abur stabil cu următoarele caracteristici :

— presiunea de regim	15 atm
— debit	2 800 kg ab/h
— felul aburului	abur saturat
— suprafaţa încălzitoare	100 mp
— încălzirea	păcură.

B. Standul propriu-zis (fig. 1) cu :

a) 3 recipienţi sub presiune pentru abur cu o capacitate de 0,76 mc fiecare ;

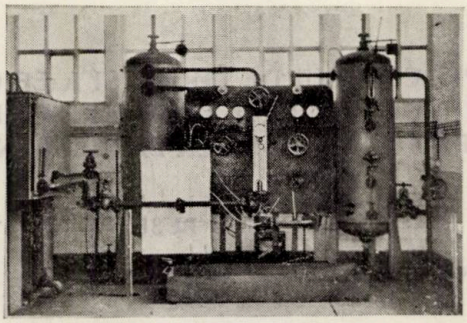
— recipientul *I* în care se fabrică abur la presiunea şi temperatura de emisie,

— recipientul *II* de abur viu,

— recipientul *III* de refulare (înlocuieşte cazanul de locomotivă).

b) 3 rezervoare calibrate pentru apă ;

— un rezervor de apă de alimentare (*I a*) (înlocuieşte tenderul locomotivei) pentru injectoarele în sarcină,



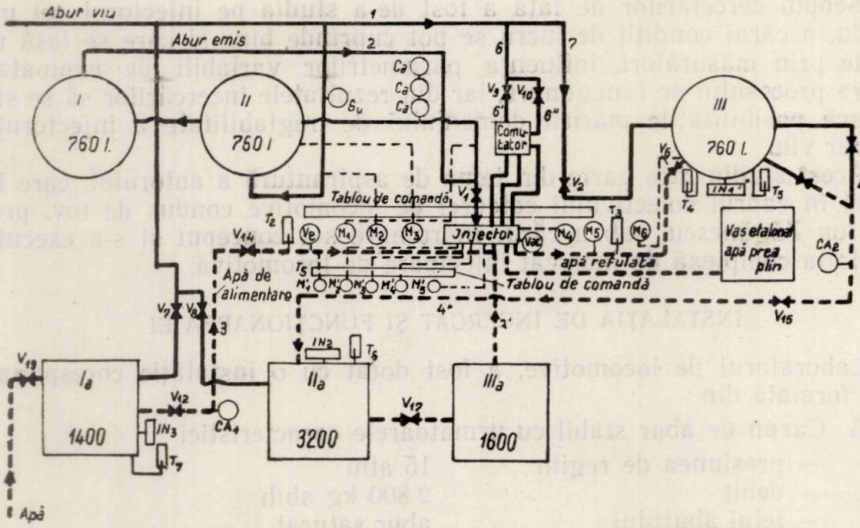


Fig. 1. Schema şi fotografia standului de încercat injectoare.

— pentru măsurarea debitului de apă refulată de injector serveşte rezervorul (*II a*).

— al treilea serveşte ca rezervor de apă de alimentare pentru injectoarele aspirante (*III a*).

Rezervorul *I a* are o capacitate de 1 400 l, iar indicatorul său de nivel a fost verificat prin cîntărirea cantităţii de apă la diferite temperaturi. În medie s-a găsit la o temperatura de 20 °C pentru :

1 mm variaţie de nivel 1,835 kg apă.

El este plasat deasupra pardoselei laboratorului, fiind astfel respectată condiţia necesară pentru funcţionarea injectorului cu abur viu în sarcină.

Rezervorul *II a* pentru apă refulată de injector cu o capacitate de 3 800 l este plasat subteran la o adîncime de 2 m. Indicatorul său de nivel a fost verificat tot prin cîntărirea apei şi pentru o apă cu o temperatură medie de 70—80 °C s-a găsit că la o variaţie de 1 mm diferenţă de nivel corespunde 3,33 kg apă.

c) tabloul de comandă pe care sînt concentrate toate aparatele de măsură şi control ale standului.

d) conductele de abur şi apă care fac legătura între recipienţi şi rezervoare, cu armătura de comandă şi injector.

Aburul din conducta *1* cu diametru interior de 50 mm, care vine de la cazanul stabil, cu presiune de 15 atm trece printr-un ventil la recipientul *II*, care serveşte ca rezervor pentru producerea aburului cu parametrii variabili, ceea ce se realizează prin laminarea aburului. Din acest recipient aburul trece prin ventilul V_1 la injectorul I_n montat pe tabloul de comandă.

Apa de alimentare ajunge la injectorul I_n din rezervorul *I a* din stînga prin conducta *3* cu un diametru interior de 50 mm. Reglarea cantităţii de apă de alimentare se face cu ajutorul vanei V_{12}.

Amestecul de apă şi abur condensat se refulează de către injectorul I_n în recipientul *III*. Contrapresiunea variabilă, corespunzătoare condiţiilor de funcţionare a injectorului în recipientul *III* se reglează cu ajutorul aburului viu, care se introduce prin conducta *7* şi ventilul V_2 în recipient. Presiunea necesară în recipient se realizează prin laminarea aburului cu ventilul V_2. Din acesta apa refulată trece prin conducta *4'* în rezervorul de măsurare *II a*, pe indicatorul căruia putem citi direct debitul refulat al injectorului.

La pornirea injectorului şi în timpul funcţionării lui apa pierdută prin supapa de prea plin a fost colectată într-un vas etalonat.

INSTRUMENTE DE MĂSURĂ

Pentru scopul urmărit, pentru mărirea domeniului de reglabilitate a injectorului s-au citit :

— temperatura apei de alimentare, la termometrul T_7 de pe rezervorul *I a*,

— temperatura apei refulate, la termometrul T_3 de pe conducta *4*,

— temperatura aburului care vine la injector, la termometrul T_1 de pe conducta *1*,

— temperatura în spațiul de prea plin al injectorului,

— temperatura aburului necesar creerii contrapresiunii în recipientul III, la termometrul T_4.

S-au folosit termometre cu mercur care înainte de încercări au fost etalonate, comparîndu-se cu unul și același termometru etalon. Erorile observate au fost de cel mult 0,5%.

— presiunea aburului înainte de intrarea în injector, la manometrul M_1,

— presiunea aburului în conducta de aducere a aburului la recipientul *II*, la manometrul M_2,

— presiunea aburului în recipientul *II*, la manometrul M_3,

— presiunea apei refulată în conducta *4*, la manometrul M_5,

— contrapresiunea din recipientul *III*, la manometrul M_6,

— presiunea statică din axul injectorului, la manometrul M_4.

S-au utilizat în acest scop manometre cu resort care s-au comparat cu un manometru etalon, în timpul încercărilor ele au funcționat perfect.

Depresiunile de-a lungul ajutajelor injectorului s-au determinat cu ajutorul piezometrelor.

M_1' arată presiunea sau depresiunea apei de alimentare în imediata apropiere a injectorului,

M_2' arată depresiunea în camera de apă, în secțiunea în care aburul love̦ște apa, în apropierea capătului ajutajului de abur.

M_3' depresiunea în camera de amestec,

M_4' depresiunea în camera de prea plin,

M_5' depresiunea în apropierea secțiunii minime a camerei de amestec a injectorului.

Măsurarea depresiunilor din axul injectorului s-a făcut cu ajutorul unui vacuumetru montat la capătul unei țevi subțiri care străbătea ajutajele.

Conductele de legătură de la piezometre la locurile de măsurare au fost umplute cu apă înainte de fiecare experiență, pentru evitarea bulelor de aer. Valoarea depresiunilor măsurate a fost recalculată, ținînd cont de diferența de nivel dintre piezometru și locul de măsurare.

Cantitățile de apă consumată de injector W și cea refulată $W+D$ s-au determinat prin citirea nivelului apei la indicatoarele IN_3 respectiv IN_2 ale rezervoarelor etalonate *I a* și *II a*.

Consumul de abur al injectorului n-a putut fi determinat direct. El a fost stabilit ca diferență dintre cantitatea de apă refulată (abur+apă) și cantitatea de apă de alimentare. Pentru verificarea exactității măsurătorilor s-a făcut comparație cu metoda analitică de calcul pentru determinarea consumului de abur. Din relația simplificată a bilanțului termic al injectorului, neținînd seama de pierderi, care după cum se va arăta sînt neglijabile avem :

$$W(t-t_0)=D(\lambda-t) \qquad (1)$$

unde :

W = cantitatea de apă de alimentare, kg/min.,

λ = entalpia aburului saturat, corespunzătoare presiunii şi temperaturii înainte de injector în kcal/kg ab,

t = temperatura apei refulate de injector (apă + abur) în °C,

t_0 = temperatura apei de alimentare în °C.

Din relaţia de mai sus se determină :

$$D = \frac{t - t_0}{\lambda - t} W \text{ kg ab/min.}$$

Din tabela 3 se vede că abaterile valorilor consumului de abur măsurate D_m şi cele calculate D_c sînt destul de mici, ca atare erorile reprezintă $\pm$ (2—3) % din cantitatea de apă refulată.

INJECTORUL

S-a folosit pentru aceste experienţe, injectorul VSZ 10 tip IMB în sarcină construcţie 1955 reprezentat în fig. 2.

Prin *1* pătrunde aburul în ajutajul *A* (convergent-divergent). Apa de alimentare este ejectată prin I şi introdusă prin spaţiul inelar în jurul ajutajului *A* în ajutajul de amestec *B*. Emulsia de abur-apă trece pe urmă în ajutajul *C*, divergent sau difuzorul injectorului, astfel încît la ieşirea din el apa refulată întrece contrapresiunea din recipientul *III*, care în momentul debitării se propagă pînă la injector. Acesta a fost special amenajat

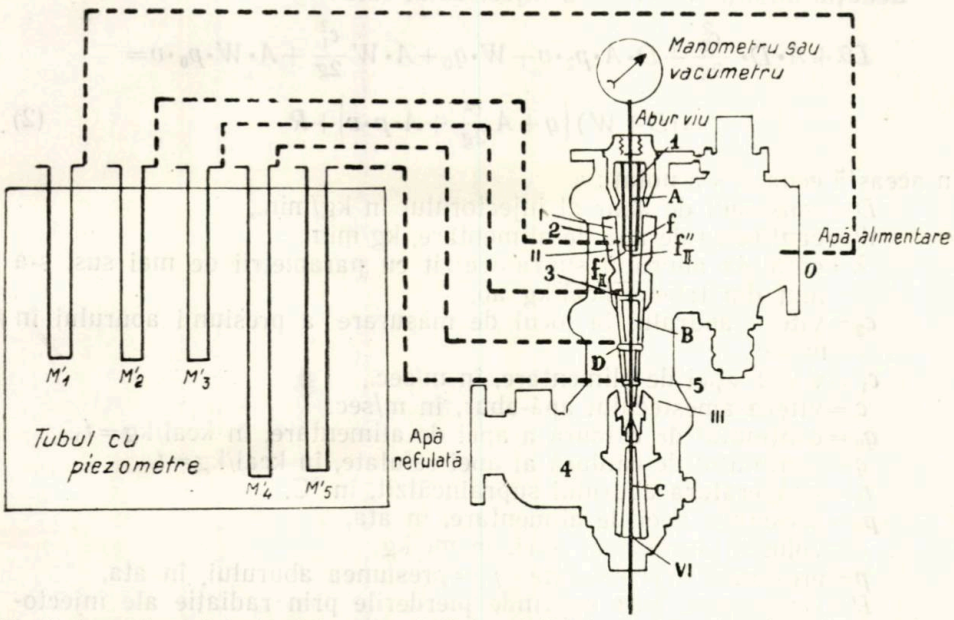


Fig. 2. Amenajarea injectorului pentru studiul variaţiei de presiune de-a lungul ajutajelor.

şi anume pentru măsurarea presiunilor şi depresiunilor statice s-a montat o ţeavă de cupru cu diametrul exterior egal cu 4 mm, în lungul axului injectorului (fig. 2) închisă la capătul de jos şi racordată la capătul de sus cu un manometru sau un vacuumetru după nevoie. Ţeava prevăzută cu un orificiu se deplasează de-a lungul secţiunilor ajutajelor.

În spaţiile inelare *2, 3, 4* şi *5* s-au montat înşurubări care pătrund pînă în interiorul ajutajelor şi care sînt în legătură cu piezometrele de pe tabloul secundar T_s (fig. 1, 2). Cu ajutorul lor se măsoară depresiunile statice în apropierea pereţilor ajutajelor.

EFECTUAREA ÎNCERCĂRILOR

Instalaţia de încercare este pusă în stare de funcţionare normală în momentul cînd prin prea plinul injectorului nu se mai scurge apă. Pentru studiul procesului de lucru şi a eficacităţii injectorului, se reglează temperatura apei de alimentare în rezervorul *I a,* presiunea aburului viu din recipientul *II* şi contrapresiunea în recipientul *III.*

Pentru examinarea exactităţii măsurătorilor şi mai ales a pierderilor, s-au efectuat unele încercări cu abur supraîncălzit. Parametrii acestui abur au fost : $p_1 = 12$ atm şi $t_{si} = 330$ °C. Măsurarea temperaturilor în secţiunile de trecere ale injectorului prin stabilirea imediată a cantităţii de abur şi apă, permit stabilirea unui bilanţ termic, din a cărui ecuaţie se obţine un membru rest R, care reprezintă influenţa pierderilor prin radiaţie asupra exactităţii măsurătorilor.

Ecuaţia bilanţului termic a injectorului este :

$$D\lambda + A \cdot D \cdot \frac{c_2^2}{2g} + D \cdot A \cdot p_2 \cdot v + W \cdot q_0 + A \cdot W \frac{c_1^2}{2g} + A \cdot W \cdot p_0 \cdot v =$$

$$= (D + W)\left(q + A\frac{c^2}{2g} + A \cdot p \cdot v\right) + R \qquad (2)$$

În această ecuaţie s-a notat :

D = consumul de abur al injectorului în kg/min.,
W = cantitatea de apă de alimentare, kg/min.,
λ = entalpia aburului supraîncălzit cu parametrii de mai sus, s-a luat din tabele, kcal/kg ab,
c_2 = viteza aburului la locul de măsurare a presiunii aburului în m/sec.,
c_1 = viteza apei de alimentare, în m/sec.,
c = viteza amestecului apă-abur, în m/sec.
q_0 = conţinutul de căldură a apei de alimentare, în kcal/kg = t_0,
q = conţinutul de căldură al apei refulate, în kcal/kg = t,
t_1 = temperatura aburului supraîncălzit, în °C,
p_0 = presiunea apei de alimentare, în ata,
v = volumul specific al apei, în mc/kg,
p = presiunea apei refulate = p_2 = presiunea aburului, în ata,
R = coeficientul care cuprinde pierderile prin radiaţie ale injectorului.

Debitul specific de apă raportat la 1 kgab s-a notat cu $m=\frac{W}{D}$.

Dacă ținem cont că diferența $A \cdot \frac{c_2^2}{2g} - A\frac{c^2}{2g}$ în comparație cu λ devine neglijabilă și că c_1 devine egal cu c atunci ecuația (2) se poate pune sub forma:

$$\lambda - q = m\,[q - q_0 + A \cdot v\,(p - p_0)] + R \qquad (3)$$

din această ecuație se determină termenul R raportat la 1 kg abur. S-au efectuat două încercări în acest sens, iar rezultatele sînt arătate în tabela 1.

Tabela 1

Nr. crt.	t_0 °C	t °C	t_1 °C	p_0 ata.	$p_2=p$ ata.	W kg/min	D kg/min	m	λ u. c.	$Av\,(p-p_0)$ u. c.	R u. c.	$R\%$ din λ
1	20	73	330	0,91	13	248	19,5	12,7	742	0,284	−8,5	−1,15
2	20	79	340	0,921	14	256	22,8	11,2	741	0,354	−5,2	−0,73

Din această tabelă rezultă că pierderile prin radiație ating maximum 1% din cantitatea totală de căldură atribuită injectorului, în consecință ele se pot neglija.

Dacă în relația (3) neglijăm $A \cdot v(p - p_0)$, ceea ce e admisibil după cum rezultă și din tabela 1 de mai sus și înlocuim pe λ cu valoarea sa:

$$\lambda = x \cdot r + i'$$

din această relație determinăm valoarea titlului aburului.

$$\lambda = \frac{m\,(q_m - q_0) + (q_m - i')}{r}. \qquad (4)$$

În această relație aproximăm $q_m \cong t_m$, $q_0 \cong t_0$, temperatura amestecului la ieșirea din injector, respectiv temperatura apei de alimentare. Se observă că x are valori apropiate de 1 adică putem spune că aburul produs de cazanul stabil este aproximativ saturat uscat.

Tabela 2

Nr. crt.	$q_0=t_0$ °C	$q_m=t_m$ °C	i' kcal/kg	r kcal/kg	$m=\frac{W}{D}$	x
1	20	69	185,6	478,3	11,65	0,96
2	20	69	185,6	478,3	11,5	1
3	20	73	193,5	471,9	10,4	0,92
4	20	72	193,5	471,9	10,8	0,95

DETERMINAREA PARAMETRILOR DE FUNCȚIONARE AL INJECTORULUI LA DIFERITE REGIMURI DE EXPLOATARE

Aburul viu vine din conducta *1* (fig. 1) trece prin ajutajul *A* (fig. 2) de forma unui ajutaj divergent-convergent cu partea divergentă foarte scurtă, în care se destinde de la presiunea din conductă și pînă la presiunea de ieșire în secțiunea f''_{II}. Deoarece presiunea la ieșire este mai mică decît presiunea critică din secțiunea minimă a ajutajului divergent, viteza cu care aburul părăsește ajutajul *A* este supersonică. Această viteză a fost calculată cu ajutorul relațiilor din termodinamică stabilite pentru scurgerea vaporilor, unde s-a ținut cont de dimensiunile geometrice ale ajutajului de abur.

Calculînd coeficientul φ de pierdere de viteză datorită frecărilor și răcirii ajutajului, din relația :

$$\varphi = \frac{D}{f \cdot 153 \cdot p_2^{0,97}} \tag{5}$$

pentru abur saturat aproximativ uscat, vitezele reale de scurgere ale aburului vor fi mai mici. Ținînd cont de coeficientul φ s-au calculat vitezele c''_{II} corespunzător secțiunii f''_{II} care sînt introduse cu valorile presiunii respective p''_{II} în tabela 3.

Presiunea aburului p''_{II} în secțiunea finală a ajutajului de abur *A* este în aproape toate cazurile mai mare decît cea care se determină din ecuația hidrodinamică pentru secțiunea primei întîlniri cu apa, așa dar după ajutajul de abur va trebui să apară o cădere de presiune, care creiază în spațiul de amestec *B* o depresiune corespunzătoare ;

$$p_0 - p'_{II} = (1+\zeta)\frac{c'^2_{II}}{2g}\gamma \tag{6}$$

unde :

p_0 = presiunea apei în secțiunea *O* (fig. 2), înainte de injector. Această presiune o admitem egală cu 1 atm, deoarece coloana de apă din rezervorul *Ia* atinge maximum 1,1 m înălțime deasupra secțiunii de măsurare, iar în timpul procesului de lucru scade destul de repede ;

p'_{II} = presiunea apei în secțiunea de întîlnire cu aburul ;

c_{II} = viteza apei în secțiunea de întîlnire cu aburul ;

ξ = coeficientul de rezistență a apei de la intrare și pînă în secțiunea *II'* (fig. 2) a injectorului. Dacă admitem randamentul scurgerii apei $\eta_1 = 0{,}94$ atunci $\xi = \frac{1}{\eta_1} - 1 \cong 0{,}06$;

γ = 1000 kg/mc greutatea specifică a apei.

Această cădere de presiune ejectează apa în camera de amestec *B*. Căderea de presiune trebuie produsă în injector pentru ca în secțiunea f'_1 (fig. 2) să treacă debitul maxim de apă.

În fig. 3 sînt trasate curbele de variație a debitului *W* de apă în funcție de p'_{II} și t_0, iar în fig. 4 variația presiunii apei p'_{II} în funcție de t_0, și p''_{II} unde p''_{II} este presiunea aburului în secțiunea de ieșire a ajutajului de abur.

După ce aburul a părăsit secţiunea finală a ajutajului *A*, iar apa secţiunea sa inelară, găsim în injector un jet concentric a cărui miez constă în esenţial din abur, iar mantaua din apă. Străbaterea perfectă a celor două medii nu apare imediat, condensarea imediată a aburului ar trebui să-i fie urmarea, iar amestecul ar trebui să preia temperatura condiţionată prin această condensare. Cu aproximaţie putem accepta că acestei temperaturi îi corespunde presiunea de saturaţie din spaţiul de amestec al injectorului, adică în camera de prea plin *D* (fig. 2).

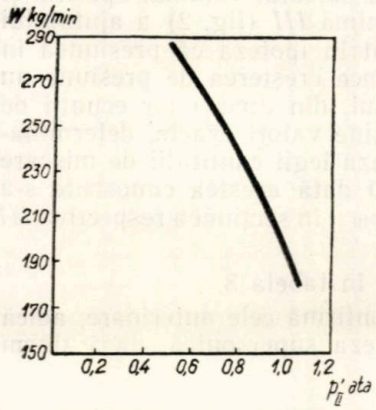


Fig. 3 *a*. Variaţia debitului în funcţie de presiunea apei.

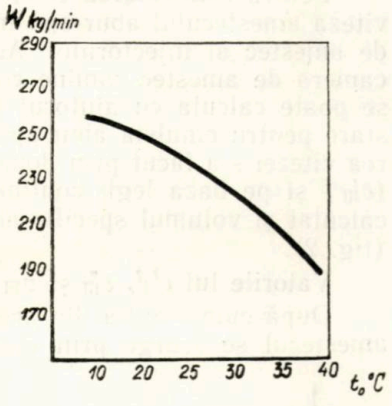


Fig. 3 *b*. Variaţia debitului în funcţie de temperatura apei de alimentare.

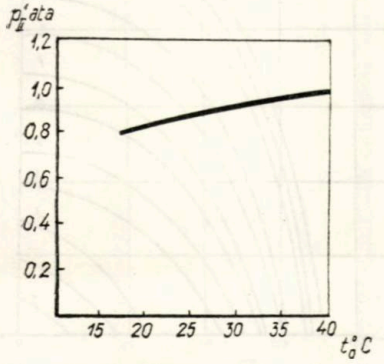


Fig. 4 *a*. Presiunea apei în funcţie de temperatura apei de alimentare.

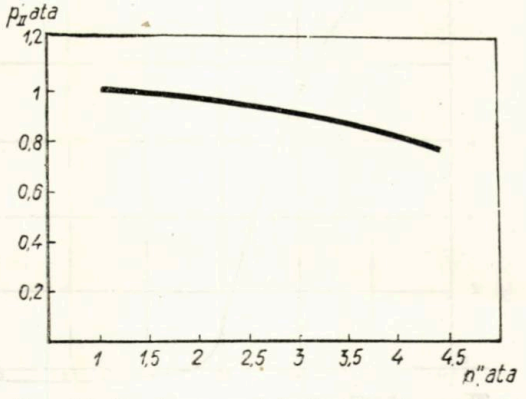


Fig. 4 *b*. Presiunea apei în funcţie de presiunea aburului.

În orice caz, spaţiul de amestec ar trebui să fie limitat de secţiunea în care cele două medii ajung la viteze comune. Cu toate acestea condensarea nu se termină în această secţiune. Variaţia de presiune a amestecului de la această secţiune poate avea loc numai datorită unei variaţii de

viteză, care poate fi produsă printr-o condensare în continuare a aburului sau printr-o variație a secțiunii de scurgere. Deobicei apar ambele.

Amestecarea vie dintre cele două medii se datorește turbulenței curentului, deci în ajutajul de amestec vom avea o micșorare considerabilă a volumului specific a amestecului și schimbul dintre cantitatea de mișcare a aburului și a apei. Viteza amestecului totuși nu scade într-o măsură atît de mare la trecerea prin secțiunea minimă *III* (fig. 2) tocmai din cauza acestei secțiuni mici, cu toate că volumul specific scade considerabil.

Pentru confirmarea celor de mai sus s-a calculat volumul specific și viteza amestecului abur-apă în secțiunea minimă *III* (fig. 2) a ajutajului de amestec al injectorului. Aceasta s-a făcut în ipoteza că presiunea în camera de amestec rămîne constantă, deoarece creșterea de presiune nu se poate calcula cu ajutorul formei ajutajului, din lipsa unor ecuații de stare pentru emulsia abur-apă. Pentru a obține valori exacte, determinarea vitezei s-a făcut prin două metode, pe baza legii cantității de mișcare (c'_{III}) și pe baza legii continuității (c''_{III}). O dată acestea cunoscute s-a calculat și volumul specific al amestecului v_{III} în secțiunea respectivă *III* (fig. 2).

Valorile lui c'_{III}, c''_{III} și v_{III} sînt introduse în tabela 3.

După cum rezultă din acest tablou se confirmă cele anterioare, adică amestecul se scurge prin ajutajul *B* cu viteza supersonică, dacă ținem

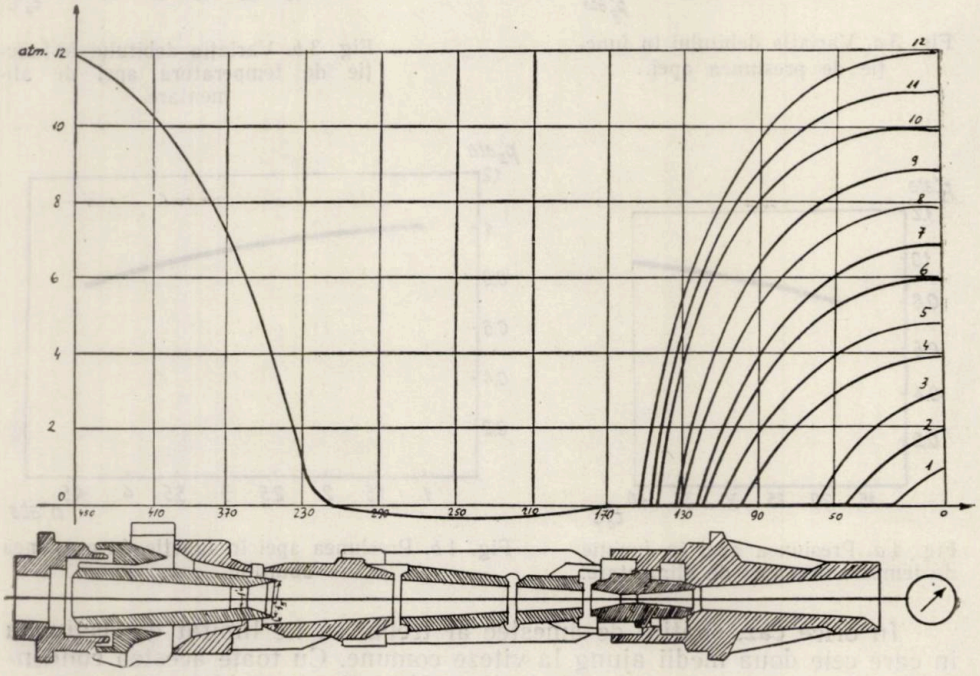


Fig. 5. Curba variației de presiune statică în funcție de contrapresiune, de-a lungul ajutajelor injectorului.

cont că viteza sunetului într-un amestec de vapori şi apă este de 15—30 m/sec.

Procesul în continuare în difuzorul *C* diferă esenţial de cel din ajutajul de amestec. Viteza amestecului abur-apă scade brusc din cauza continuării condensării aburului şi micşorării volumului amestecului şi din cauza creşterii secţiunii. Micşorarea bruscă a vitezei e însoţită, de creşterea presiunii prin salt, adică viteza supersonică a amestecului trece prin salt în subsonică. Această variaţiune a vitezei e însoţită, de variaţiile densităţii, presiunii şi temperaturii.

Pentru urmărirea calitativă a acestui fenomen, s-a determinat deocamdată variaţia de presiune statică, cu ajutorul instalaţiei descrise anterior (fig. 2), iar rezultatele au fost introduse sub formă de diagrame în fig. 5. Pentru verificarea valorilor depresiunilor din camera de amestec a injectorului determinate cu ajutorul instalaţiei din fig. 2 s-au comparat acestea cu cele citite la piezometre de pe tabloul secundar T_s (fig. 1). Ele au coincis perfect. În acest studiu nu s-a analizat cîmpul de viteze şi de temperaturi a jetului.

STABILIREA EFICACITĂŢII

Din legea cantităţii de mişcare aplicată camerei de amestec (fig. 2):

$$\left(\frac{W}{g}c_1+\frac{D}{g}c_2\right)-\frac{D+W}{g}c=p_{III}f_{III}-p_{II}f_{II} \tag{7}$$

unde :

c_1 = viteza apei în secţiune *II*,
c_2 = viteza aburului în secţiunea *II*,
c = viteza comună a amestecului în secţiunea *III*

şi ţinînd seama că variaţia presiunii în ajutajul de amestec este mică, deci $p_{III}f_{III}-p_{II}f_{II}$ e neglijabil, putem scrie :

$$(m+1)c-(mc_1+c_2)=0 \tag{8}$$

unde $m=\frac{W}{D}$ debit specific, kg apă/kg abur

deci

$$m=\frac{c_2-c}{c-c_1} \tag{9}$$

dacă admitem, că viteza apei o neglijăm faţă de cea a aburului avem :

$$m=\frac{c_2}{c-c_1}. \tag{10}$$

Iar din relaţia (1) avem :

$$m=\frac{\lambda-t}{t-t_0};\quad m(t-t_0)=\lambda-t \tag{11}$$

$$t-t_0=\frac{(\lambda-t)(c-c_1)}{c_2}. \tag{12}$$

Energia pe care o cedează aburul la ieşirea din ajutaj este $\frac{c_2^2}{2g}$, iar lucrul mecanic de ridicare a presiunii se stabileşte astfel:

$$\Delta_{pt}=\Delta_p-\Delta_{p_1}=(p_r-p_m)-(p_0-p_m)=p_r-p_0$$

reprezintă variaţia de presiune de la intrare şi pînă la ieşirea din injector unde:

$\Delta_{p_1}=\frac{1}{\eta_B}\cdot\frac{c_1^2}{2g}$ = căderea de presiune corespunzătoare vitezei de scurgere c_1 a apei din spaţiul de amestec p_0—p_m,

p_0 = presiunea apei la intrarea în injector,

p_m = presiunea amestecului din injector,

$\Delta_p=\eta_C\cdot\frac{c^2}{2g}$ = cîştigul de presiune între spaţiul de amestec şi ieşirea din injector = p_r—p_m.

p_r = presiunea de refulare

atunci:

$$\Delta_{pt}=\eta_C\frac{c^2}{2g}-\frac{1}{\eta_B}\cdot\frac{c_1^2}{2g} \tag{13}$$

şi lucrul mecanic va fi:

$$L=(m+1)\Delta_p-m\Delta_{p_1}=(m+1)\eta_C\frac{c^2}{2g}-m\cdot\frac{c_1^2}{2g}\cdot\frac{1}{\eta_B} \tag{14}$$

randamentul se determină:

$$\eta=\frac{\eta_C(m+1)c^2-\frac{1}{\eta_B}\cdot m\cdot c_1^2}{c_2^2}$$

sau dacă exprimăm cu ajutorul relaţiei (9) avem:

$$\eta=\frac{1}{c_2^2(c-c_1)}\left[\eta_C c^2(c_2-c_1)+\frac{1}{\eta_B}c_1^2(c_2-c_1)\right]. \tag{15}$$

Stabilim condiţia pentru care η atinge valoarea maximă şi minimă.

$$\frac{\partial\eta}{\partial c}=\frac{c_2-c}{c_2^2(c-c_1)^2}\left[\eta_C c(c-2c_1)+\frac{1}{\eta_B}\cdot c_1^2\right] \tag{16}$$

deoarece $c_2>c>c_1$, rezultă că primul factor e totdeauna pozitiv, iar η_C şi $\eta_B<1$ atunci al doilea factor poate fi numai pozitiv.

$$\frac{\partial\eta}{\partial c_1}=\frac{c_2-c}{c_2^2(c-c_1)^2}\left[\eta_C\cdot c^2-\frac{1}{\eta_B}\cdot c(2c-c_1)\right]. \tag{17}$$

Primul factor e totdeauna pozitiv, al doilea poate deveni 0 cînd:

$$c_1=c\left(1\pm\sqrt{1-\eta_B\eta_C}\right) \tag{18}$$

dar deoarece am admis de la început că $c > c_1$ atunci:

$$c_1 = c\left(1 - \sqrt{1 - \eta_C \eta_B}\right) = \alpha c \tag{19}$$

dacă

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - \eta_B \eta_C} \tag{20}$$

ca atare randamentul devine maxim pentru valoarea lui c_1 de mai sus.

$$\eta_{max} \simeq 2 \frac{\alpha}{\eta_B} \cdot \frac{c}{c_2} - \frac{\alpha^2}{\eta_B} \left(\frac{c^2}{c_2}\right)^2 \tag{21}$$

unde termenul al doilea îl neglijăm, deci:

$$\eta_{max} \simeq 2 \frac{\alpha}{\eta_B} \cdot \frac{c}{c_2}. \tag{22}$$

Randamentul minim apare pentru $c_1 = 0$

$$\eta_{min} = \frac{c}{c_2} \eta_C. \tag{23}$$

Dacă în ecuația (12)

$$t - t_0 = \frac{\lambda - t}{c_2} (c - c_1)$$

introducem ecuația (13)

$$\Delta_{pt} = \eta_C \frac{c^2}{2g} - \frac{1}{\eta_B} \cdot \frac{c_1^2}{2g}$$

și înlocuim în general

$$c_1 = \beta \cdot c$$

obținem:

$$t - t_0 = \sqrt{2g} \frac{1 - \beta}{\sqrt{\eta_C - \frac{1}{\eta_B} \beta^2}} \cdot \frac{\lambda - t}{c_2} \cdot \sqrt{\Delta_{pt}} \tag{24}$$

dacă notăm cu K

$$K = \sqrt{2g} \cdot \frac{1 - \beta}{\sqrt{\eta_C - \frac{1}{\eta_B} \beta^2}}. \tag{25}$$

Avem:

$$t - t_0 = K \frac{\lambda - t}{c_2} \sqrt{\Delta_{pt}}. \tag{26}$$

Dacă în ecuația (13) extragem pe c și cu $c_1 = \beta \cdot c$ avem:

$$\beta = \sqrt{\frac{\eta_C \eta_B \Delta_{p_1}}{\Delta_{pt} + \Delta_{p_1}}}. \tag{27}$$

Dacă rezolvăm ecuațiile (24), (25), (27), obținem:

$$\eta_C = \frac{\Delta_{p_1} + \Delta_{pt}}{\left(\frac{K}{\sqrt{2g}} \sqrt{\Delta_{pt}} + \sqrt{\eta_B \cdot \Delta_{p_1}}\right)^2} \tag{28}$$

care reprezintă randamentul difuzorului injectorului. Din relația (24) putem determina pe K

$$K = \frac{t - t_0}{\lambda - t} \cdot \frac{c_2}{\sqrt{\Delta_{pt}}} = \frac{1}{m} \cdot \frac{c_2}{\sqrt{\Delta_{pt}}} \tag{29}$$

unde m, c_2 și Δ_{pt} sînt valorile determinate experimental. Valorile lui K și η_C sînt introduse în tabela 3. Deci cu ajutorul coeficientului K, care ține seama de încălzirea apei putem să determinăm de fapt randamentul difuzorului, deci eficacitatea injectorului.

ANALIZA REZULTATELOR ȘI CONCLUZII

1. Presiunea p'_{II} a apei în suprafața de contact dintre abur și apă, nu depinde numai de presiunea finală p''_{II} a aburului la ieșirea din ajutajul A (fig. 2), ci și de temperatura de aspirație. Astfel pentru același raport de destindere a aburului în ajutajul A, p'_{II} crește cu mărirea temperaturii apei de alimentare așa cum rezultă din fig. 4 *a*, iar debitul de apă aspirată de injector scade cum se vede în fig. 3 *b* și 6. Pe de altă parte la temperatura constantă a apei de alimentare, p'_{II} scade cu creșterea presiunii de ieșire a aburului din ajutajul A, cum rezultă din fig. 4 *b*, iar debitul de apă W crește cu mărirea presiunii aburului fig. 7. Ca atare pentru procesul de ejecție, temperatura apei de alimentare și presiunea ei înainte de injector au un rol hotărîtor.

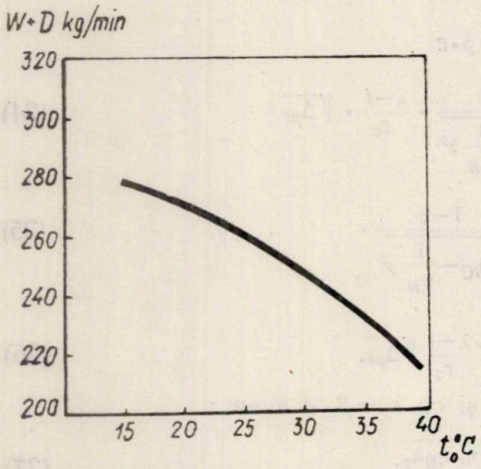


Fig. 6. Variația debitului refulat în funcție de temperatura apei de alimentare

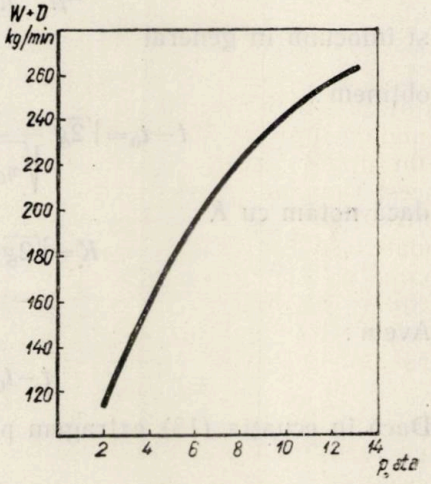


Fig. 7. Variația debitului refulat în funcție de presiunea aburului la intrarea în injector.

2. Din fig. 5 rezultă variația presiunii statice de-a lungul injectorului și anume în ajutajul A se produce destinderea aburului pînă la valori subcritice, în ajutajul de amestec presiunea scade sub cea atmosferică,

adică depresiunea creată stabileşte tocmai procesul de ejecţie al apei. În continuare după secţiunea minimă a ajutajului de amestec *B* apare saltul de presiune respectiv, adică creşterea bruscă a presiunii de la 1 la 4—5 atm., iar mai departe presiunea creşte lent pînă la valoarea sa finală egală cu contrapresiunea din recipientul *III*. Trecerea emulsiei de abur-apă prin secţiunea în care se produce saltul de presiune, e însoţită de schimbarea stării de agregare, densităţii, temperaturii şi vitezei. Pînă în secţiunea saltului, emulsia este neomogenă, după salt ea se transformă în picături de apă, care formează un jet omogen de apă. Tot în aceeaşi figură se poate observa, că saltul se deplasează cu micşorarea contrapresiunii înspre secţiunea de ieşire a difuzorului, astfel încît la contrapresiuni foarte mici injectorul se comportă ca şi un ajutaj convergent-divergent (Laval) prin care se scurge un mediu elastic (gaz).

Saltul de presiune privit calitativ are influenţă hotărîtoare numai asupra funcţionării în condiţiuni normale ale injectorului, deoarece dacă contrapresiunea creşte peste cea admisibilă, saltul depăşeşte spre stînga secţiunea minimă a difuzorului provocînd întreruperea funcţionării, adică presiunea emulsiei din camera de amestec depăşeşte presiunea atmosferică, iar apa va fi evacuată din această cameră prin ţeava de prea plin în exterior ; debitarea injectorului scade considerabil.

În condiţiuni normale contrapresiunea nu joacă un rol hotărîtor asupra debitului injectorului, acest lucru rezultă de altfel din fig. 8, unde s-a reprezentat debitul refulat $W+D$ în funcţie de contrapresiunea p_r.

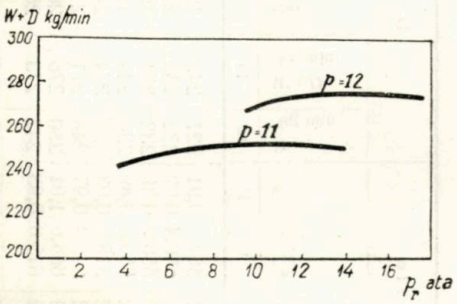


Fig. 8. Variaţia debitului refulat în funcţie de contrapresiune.

3. În tabela 3 s-au calculat cu ajutorul coeficientului de încălzire K randamentul difuzorului injectorului. Din analiza acestor valori rezultă că acest randament este mic, el variază între 6—10%. Ca atare injectorul nu poate fi folosit pentru scopuri de pompare, ci numai ca aparat în care căldura de încălzire a apei se poate întoarce din nou în cazan. Din punct de vedere termic injectorul cu abur viu e un aparat care nu oferă nici un cîştig de căldură, însă şi pierderile de căldură sînt minime.

Faţă de cele de mai sus în concluzie, posibilităţile măririi domeniului de reglabilitate a injectoarelor cu abur viu rezidă în mărirea sau micşorarea rezistenţei pe traseul de apă care vine spre injector. Din fig. 3 *a* se observă că acest domeniu variază între 170—290 kg apă/minut, bineînţeles la o temperatură a apei de alimentare cît mai joasă. Acest domeniu a fost obţinut pentru o temperatură a apei de alimentare de 20 °C. Pe de altă parte cu creşterea vitezei iniţiale a aburului ieşit din ajutajul *A* la contrapresiunea constantă, saltul de presiune se deplasează de la secţiunea minimă a difuzorului spre ieşirea din el. Invers, locul saltului se apropie de secţiunea minimă. Cu creşterea cantităţii de apă intrată în injector, canti-

Tabela 3

Nr. Exp.	Timp minute	Apa de alimentare				Abur viu					Debite					Camera amestec			Apa reful.		Eficacit. injector
		t'_0 °C	p'_{II} ata	c'_{II} m/s	p_0 ata	p_2 ata	t_2 °C	p''_{II} ata	c''_{II} m/s	φ	W kg/min	$W+D$ kg/min	Dm kg/min	Dc kg/min	Eroare % din $W+D$	c'_{III} m/s	c''_{III} m/s	v_{III} mc/kg	t_m °C	p_r ata	η_C
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	4	20	0,879	15,82	1	11	182	3,72	564	0,91	227	243,5	19,5	20	−2,5	55,9	52,2	0,00114	70	11,5	0,086
2	4	20	0,868	16,1	1	11	182	3,72	569,4	0,92	232	252	20	19,4	+3,15	55 8	53,8	0,00103	69	10,5	0,074
3	4	20	0,868	16,1	1	11	181	3,72	550,9	0,89	232	251	19	18,56	+1,3	52,4	53,5	0,0010	68	9,5	—
4	4	20	0,873	11,92	1	11	182	3,72	550,9	0,89	230	249	19	19,2	+1,06	55,6	52,7	0,00108	69	8 5	0,06
5	4	20	0,842	17,3	1	13	189	4,42	519,6	0,93	250	274	24	22,5	+0,62	66,4	59,8	0,00113	73	13	0,067
6	4	20	0,845	17,2	1	13	188	4,42	645,4	0,97	248	271	23	21,7	+0,57	66,5	57,7	0,00112	72	12	0,059
7	4	20	0,830	17,3	1	13	188	4,42	668,6	1,01	250	276	26	21,4	+1,82	65,7	58,6	0,00111	71	11	—
8	4	20	0,850	17,1	1	13	188	4,42	615 6	0,93	247	273	26	22,1	+1,49	75,4	58,9	0,00130	73	10	—
9	5	40	0,961	13,1	1	12	186	4,08	559	0,93	189	206	17	19,7	−0,76	58,4	44,5	0,0120	99	12,5	0,077
10	4	35	0,923	14,51	1	13	188	4,42	625	0,94	210	230	20	21,7	−0,85	51,1	48,9	0,00112	94	13,5	—
11	4	35	0,885	15,7	1	12,5	188	4,25	622	0,99	220	243	23	21,1	+0,83	63,9	52,9	0,00132	90	13,5	—
12	4	29,5	0,899	15,23	1	12,75	188	4,34	634	0,85	227	247	20	21,3	−0,65	54,7	52,3	0,00104	84	13,5	0,104
13	4	26	0,873	16,2	1	12,5	188	4,08	536	0,87	237	252	20	20,2	−1	62,1	52,8	0,00115	77	13	—
14	4	21	0,845	15,85	1	13	189	4,42	544	0,82	249	270	21	20,5	+2,37	57,1	57	0,00101	70	13,75	—
15	2	21	1,072	7,44	1	3	132	1,02	—	—	100	115	—	—	—	59,2	—	0,00135	55	2	—
16	4	20	1,048	8,95	1	4	143	1,32	—	—	129	135	—	—	—	36,4	—	0,0127	50	2,25	—
17	4	21	1,022	10,63	1	5	150	1,64	—	—	154	160	—	—	—	—	—	—	56	4,50	—
18	4	20	0,881	11,72	1	6	156	1,97	—	—	170	188	—	—	—	—	—	—	58	5	—
19	4	20	0,862	12,95	1	7	162	2,52	—	—	187	195	—	—	—	—	—	—	58	6 5	—
20	4	20	0,973	12,62	1	7	162	2,51	—	—	183	206	—	—	—	—	—	—	58	6	—
21	4	20	0,948	13,52	1	3	158	2,62	—	—	196	215	—	—	—	61,2	41,3	0,00134	63	8	—
22	3	21	0,963	16,35	1	9	174	2,96	—	—	201	225	—	—	—	69,8	44,5	0,00146	68	7,5	—
23	4	20	0,870	16,9	1	10	178	3,41	—	—	238	258	—	—	—	57,5	50,5	0,00108	66	9 5	—
24	4	20	0,883	15,8	1	11	182	3,62	—	—	228	250	—	—	—	54,8	48,5	0,00103	70	10	—
25	4	20	0,876	16,3	1	11,5	184	3,81	—	—	236	260	—	—	—	68,5	60	0,00123	71	11	—
26	4,5	20	0,870	16,48	1	12	186	4,08	—	—	238	245	—	—	—	—	—	—	70	11	—
27	4	20	0,848	16,75	1	13,5	191	4,59	—	—	242	250	—	—	—	—	—	—	74	12,5	—

tatea de mișcare a aburului se transmite unei mase mai mari de amestec, deci viteza curentului se micșorează, iar saltul de presiune se apropie de secțiunea minimă a difuzorului. Procesul invers deplasează saltul în direcție contrară. Deci pentru injectoarele cu abur viu, reglarea domeniului de reglabilitate se poate face fie prin mărirea cantității de mișcare a aburului, păstrînd debitul constant, prin intermediul unui ajutaj special, fie montînd un organ de laminare a apei pe traseul ei de aducere spre injector.

Cercetările asupra acestei probleme sînt în curs.

BIBLIOGRAFIE

1. S. P. Sîromiatnicov, A. A. Circov, *Locomotive cu abur*, Ed. Tehnică a transporturilor, 1951, v. I, pag. 328 (traducere din limba rusă).
2. A. A. Circov, *Paravozi*, Ed. Transjeldorizdat, Moscova, 1953, pag. 314.
3. Sub redacția lui Telișcov, *Trudî Dnepropretrovscovo instituta injenerov jelesnodarojnovo transporta im. L. M. Kaganovicia*, Ed. Transjelorizdat, Moscva, 1954, pag. 106.
4. F. Bösnjakovic, *Technische Termodinamik*, Ed. Steinkopf, 1954, v. I, pag. 148.
5. A. Stodola, *Dampf und Gasturbinen*, Ed. Springer, 1924.
6. G. Schrauff, Z.V.D.I. 1909, v. I, pag. 678 și 712.
7. G. Flügel, Z.V.D.I. 1939, v. I, pag. 1065.

L'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU PROCÈS DE TRAVAIL ET DE L'EFFICACITÉ DE L'INJECTEUR VSZ 10 IMB A DIFFERENTS RÉGIMES

(RÉSUMÉ)

Le but de ces recherches sur le plus simple injecteur est d'étudier l'influence des paramètres variables d'exploitation sur le procès de fonctionement, c'est à dire de la pression de la témperature de l'eau d'alimentation, de l'etat de la vapeur et de la contrepression du la chandière sur le débit refoulé ; on a choisi cet injecteur simple parceque ses conditions de travail peuvent être facilement mesurées.

Après la description de l'installation pour l'étude des injecteurs du laboratoire de Locomotives, on étudie chaque procès à part : l'éjéction le mèlange, le refoulement et la manière dont les paramètres d'exploitation l'influencent.

On établit l'efficacité et le rendement de l'injecteur par rapport au coefficient de chauffage $K=f(t, t_0, \eta_B, \eta_C)$.

En tenant compte des résultats de l'analyse on a tracé les courbes caracteristiques pour les differents paramètres d'exploitation ou établit à la fine, la possibilité de majorer le domaine de réglage de l'injecteur à vapeur vive.

ИЗУЧЕНИЕ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА И ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНЖЕКТОРА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ ЭКСПЛООТАЦИИ ОПЫТНЫМ ПУТЕМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Целью настоящих исследований было изучение на самом простом инжекторе, условия работы которого можно полностью охватить и проследить путем измерений, влияния переменных параметров эксплоотации на процесс работы, т. е. температуры и давления воды для питания котла, состояния пара и обратного давления котла на нагнетаемый дебит.

После описания установки для испытания инжекторов, находящейся в лаборатории по изучению паровозов, рассматривается каждый процесс в отдельности, эжекция, смешение, нагнетание, а также и то каким образом на него влияют параметры эксплоотации.

Определяется эффективность и к. п. д. инжектора как функция коэффициента нагревания $K = f(t, t_0, \eta_B, \eta_C)$.

На основании анализа экспериментальных данных были построены характерные кривые для различных параметров эксплоотации.

В заключении определяется какие существуют возможности для увеличения области регулировки инжектора для свежего пара.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

INFLUENŢA CĂLIRILOR MULTIPLE ASUPRA DURITĂŢII ŞI A APARIŢIEI CRĂPĂTURILOR LA OŢELURILE DE PILE

DE

GH. CRISTODORESCU şi L. BAGIU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

Tratamentul termic în multe cazuri în practică, în urma defectelor pe care le cauzează pieselor tratate, defecte care pot fi în numeroase cazuri iremediabile, determină formarea de rebuturi a pieselor care au parcurs întreg ciclul tehnologic de fabricaţie.

Se impune pentru evitarea acestor defecţiuni a se determina formula corectă de tratament termic, aceasta în special în cazul în care se execută tratamente termice repetate, corespunzător specificului piesei respective, după cum ar fi cazul călirilor în număr multiplu, executate asupra pilelor, în urma recondiţionărilor lor repetate, problema care prezintă obiectul acestei lucrări.

Pentru scule de prelucrat la rece se folosesc în general oţeluri carbon hipereutectoide nealiate şi numai în cazuri cu totul speciale se impune folosirea de oţeluri aliate.

Prezenţa în proporţie ridicată a carbonului în aceste oţeluri provoacă oarecare sensibilitate la călire, pieselor confecţionate din aceste oţeluri.

In lucrarea de faţă am executat un număr multiplu de căliri şi recoaceri, ca prin acest sistem de experimentare, materialele să fie supuse la o serie de operaţii în ceea ce priveşte tratamentul termic întocmai situaţiei din practică.

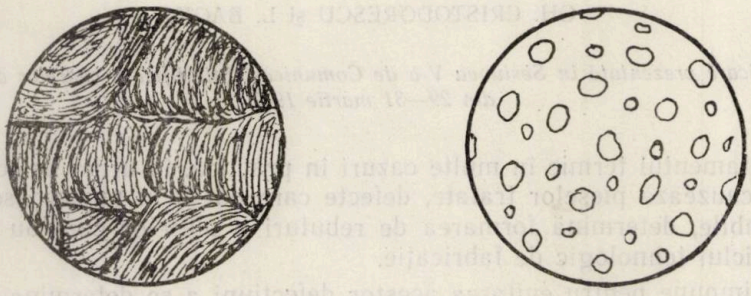
S-au făcut experimentări asupra următoarelor oţeluri pentru pile:

Oţel tip. 1 cu 1% C,
Oţel tip. 2 cu 1% C şi Cr,
Oţel tip. 3 cu 1,4% C,

avînd fiecare următoarea compoziţie chimică :

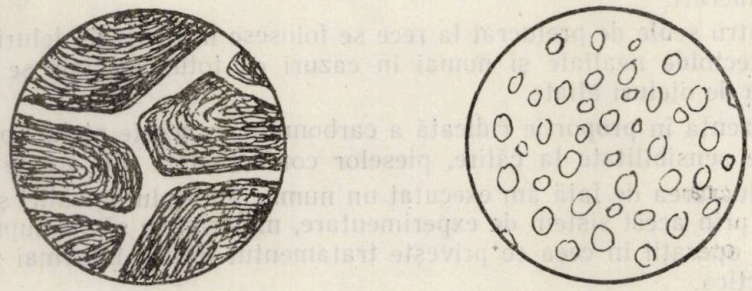
	C	Mn	Si	S	P	Cr.	P+S maxim
Oţel tip. I.	0,95–1,1	0,2–0,4	0,15–0,35	0,04	0,04		0,07
Oţel tip. II.	0,95–1,1	0,2–0,4	0,15–0,3	0,04	0,04	0,9–1,1	0,07
Oţel tip. III.	1,3 –1,5	0,2–0,4	0,15–0,3	0,04	0,04		0,07

Pentru fiecare material în parte s-a pornit de la două formaţiuni ale fazei cementitice, determinînd astfel comportarea celor două structuri iniţiale : lamelară şi globulară. Microstructurile iniţiale sînt reprezentate în fig. 1 (*a* şi *b*) şi fig. 2 (*a* şi *b*).



a *b*

Fig. 1 *a*. Structura iniţială perlitică lamelară a oţelului cu 1% C; *b*. Structura iniţială perlitică globulară a oţelului cu 1,4% C.



a *b*

Fig. 2 *a*. Structura iniţială (P+Cl II) a oţelului cu 1,4% C; *b*. Structura iniţială globulară a oţelului cu 1,4% C.

În acest fel se va arăta pe bază de analize metalografice şi determinări de durităţi în urma încercărilor executate prin recoaceri şi căliri

repetate, influența formei și mărimii cementitei inițiale, corespunzător căreia se va indica cîmpul optim al temperaturilor la răcire și tipul de recoacere adecuat.

Partea experimentală cuprinde următoarele :

a) Determinarea tipului și timpului de recoacere ;
b) Determinarea cîmpului de temperaturi de încălzire pentru călire ;
c) Indicarea mediului de răcire cel mai potrivit ;
d) Determinarea variației durității în funcție de călirile multiple ;
e) Determinarea apariției defectelor.

RECOACEREA

Recoacerea s-a făcut într-o atmosferă slab reducătoare prin introducerea în cuptorul electric de cărbune de lemn care a fost încălzit în prealabil timp de două ore la 850 °C. S-a obținut în felul acesta în cuptor o atmosferă neoxidantă și nici carburantă.

Recoacerea a constat dintr-o îmbunătățire la temperatură de 700—710 °C cu un timp de menținere de $1^h30'$ și $2^h30'$ și cu scopul de a obține cementita globulară, apoi o răcire lentă în cuptor.

Structura oțelurilor după recoacere este arătată în figurile 1 *b*, 2 *b*.

Transformarea cementitei globulare în lamelară s-a obținut prin încălzirea la 900° timp de 60′ urmată de o răcire în cuptor. Structura lamelară este arătată în figurile 1 *a*, 2 *a*.

Determinarea cîmpului de temperaturi de încălzire pentru călire și a mediului de răcire adecuat

În funcție de mediul de răcire, timpul de menținere și duritatea obținută s-au determinat temperaturile optime de încălzire.

Pentru a se stabili comportarea oțelurilor la călire prin supraîncălzire, fiecare oțel cu perlită lamelară și cu perlită globulară ca structură inițială au fost călite pînă la temperatura de 820 °C.

Oțelurile cu structură lamelară au rămas după călire intacte pînă la temperatura de 810 °C, iar cele cu cementită globulară pînă la temperatura de 820 °C.

În fig. 3 se arată microstructura oțelurilor după călire, avînd inițial structura globulară.

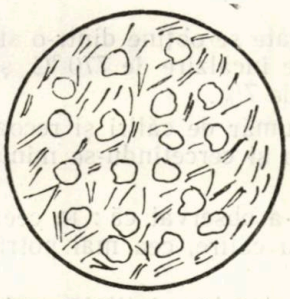


Fig. 3. Structura după călire a oțelului cu structura inițială globulară.

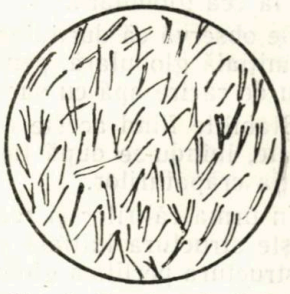


Fig. 4. Structura după călirea oțelului cu structura inițială lamelară.

Între acele de martensită pe fond austenitic rezidual se observă granule de cementită nedizolvată care sporesc rezistenţa mecanică şi rezistenţa la uzură a oţelului călit.

În fig. 4 se arată microstructura după călire a oţelului cu structura iniţială perlitică lamelară.

Se observă aici numai acele de martensită pe austenită reziduală, fără prezenţa globulelor de cementită.

În primul caz apariţia în structura oţelului călit a cementitei globulare este cauzată de faptul că, la temperatura de călire aleasă şi după timpul de staţionare nu a avut loc dizolvarea globulelor de cementită.

În cazul al doilea, cementita lamelară se dizolvă mai repede avînd suprafeţe mai mari la acelaşi volum, cu energie liberă mai mare care crează condiţiile de trecere în austenită.

Rezultă deci că stabilitatea cementitei este mare atunci cînd ea este prezentă sub forme de globule, fapt care explică apariţia lor după călire pe fond martensitic.

Pentru determinarea cîmpului optim al temperaturilor de călire şi de asemenea pentru alegerea favorabilă a mediului de răcire, s-au luat durităţile probelor în stare recoaptă şi călite la 740 °C, 760 °C, 770 °C, 780 °C, în apă cu temperatura de 18 °C, în apă cu sare de concentraţie 5%, 7%, 10%, cu temperatura de 18 °C.

Variaţia durităţilor în funcţie de temperatura de încălzire la călire şi în funcţie de mediul de răcire este date în diagramele :

5, 6, 7, 8 pentru oţelul Tip. I,
9, 10, 11, 12 pentru oţelul Tip. II,
13, 14, 15, 16 pentru oţelul Tip. III.

Se observă că pentru structura recoaptă, duritatea cea mai mare o are oţelul Tip. III, deoarece în structură distingem pete izolate de sorbită şi perlită lamelară.

După călire se mai observă şi o diferenţă de duritate după calităţile de oţeluri pentru aceleaşi temperaturi de încălzire şi medii de răcire.

Pentru valoarea durităţii după călire se observă o mică diferenţă între durităţile obţinute prin călire pornind de la structura iniţială lamelară şi de la cea globulară.

Se observă că duritatea cu valori mai ridicate se obţine dintr-o structură iniţială globulară, pentru o temperatură de încălzire de 770 °C, şi un mediu de răcire apă cu sare de o concentraţie de 7%.

Stabilite fiind aceste date s-au făcut un număr de căliri şi recoaceri repetate, luîndu-se după fiecare călire duritatea şi cercetîndu-se minuţios apariţia crăpăturilor.

În urma călirilor şi recoacerilor repetate s-a observat că : în ceea ce priveşte structura iniţială cu care s-a pornit la călire, cea mai potrivită este structura perlitică globulară.

Acestea fiind considerentele în legătură cu structura iniţială pentru a dobîndi înaintea fiecărei căliri structura perlitică globulară, recoacerea

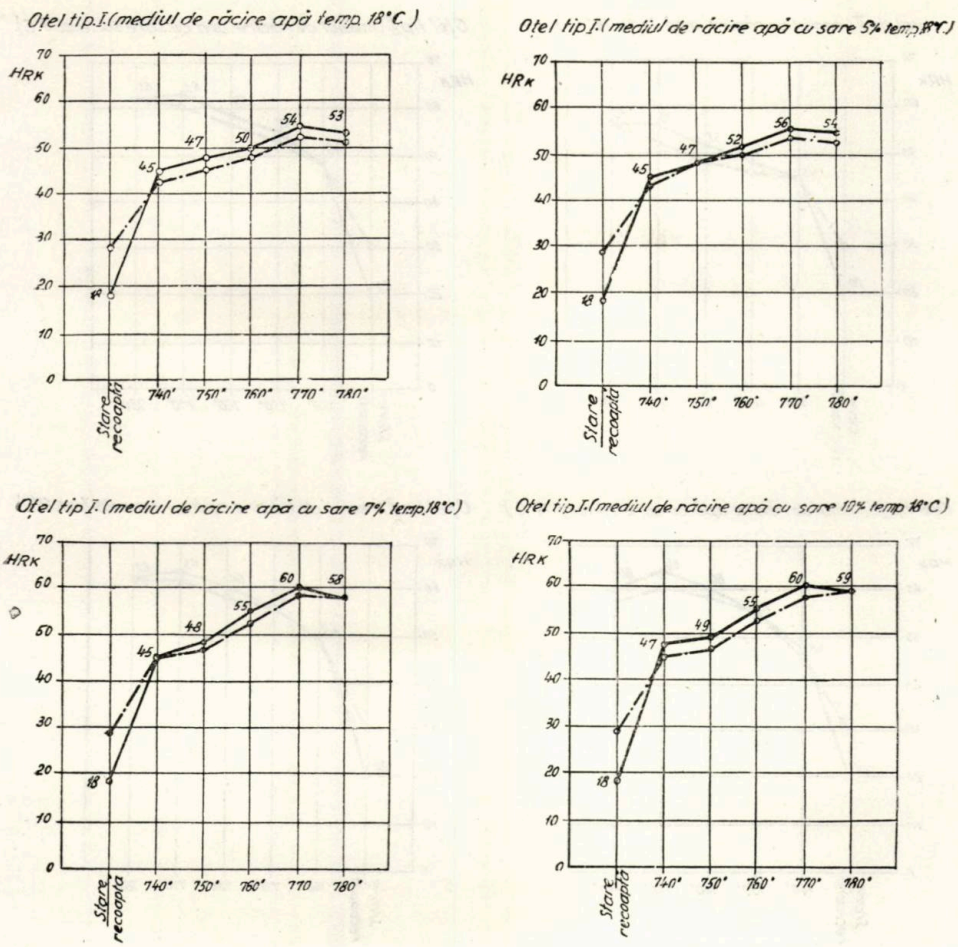


Fig. 5, 6, 7, 8. Variația durității în funcție de temperatura de încălzire la călire și în funcție de mediul de răcire, pentru oțelul de tip I.

constă dintr-o îmbunătățire la temperatura de 700—710 °C, cu timp de menținere de 1 h 30′ pentru jumătate din numărul epruvetelor și 2 30′ pentru cealaltă jumătate.

Imprimînd la fiecare recoacere timpii de menținere diferiți specificați mai sus s-au observat următoarele : duritatea probelor călite care au fost menținute 2 h 30′ la recoacere este mai mare decît a probelor menținute 1 h 30′ pentru temperaturile de călire 740 °C, 750 °C, 760 C, și mai mică pentru temperatură de călire 770 °C.

Aceasta se explică prin aceea că, în cazul menținerii timp mai îndelungat la recoacere, faza cementitică din perlita globulară se dezvoltă în mai mare măsură decît la timp mai scurt de menținere.

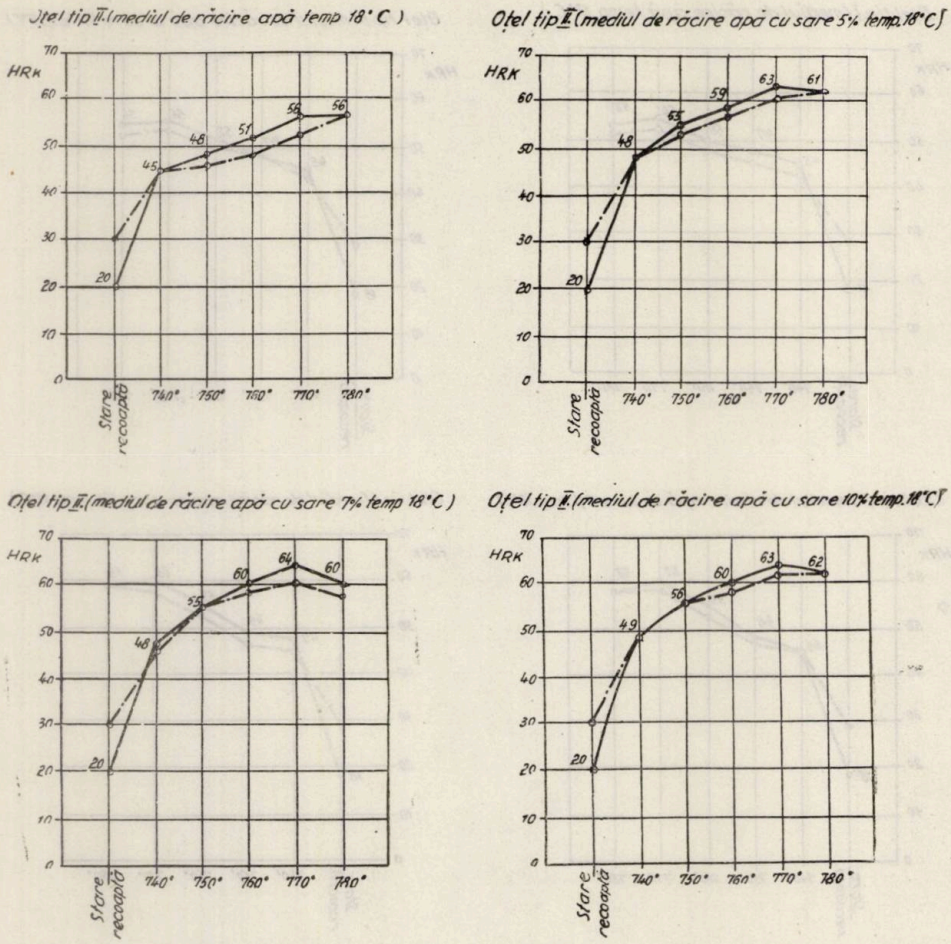


Fig. 9, 10, 11, 12. Variația durității în funcție de temperatura de încălzire la călire și în funcție de mediul de răcire, pentru oțelul de tip II.

Acest fapt cauzează prezența în structura călită a cementitei globulare grobe în cazul recoacerii cu timp de menținere $2^h 30'$ și a cementitei globulare fine în cazul recoaceri cu timp de menținere $1^h 30'$.

După călire se prezintă a fi natural fenomenul care determină valori mai ridicate ale durității pentru temperaturile de călire pînă la 760 °C, întrucît în structură se găsesc globule grobe de cementită care chiar nedizolvate fiind, măresc duritatea în mai mare măsură decît globulele fine de cementită.

Nu același lucru se va putea spune și despre probele călite la 770 °C cînd duritatea atinge valori maxime, structura fiind martensitică și cînd se reclamă o structură inițială cu fază cementitică globulară fină care se

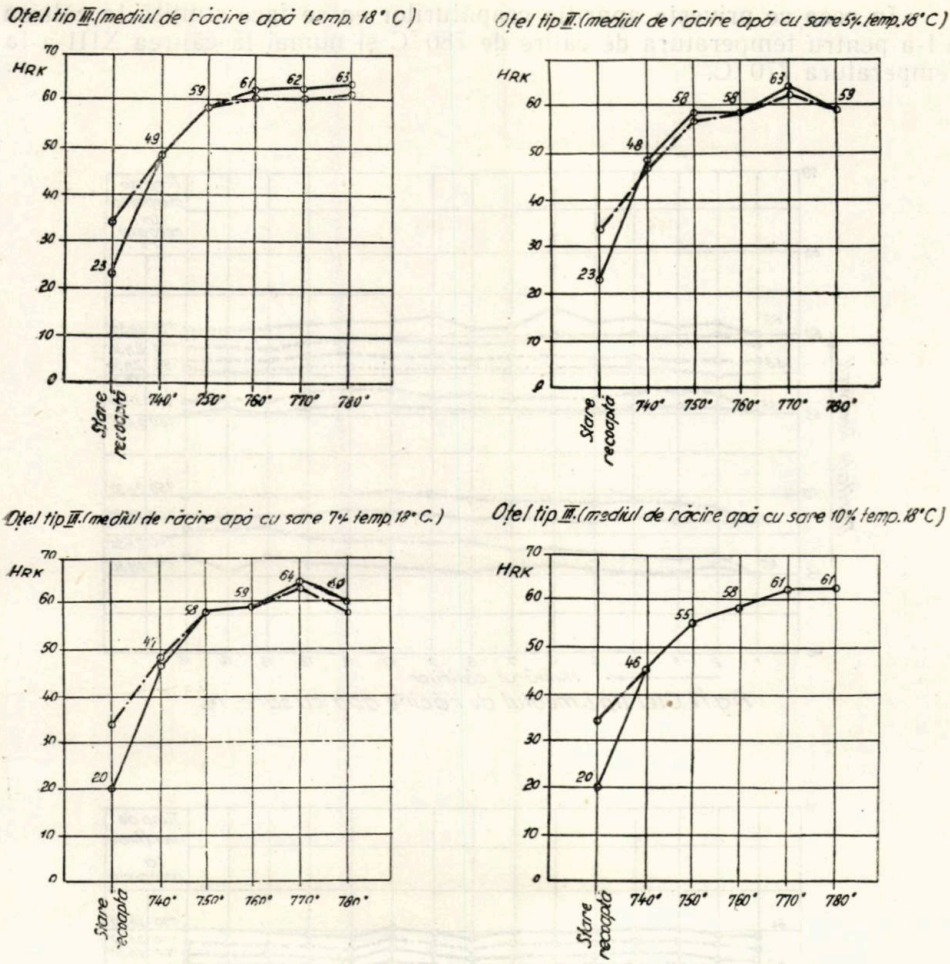


Fig. 13, 14, 15, 16. Variația durității în funcție de temperatura de încălzire la călire și în funcție de mediul de răcire, pentru oțelul de tip III.

Obs.: Pentru toate figurile de la fig. 5 la fig. 16 cu linie punctată este reprezentată variația durității pentru structura inițială lamelară iar cu linie plină pentru structura inițială globulară.

dizolvă, cauzînd astfel îmbogățirea în carbon a austenitei și deci și o martensită care imprimă o duritate accentuată.

La călirile cu temperatură de încălzire de 780 °C și peste, duritatea scade din cauza proporției mari de austenită reziduală.

Aceste date sînt reprezentate în figurile 17, 18, 19.

În legătură cu cîmpul temperaturilor de încălzire acesta s-a determinat a fi optim din punctul de vedere al obținerii maximumului de duritate, între temperaturile de 765—775 °C, răcirea făcîndu-se în soluție de 7% NaCl.

În ceea ce privește apariția crăpăturilor ea se face simțită la călirea VI-a pentru temperatura de călire de 780 °C și numai la călirea XIII-a la temperatura 770 °C.

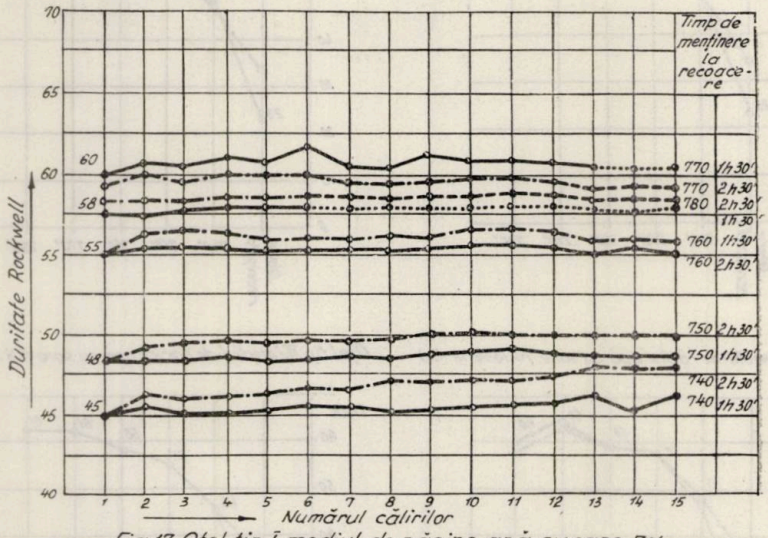


Fig.17 Otel tip I. mediul de răcire apă cu sare 7%

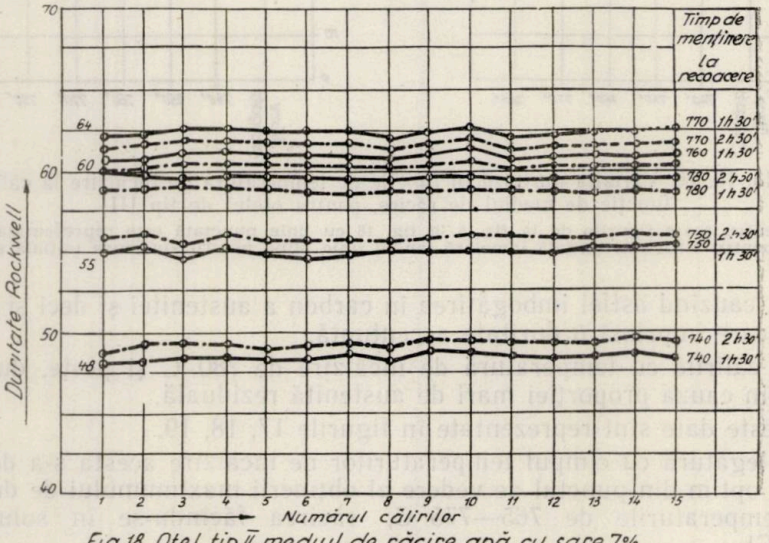


Fig 18 Otel tip II. mediul de răcire apă cu sare 7%

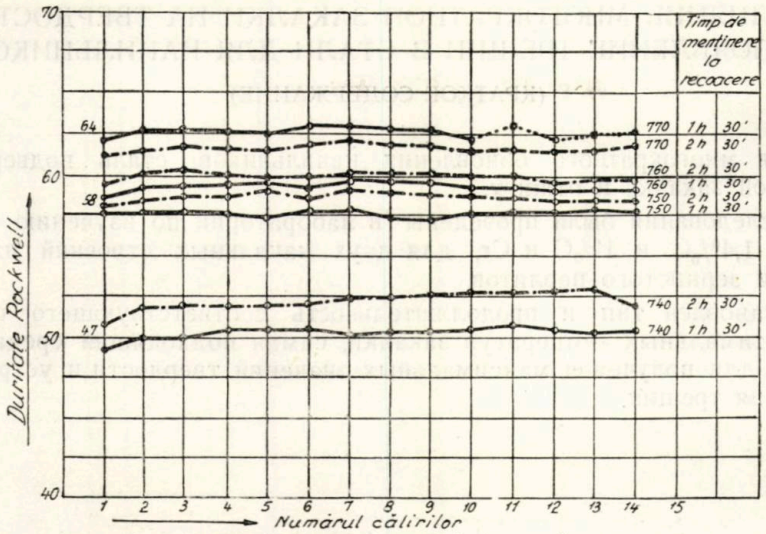


Fig. 19. Oțel tip III mediul de răcire apă cu sare 7%

Fig. 17, 18, 19. Variația durității în funcție de numărul călirilor de temperatură de încălzire la călire și de timpul de menținere la recoacere.

Obs. : Apariția crăpăturilor este semnalată în figurile 17, 18, 19 prin puncte sau linie întreruptă.

În concluzie tipul de recoacere trebuie să fie cel pentru a obține o structură cementitică globulară înainte de fiecare călire printr-o încălzire la 700—710 °C cu o menținere de 1h30' urmată de o răcire lentă în cuptor.

Călirea să se facă în cîmpul de temperaturi 765—775 °C în apă cu o temperatură de 18 °C cu NaCl (soluție de 7%).

BIBLIOGRAFIE

1. A. P. Guliaev, *Metalurgie fizică.*
2. I. E. Kontorovici, *Tratamentul termic al oțelurilor și fontelor.*
3. G. A. Cascenco, *Bazele Metalurgiei Fizice.*

L'INFLUENCE DES TREMPES MULTIPLES SUR LA DURITE ET L'APPARITION DES FISSURES DANS L'ACIER DE LIMES

Pour le reconditionnement répété des limes l'acier est soumis aux trempes et recuits répétés.

Le laboratoire a effectué les recherches sur l'acier à 1% C, 1,4% C et 1% C et Cr pour deux structures initiales perlite lamelaire et perlite globulaire.

On a établi le type et le temps de recuit adéquats, le champ des températures optimums de trempe, le milieu de refroidissement le plus indiqué pour obtenir des valeurs maximums de la durité et pour éviter l'apparition des fissures.

ВЛИЯНИЕ МНОГОКРАТНОЙ ЗАКАЛКИ НА ТВЕРДОСТЬ И ПОЯВЛЕНИЕ ТРЕЩИН В СТАЛИ ДЛЯ НАПИЛЬНИКОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Для многократного обновления напильников, сталь подвергается повторной закалке и отжигу.

Исследования были проведены в лаборатории по изучению сталей с 1% C, 1,4% C и 1% C и Cr, для двух начальных строений пластинчатого и зернистого перлитов.

Установлен тип и продолжительность соответствующего отжига, поле оптимальных температур закалки, самая подходящая среда охлаждения для получения максимальных значений твердости и устранения появления трещин.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

INFLUENŢA SECŢIUNII DE TRECERE PRIN CLAPETA UTILIZATĂ CA VENTIL DE ŞOC LA POMPE BAZATE PE REGIM SEMIPERMANENT

DE
SISAK ERNEST

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

Modificarea secţiunii de scurgere la ventile cu disc se face prin modificarea cursei, secţiunea de scurgere fiind suprafaţa laterală a unui cilindru cu baza egală cu discul ventilului, iar înălţimea egală cu cursa ventilului. Prin modificarea secţiunii de scurgere, deci a cursei ventilului, nu intervin schimbări sensibile în raportul forţelor — diferenţa de presiune statică şi forţe de impuls, care influenţează momentul cînd începe închiderea ventilului. Durata de lansare, calculată cu relaţia [2]

$$T_1 = \frac{v_\infty}{a_0} Ar \text{ th } \frac{v_a}{v_\infty} \tag{1}$$

este influenţată, cînd toate celelalte elemente rămîn neschimbate numai de valoarea coeficientului de pierdere prin ventil ζ_v prin $v_a = \sqrt{\frac{2g\,h_{sp}}{\zeta_v}}$.

Această influenţă însă modifică durata de lansare T_1 într-o măsură redusă şi frecvenţa de lovituri se măreşte sau se micşorează după cum durata efectivă de închidere a ventilului T_2 este mai mică sau mai mare — adică ventilul are cursa mai mică sau mai mare.

Raportul $\frac{v_a}{v_\infty}$ din relaţia duratei de lansare, de forma

$$\frac{v_a}{v_\infty} = \sqrt{\frac{2g\,h_{sv}}{\zeta_v}} \cdot \frac{1+\zeta}{2gh} = \sqrt{\frac{1+\zeta}{\zeta_v} \cdot \frac{h_{sp}}{h}} \tag{2}$$

variază numai cu coeficienţii de pierderi hidraulice prin conducta de aducţie şi ventil, care amîndouă cresc, respectiv se micşorează cînd secţiunea de scurgere se micşorează sau se măreşte.

La ventile de şoc cu clapetă care se deschide spre curentul de apă modificarea secţiunii de scurgere prin ventil se realizează prin modificarea

unghiului de deschidere α. Spre deosebire de ventilele disc aici odată cu modificarea secţiunii de deschidere se produc şi modificări în raportul forţelor care determină durata de lansare. In cazul clapetelor în raportul vitezelor $\frac{v_a}{v_\infty}$

$$\frac{v_a}{v_\infty} = \sqrt{\frac{2gh_{sp}}{\zeta_v} \frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha} \frac{1+\zeta}{2gh}} = \sqrt{\frac{1+\zeta}{\zeta_v} \cdot \frac{h_{sp}}{h} \frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}} \tag{3}$$

apare sub semnul radicalului factorul $\frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}$ care ţine seama de influenţa forţelor de impuls [3]. Forţele de impuls acţionează împotriva închiderii şi sînt cu atît mai mari cu cît deschiderea α este mai mare. Deci la clapete, pe lîngă faptul că prin mărirea secţiunii de scurgere se măreşte durata efectivă de închidere T_2, se măreşte şi durata de lansare T_1.

Măsura în care intervine efectul de frînare al forţelor de impuls este dată de factorul

$$\sqrt{\frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}}. \tag{4}$$

Variaţia expresiei (4) cu unghiul α este dată în fig. 1.

Curba pleacă de la $\sqrt{\frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}} = 1$ pentru $\alpha = 0$ şi creşte asimptotic la ∞ pentru o valoare a unghiului de deschidere α care rezultă din condiţia

$$1-2\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha = 0. \tag{5}$$

După transformări simple această condiţie dă o ecuaţie de gradul 2 în $\cos\alpha$:

$$\cos^2\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha - 1 = 0 \tag{6}$$

a cărei soluţie $\cos\alpha = 0{,}78$ determină valoarea unghiului α pentru care $\sqrt{\frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}} = \infty$

$$\alpha_{max} = 38°45'.$$

Aceasta este valoarea teoretică a unghiului maxim de deschidere pînă la care închiderea clapetei mai poate avea loc. La această valoare forţele de impuls menţin clapeta blocată în poziţie deschisă şi viteza V_a devine egală cu V_∞, deci $\frac{v_a}{v_\infty} = 1$ şi $T_1 = \infty$.

In realitate valoarea raportului $\frac{v_a}{v_\infty}$ devine egală cu 1 la valori mai mici decît α_{max}, ori cît de mică ar fi valoarea termenului $\sqrt{\frac{1+\zeta}{\zeta_v} \cdot \frac{h_{sp}}{h}}$, clapeta funcţionează deci în condiţii bune la valori mai mici ale unghiului de deschidere α decît α_{max}.

De aici rezultă cîteva indicaţii privind secţiunea de scurgere prin ventil.

1. Clapetele cu h_{sp} mic, ale căror masă este mică, pot funcţiona cu deschideri α mai mari.

2. Cînd înălţimea de cădere h creşte, clapeta poate fi reglată la valori mai mari ale unghiului α.

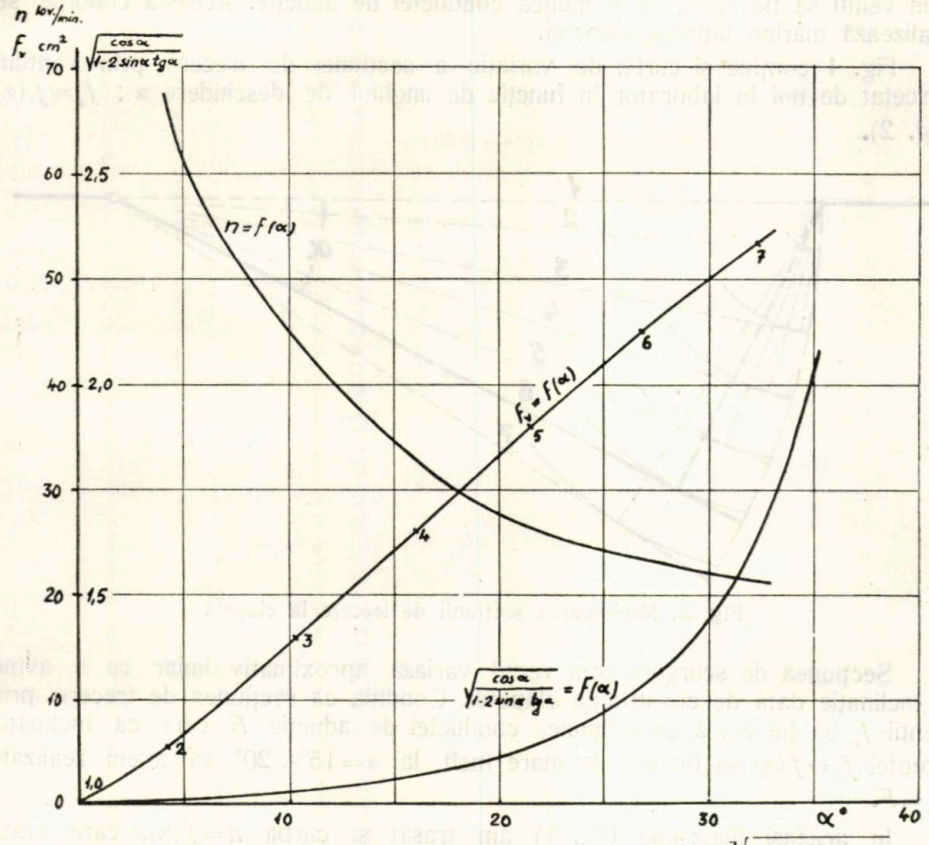


Fig. 1. Curba de variaţie cu unghiul de deschidere α a factorului $\sqrt{\frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,tg\alpha}}$, a secţiunii f_v şi a frecvenţei de lovituri n.

3. Din forma curbei de variaţie a factorului $\sqrt{\frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,tg\alpha}}$ cu unghiul α se vede că viteza V_a, la care începe închiderea ventilului, este puţin influenţată de deschiderea acestuia la valori ale unghiului α pînă la $15°\div20°$, factorul $\sqrt{\frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,tg\alpha}}$ avînd valorile respective de 1,06 şi 1,12. Peste aceste valori influenţa deschiderii este mai mare, crescînd repede cu creşterea unghiului α : la $\alpha=30°$ avem $\sqrt{\frac{\cos\alpha}{1-2\sin\alpha\,tg\alpha}}=1{,}4$ şi 2,04 la 35°.

Este cunoscut faptul că pentru ca pierderile hidraulice de trecerea apei prin ventil să aibă influenţă cît mai mică asupra condiţiilor de funcţionare ale pompei berbec, secţiunea de trecere prin ventil trebuie să fie aproximativ egală

cu secţiunea conductei de aducţie [1 pag. 68]. La clapete utilizate ca ventile de şoc este necesar deci ca la deschideri de $\alpha = 15 \div 20°$ secţiunea de scurgere prin ventil să fie egală cu secţiunea conductei de aducţie. Această condiţie se realizează mărind lăţimea clapetei.

Fig. 1 conţine şi curba de variaţie a secţiunei de trecere prin ventilul cercetat de noi în laborator în funcţie de unghiul de deschidere α : $f_v = f(\alpha)$ (fig. 2).

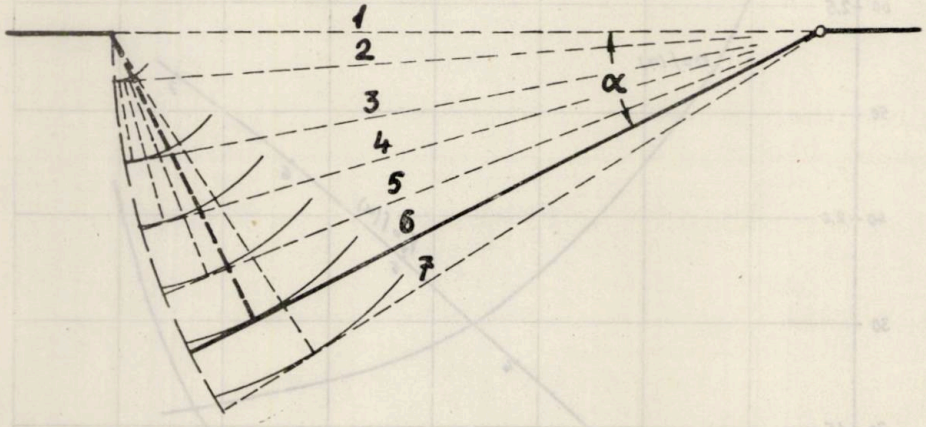


Fig. 2. Modificarea secţiunii de trecere la clapetă.

Secţiunea de scurgere prin ventil variază aproximativ liniar cu α avînd o înclinaţie dată de construcţia clapetei. Condiţia ca secţiunea de trecere prin ventil f_v să fie egală cu secţiunea conductei de aducţie F cere ca înclinaţia dreptei $f_v = f(\alpha)$ să fie atît de mare încît la $\alpha = 15° \div 20°$ să avem realizată $f_v = F$.

In aceeaşi diagramă (fig. 1) am trasat şi curba $n = f(\alpha)$, care arată variaţia numărului de lovituri pe minut în funcţie de acelaşi parametru α. Curba a fost ridicată în laborator în următoarele condiţii :

— lungimea conductei de aducţie 50 m.
— înălţimea de cădere 2,45 m.
— debit de refulare maxim.

Forma curbei $n = f(\alpha)$ arată că numărul de lovituri pe minut descreşte repede cînd unghiul de deschidere α creşte. Deci şi din punctul de vedere al numărului de lovituri pe minut este bine ca unghiul de deschidere al clapetei să nu treacă de aproximativ 20°, deoarece pompa-berbec are caracteristici de funcţionare mai bune la frecvenţe mai mari de lovituri pe minut, fapt indicat în literatură [1, 2] şi verificat de noi în laborator.

In concluzie putem spune că clapeta utilizată ca ventil de şoc la pompe bazate pe regim semipermanent de mişcare trebuie construită şi reglată astfel, încît secţiunea ei de trecere să fie aproximativ egală cu secţiunea conductei

de aducție la valori cît mai mici ale unghiului de deschidere α. In această situație clapeta poate fi folosită ca ventil de șoc la fel de bine ca și ventilele disc, răspîndite mai mult.

BIBLIOGRAFIE

1. L. Bergeron, *Machines Hydrauliques,* Dunod, Paris, 1928.
2. G. Pattantyus, A vizemelő kos üzemtana. Technika, nr. 5, 1941, Budapesta.
3. E. Sisak, Fr. Gyulai, C. Ciocîrlan, Studiu comparativ între două ventile de șoc folosite la pompe bazate pe regim semipermanent. Comunicare Acad. R.P.R., Baza Timișoara.

L'INFLUENCE DE LA SECTION DE PASSAGE PAR LE CLAPET EMPLOYÉ COMME SOUPAPE DE CHOC DANS LES POMPES À RÉGIME SEMI-PERMANENT

(RÉSUMÉ)

La durée de lancement pour différentes sections d'écoulement par la soupape-clapet est en fonction de l'angle α de l'ouverture.

La modification de l'angle α influence la fréquence des coups ; il en résulte une modification de la caractéristique de fonctionnement du bélier hydraulique. On donne quelques indications pour le choix de la valeur de l'angle d'ouverture α pour lequel sont remplies les conditions de fonctionnement optimum.

ВЛИЯНИЕ ПРОХОДНОГО СЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ОТКИДНЫЙ КЛАПАН УПОТРЕБЛЯЮЩИЙСЯ В КАЧЕСТВЕ УДАРНОГО КЛАПАНА ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ТАРАНОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Время течения через ударный клапан для различных сечений является функцией от угла открытия.

Изменение угла α влияет на частоту ударов и ведет к изменению рабочей характеристики тарана. Даются также указания о выборе величины угла открытия α, так чтобы условия найлучшей работы были обеспечены.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

APLICAREA ECUAŢIEI CELOR 3 MOMENTE LA CALCULUL ARBORILOR CU SECŢIUNE VARIABILĂ ŞI A ARBORILOR COTIŢI

DE

L. CZEIZLER şi B. HOROVITZ

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

1. ARBORI DREPŢI

Ecuaţia celor 3 momente (metoda Clapeyron) se utilizează pentru calculul arborilor static nedeterminaţi cu secţiune constantă între reazeme.

Lucrarea de faţă indică o ecuaţie generală care permite atît calculul arborilor cu secţiune variabilă (problemă rezolvată şi de alţi autori pe altă cale), cît şi calculul arborilor cotiţi static nedeterminaţi. Metoda aceasta are avantajul că se reduc foarte mult calculele numerice.

Pentru studiul grinzilor static nedeterminate pe mai multe reazeme prin metoda celor 3 momente, se izolează din grindă o porţiune ABC, formată din două deschideri l_1 şi l_2 pe 3 reazeme şi compusă din m tronsoane (fig. 1).

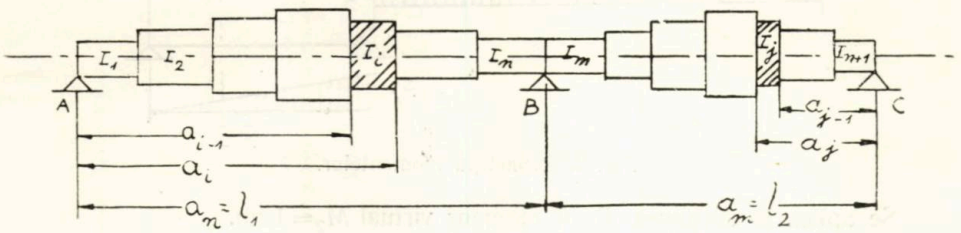


Fig. 1. O porţiune din grindă pe trei reazeme.

Fie $I_1, I_2 \ldots I_n$ momentele de inerţie ale tronsoanelor pe deschiderea l_1, numerotate de la stînga spre dreapta $(A \rightarrow B)$ şi $I_{n+1} \ldots I_m$ pe deschiderea l_2, numerotate de la dreapta spre stînga $(C \rightarrow B)$.

Notaţii:

I_i= momentul de inerţie al unui tronson oarecare, cuprins în intervalul $x = a_{i-1} \ldots a_i$

x= abscisa unei secţiuni oarecari cuprinsă în intervalul considerat $(a_{i-1} \ldots a_i)$. Valorile succesive ale lui a_i sînt:
— pe deschiderea l_1: $a_0 = 0, a_1, a_2 \ldots, a_n = l_1$
— pe deschiderea l_2: $a_{n+1} \ldots \ldots \ldots, a_m = l_2$.

M_0= Momentul încovoietor în secţiunea x datorită sarcinilor aplicate pe deschiderea l_1, ca şi cum aceasta ar fi izolată şi simplu rezemată.

M_1, M_2, M_3= momente încovoietoare static nedeterminate din secţiunile A, B şi C.

M= Momentul încovoietor total în secţiunea x.

$\Delta\varphi$= rotirea secţiunei B, datorită momentului încovoietor M_2 din această secţiune.

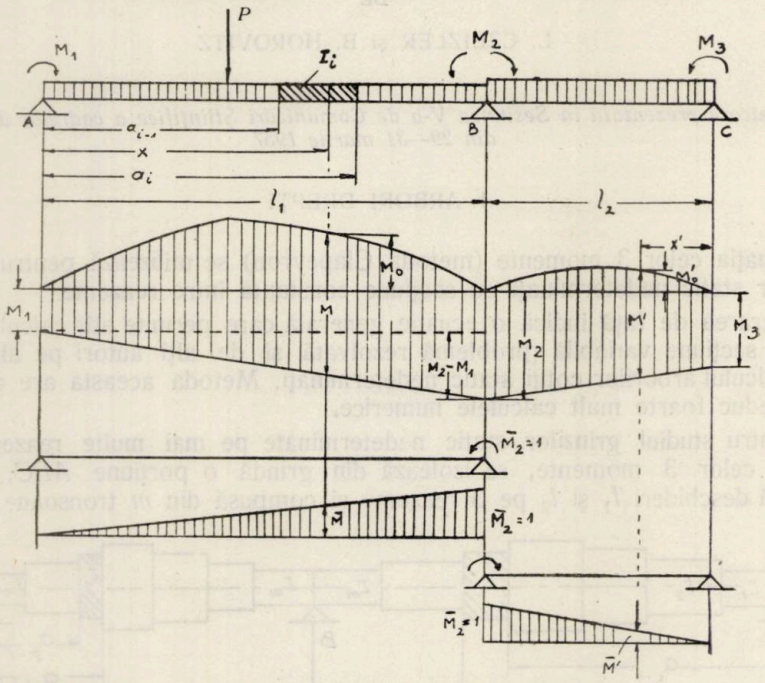


Fig. 2. Repartiţia momentelor.

Se aplică în secţiunea B un moment virtual $\overline{M}_2 = 1$ tm.

Expresia momentului încovoietor real şi virtual în secţiunea x de pe deschiderea l_1:

$$M = M_0 + M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l_1} x$$

$$\overline{M} = \frac{\overline{M}_2}{l_1} x = 1 \frac{x}{l_1} \cdot \qquad (1)$$

Se scrie ecuația lucrului virtual (egalînd lucru virtual interior și exterior) pentru deschiderea l_1, în ipoteza reazemelor rigide și colineare (cazul obișnuit).

$$\sum_{i=1}^{n} \int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{\overline{M}M}{EI_i} dx = \overline{M}_2 \cdot \Delta\varphi \tag{2}$$

unde: $\int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{\overline{M}M}{EI_i} dx$ este lucrul virtual, înmagazinat într-un tronson i, iar $\sum_{i=1}^{n}$ se referă la toate tronsoanele cuprinse în deschiderea l_1.

Inlocuind relația (1) în relația (2) și ținînd seama că rigiditatea $EI = \text{const}$ pentru același tronson:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{EI_i} \int_{a_{i-1}}^{a_i} \left(M_0 + M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l_1} x \right) \frac{x}{l_1} dx = \overline{M}_2 \cdot \Delta\varphi. \tag{3}$$

Analog se află pentru deschiderea l_2:

$$\sum_{j=n+1}^{m} \frac{1}{EI_j} \int_{a_{j-1}}^{a_j} \left(M_0' + M_3 + \frac{M_2 - M_3}{l_2} x' \right) \frac{x'}{l_2} dx' = -\overline{M}_2 \cdot \Delta\varphi \tag{4}$$

unde: $I_j, a_{j-1}, a_j, x', M_0'$ au aceleași semnificații ca mai sus, însă se referă la deschiderea l_2.

Se adună relațiile (3) și (4) și se simplifică cu $E = \text{const}$.

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{I_i} \int_{a_{i-1}}^{a_i} \left(M_0 + M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l_1} x \right) \frac{x}{l_1} dx +$$

$$+ \sum_{j=n+1}^{m} \frac{1}{I_j} \int_{a_{j-1}}^{a_j} \left(M_0' + M_3 + \frac{M_2 - M_3}{l_2} x' \right) \frac{x'}{l_2} dx' = 0. \tag{5}$$

Efectuînd integralele și notînd:

$$\int_{a_{i-1}}^{a_i} M_0 x dx = L_i \qquad \int_{a_{j-1}}^{a_j} M_0' x' dx' = L_j \tag{6}$$

se obține:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{I_i l_1} \left(L_i + M_1 \frac{a_i^2 - a_{i-1}^2}{2} + \frac{M_2 - M_1}{l_1} \cdot \frac{a_i^3 - a_{i-1}^3}{3} \right) +$$

$$+ \sum_{j=n+1}^{m} \frac{1}{I_j \cdot l_2} \left(L_j + M_3 \frac{a_j^2 - a_{j-1}^2}{2} + \frac{M_2 - M_3}{l_2} \cdot \frac{a_j^3 - a_{j-1}^3}{3} \right) = 0. \tag{7}$$

Se grupează termenii asemănători:

$$\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{L_i}{I_i l_1}+\sum_{j=n+1}^{m}\frac{L_j}{I_j l_2}\right)+\left(\frac{M_1}{2l_1}\sum_{i=1}^{n}\frac{a_i^2-a_{i-1}^2}{I_i}+\frac{M_3}{2l_2}\sum_{j=n+1}^{m}\frac{a_j^2-a_{j-1}^2}{I_j}\right)+$$

$$+\left(\frac{M_2}{3l_1^2}\sum_{i=1}^{n}\frac{a_i^3-a_{i-1}^3}{I_i}+\frac{M}{3l_2^2}\sum_{j=n+1}^{m}\frac{a_j^3-a_{j-1}^3}{I_j}\right)-$$

$$-\left(\frac{M_1}{3l_1^2}\sum_{i=1}^{n}\frac{a_i^3-a_{i-1}^3}{I_i}+\frac{M_3}{3l_2^2}\sum_{i=n+1}^{m}\frac{a_j^3-a_{j-1}^3}{I_j}\right)=0. \qquad (8)$$

Se observă că în fiecare paranteză din relaţia (8) sînt doi termeni corespunzători celor două deschideri. Ele se pot cuprinde în cîte un singur termen, dacă facem să varieze pe i cu 1, 2,... n,... m; iar în loc de M_1 şi M_3 se notează $M_{1,3}$ şi în fine în loc de l_1 şi l_2 se pune $l_{1,2}$.

Astfel se ajunge la o ecuaţie generală a celor 3 momente (Clapeyron) aplicabilă arborilor static nedeterminaţi, cu secţiunea variabilă între reazeme:

$$\sum_{i=1}^{m}\frac{L_i}{I_i l_{1,2}}+\frac{M_{1,3}}{2l_{1,2}}\cdot\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i^2-a_{i-1}^2}{I_i}+\frac{M_2-M_{1,3}}{3l_{1,2}^2}\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i^3-a_{i-1}^3}{I_i}=0 \qquad (9)$$

Simbolul $\sum_{i=1}^{m}$ de sus, se referă la toate cele m tronsoane cuprinse în lungimea (l_1+l_2) cu următoarele menţiuni:

a) ori de cîte ori se aplică formula (9), se vor înlocui $M_{1,3}$ şi $l_{1,2}$ astfel:
— pentru tronsoanele deschiderei AB se introduce M_1 respectiv l_1;
— pentru tronsoanele deschiderei CB se introduce M_3 respectiv l_2.

b) Abscisele a_i şi x se măsoară de la reazemele extreme A respectiv C.

c) Pentru calculul termenilor ecuaţiei (9) se va întocmi un tablou (vezi exemplul de calcul) şi rezultă o ecuaţie liniară cu 3 necunoscute (M_1, M_2, M_3).

d) O grindă pe r reazeme este de $(r-2)$ ori static nedeterminată, avînd $(r-2)$ momente static nedeterminate în dreptul reazemelor intermediare.

Scriind pentru fiecare reazem intermediar ecuaţia (9) rezultă un sistem de $(r-2)$ ecuaţii liniare, cu $(r-2)$ necunoscute, care soluţionează problema.

2. ARBORI COTIŢI

In figura 3 este reprezentată fibra deformată a unui arbore cotit pe 3 reazeme.

Notaţii:

I_k = momentul de inerţie al braţelor cotului;

$I_{x_1}=I_{x_2}$ = momentul de inerţie redus (arborelui echivalent);

K_1 și K_2 = abscisele (mijloacelor) brațelor;
M_{K_1}, M_{K_2} = momentul încovoietor în cele 2 brațe;
φ = rotirea arborelui real în reazemul A, datorit prezenței unui braț;
φ_1 = rotirea arborelui echivalent în A datorit tronsonului Δl.

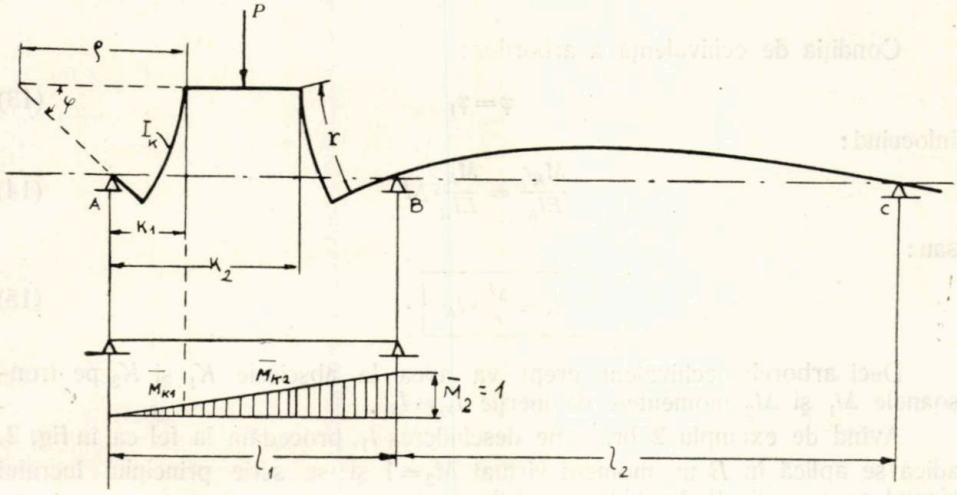


Fig. 3. O porțiune din arborele cotit, pe trei reazeme.

Ecuația diferențială a brațului din stinga:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M_{K_1}}{I_K \cdot E}. \tag{10}$$

Iar rotirea suplimentară a fusului palier A, din cauza prezenței acestui braț (conf. fig. 3):

$$\varphi = \frac{r}{\rho} = \frac{M_{K_1} r}{E I_K}. \tag{11}$$

Arborele cotit poate fi înlocuit cu un arbore drept, care să aibe în locul brațelor, cîte un tronson de lungime Δl și moment de inerție I_x, astfel încît surplusul de rotire în fusul A datorit acestor tronsoane, să fie același ca și pentru arborele cotit.

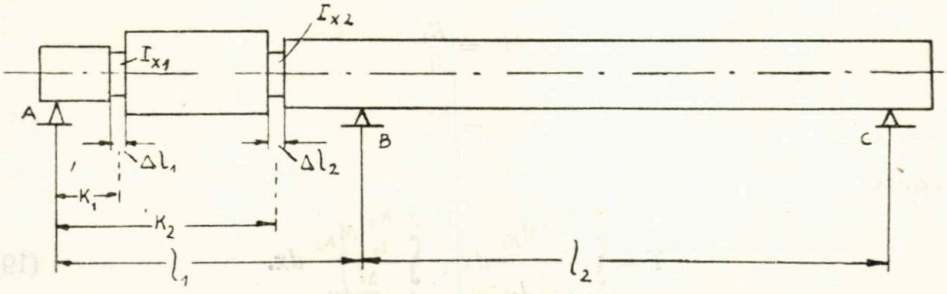


Fig. 4. Arborele echivalent.

Pentru acest arbore (echivalent) rotirea în fus este:

$$\varphi_1 = \frac{dy}{dx} = \int_0^{\Delta l} \frac{M_K dx}{EI_x} = \frac{M_K}{EI_x} \cdot \Delta l. \tag{12}$$

Condiţia de echivalenţă a arborilor:

$$\varphi = \varphi_1 \tag{13}$$

înlocuind:

$$\frac{M_K r}{EI_K} = \frac{M_K}{EI_K} \cdot \Delta l \tag{14}$$

sau:

$$\boxed{I_x = \frac{\Delta l}{r} \cdot I_K}. \tag{15}$$

Deci arborele echivalent drept va avea la abscisele K_1 şi K_2 pe tronsoanele Δl_1 şi Δl_2 momentele de inerţie $I_{x_1} = I_{x_2}$.

Avînd de exemplu 2 braţe pe deschiderea l_1, procedăm la fel ca în fig. 2, adică se aplică în B un moment virtual $\overline{M}_2 = 1$ şi se scrie principiul lucrului virtual pentru cele 2 deschideri l_1 şi l_2.

Scriind numai lucrul virtual corespunzător tronsoanelor Δl_1 şi Δl_2 se află:

$$T = \int_0^{\Delta l_1} \frac{\overline{M}_{K_1} M_{K_1}}{EI_{x_1}} dx + \int_0^{\Delta l_2} \frac{\overline{M}_{K_2} M_{K_2}}{EI_{x_2}} dx. \tag{16}$$

Simplificînd şi aici cu E, aceşti 2 termeni se adaugă la formula (9) şi se obţine o ecuaţie generală, aplicabilă atît arborilor drepţi cît şi celor cotiţi.

Inlocuind relaţia (15) în (16) ţinînd seama de:

$$I_{x_1} = I_{x_2} = \frac{\Delta l}{r} I_K \quad \text{(conform 15)} \tag{17}$$

şi observînd din fig. 3 că:

$$\overline{M}_{K_1} = \frac{K_1}{l_1}$$

$$\overline{M}_{K_2} = \frac{K_2}{l_2} \tag{18}$$

rezultă:

$$T = \int_0^{\Delta l_1} \frac{\frac{K_1}{l_1} M_{K_1}}{\frac{\Delta l}{r} I_K} dx + \int_0^{\Delta l_2} \frac{\frac{K_2}{l_2} M_{K_2}}{\frac{\Delta l}{r} I_K} dx. \tag{19}$$

Rezolvînd integralele:

$$T=\frac{K_1}{l_1}\frac{r}{\Delta l_1}\cdot\frac{M_{K_1}}{I_K}\Delta l_1+\frac{K_2}{l_2}\frac{r}{\Delta l_2}\frac{M_{K_2}}{I_K}\Delta l_2$$

$$\boxed{T=\frac{r}{l_1 I_K}(K_1 M_{K_1}+K_2 M_{K_2})}\ . \tag{20}$$

In general pentru b braţe egale

$$\sum T=\frac{r}{l_{1,2}I_K}\cdot\sum_{i=1}^{b}K_i M_{K_i}\ . \tag{21}$$

Deci în concluzie, ecuaţia generală a celor 3 momente (Clapeyron), se compune din ecuaţia (9) completată cu expresia (21).

$$\boxed{\sum_{i=1}^{m}\frac{L_i}{I_i l_{1,2}}+\frac{M_{1,3}}{2l_{1,2}}\cdot\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i^2-a_{i-1}^2}{I_i}+\frac{M_2-M_{1,3}}{3l_{1,2}}\cdot\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i^3-a_{i-1}^3}{I_i}+\sum T=0}\ . \tag{22}$$

Observaţia 1. Expresia lui T din (20) neconţinînd pe Δl, rezultă că putem lua $\Delta l=0$.

Observaţia 2. Valorile lui M_{k1} şi M_{k2} sînt acelea date de relaţia (1) unde $x=K_1$ respectiv $x=K_2$.

Observaţia 3. Ecuaţia (22) este ecuaţia generală a celor 3 momente, pentru care ecuaţia lui *Clapeyron* este un caz particular. Acesta rezultă, făcînd în ecuaţia (22) $I_i=\text{const}$

Aplicaţie:

3. CALCULUL UNUI ARBORE COTIT PE 5 REAZEME IN PUNCTUL MORT

Se izolează succesiv din arbore 3 porţiuni şi se aplică pe rînd formula (22).

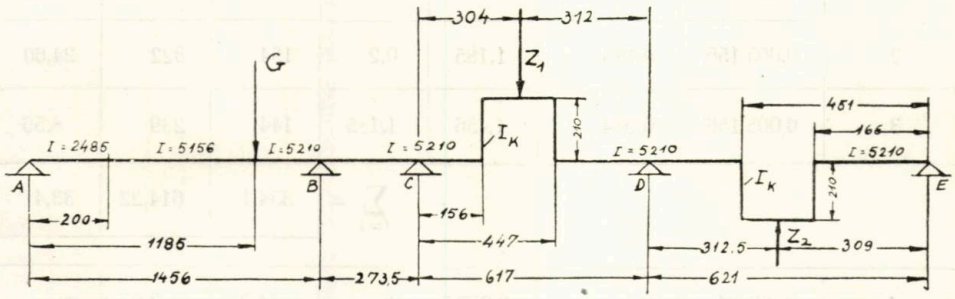


Fig. 5. Schema arborelui cotit al unui motor Diesel de 100 CP.

Porţiunea ABC

Date numerice:

$m = 3+1 = 4$ tronsoane $\quad G = 1{,}8$ tone

$a_1 = 0{,}2$ m $\quad I_1 = 0{,}002485$ (m⁴)

$a_2 = 1{,}185$ m $\quad I_2 = 0{,}005156$ „

$a_3 = l_1 = 1{,}456$ m $\quad I_3 = 0{,}005156$ „

$a_4 = l_2 = 0{,}2735$ m $\quad I_4 = 0{,}005210$ „

$M_1 = 0$

Calculul lui M_0 pe cele 4 tronsoane:

trons. 1 şi 2 $\quad M_0 = \dfrac{G(l_1 - a_2)}{l_1} x$

„ 3 $\quad M_0 = \dfrac{Ga_2}{l_1}(l_1 - x)$

„ 4 $\quad M_0 = 0$

Calculul integralelor $L_i = \int_{a_{i-1}}^{a_i} M_0 x dx$

$$L_1 = \int_0^{a_1} M_0 x dx = \frac{G(l_1 - a_2)}{l_1} \cdot \frac{a^3}{3} = \frac{1{,}8 \cdot 0{,}271}{1{,}456} \cdot \frac{0{,}2^3}{3} =$$

$L_1 = 0{,}00089$ tm³

Analog se găseşte:

$L_2 = 0{,}185$ tm³

$L_3 = 0{,}0643$ tm³

$L_4 = 0$

Tabel pentru calculul termenilor ecuaţiei (22)

i Nr. trons.	I_i (m⁴)	L_i (tm³)	a_i (m)	a_{i-1} (m)	$\frac{a_i^2 - a_{i-1}^2}{I_i}$ (m⁻²)	$\frac{a_i^3 - a_{i-1}^3}{I_i}$ (m⁻¹)	$\frac{L_i}{I_i l_{1,2}}$ (tm⁻²)
1	0,002 485	0,000 89	0,2	0	16,1	3,22	0,246
2	0,005 156	0,185	1,185	0,2	194	322	24,60
3	0,005 156	0,064	1,456	1,185	144	239	8,56
				$\sum_{i=1}^{3} =$	354,1	614,22	33,4
4	0,005 21	0	0,273 5	0	14,3	3,93	0

Ecuația celor 3 momente ia forma:

$$\left(\sum_1^3 \frac{L_i}{I_i l_1} + \frac{L_4}{I_4 l_2}\right) + \left(\frac{M_3}{2l_2} \cdot \frac{a_4^2}{I_4}\right) + \left(\frac{M_2}{3l_1^2} \sum_1^3 \frac{a_i^3 - a_{i-1}^3}{I_i} + \frac{M_2 - M_3}{3l_2^2} \frac{a_4^3}{I_0}\right) = 0.$$

Inlocuind, se găsește ecuația:

$$115{,}2\, M_2 - 15\, M_3 + 33{,}4 = 0. \qquad (23)$$

Analog se găsesc ecuațiile pentru porțiunile *BCD* și *CDE*:

$$4{,}2 M_2 + 52{,}82 M_3 + 24{,}5 M_4 + 180 = 0 \qquad (24)$$

$$24{,}5 M_3 + 84{,}6 M_4 + 165{,}9 = 0. \qquad (25)$$

Rezolvînd acest sistem de 3 ecuații, se găsesc:

$$M_2 = -0{,}693 \text{ tm}$$

$$M_3 = -2{,}82 \text{ tm}$$

$$M_4 = -1{,}14 \text{ tm}.$$

Avînd momentele static nedeterminate, se găsește pe cale obișnuită repartiția momentelor încovoietoare.

In fine construind pe cale grafică fibra deformată a arborelui, se constată că ea trece prin cele 5 reazeme, ceea ce constituie o verificare practică a formulei (22). Se mai constată din această aplicație o reducere simțitoare a calculelor numerice, față de alte metode cunoscute în construcția de mașini.

BIBLIOGRAFIE

1. Filomenco, *Rezistența materialelor.*
2. Beleaev, *Rezistența Materialelor.*
3. Șt. Nădășan, *Curs de Rezistența Materialelor.*
4. C. Avram, *Grinzi continui de moment de inerție variabil.*
5. H. Buchholz, *Teorie und Berchnung der Statisch unbestimmten Tragwerke,* 1921.
6. Buzdugan, *Rezistența Materialelor.*

L'APPLICATION DE L'ÉQUATION DES TROIS MOMENTS AU CALCUL DES ARBRES DROITS ET DES VILLEBREQUINS À SECTION VARIABLE ET AVEC PLUSIEURS APPUIS

(RÉSUMÉ)

On établit dans ce travail une équation générale, applicable à tout type d'arbre.

S'il s'agit des arbres droits on sépare une portion formée de deux ouvertures voisines appuyée sur trois paliers et on y applique le principe du travail virtuel, en tenant compte des variations de section dues aux tronçons qui composent l'arbre.

L'équation obtenue contient trois inconnues: les moments statiquement indéterminés dans les trois appuis. On établit un nombre d'équations égal au nombre des paliers intermédiaires de l'arbre. On calcule tous les moments statiquement indéterminés de ce système d'équations.

S'il s'agit d'un villebrequin on remplace d'abord (pour les méthodes usuelles) chaque bras par un tronçon droit avec section circulaire.

On obtinent un arbre droit équivalent qui a de plus des variations de section à chaque bras.

En appliquant à cet arbre équivalent le principe du travail virtuel on trouve une équation qui contient sauf les termes obtenus dans l'équation précédente, un terme de plus, correspondant à chaque bras.

Cette équation générale est appliquée au calcul du villebrequin d'un moteur Diesel de 100 CV à cinq paliers.

Conclusions

1. On a trouvé une seule équation simple pour le calcul de l'arbre droit ou du villebrequin à section variable, appuyés sur plusieurs paliers.

2. L'équation contient comme un cas particulier même l'équation Clapeyron, ce qui résulte si on admet $I_x = \text{constant}$ à chaque ouverture.

3. L'application de cette équation générale conduit à la simplification des calcules par rapport à d'autres methodes usuelles.

ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТРЕХ МОМЕНТОВ ПРИ РАСЧЕТЕ ПРЯМЫХ И КОЛЕНЧАТЫХ ВАЛОВ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ НА НЕСКОЛЬКИХ ОПОРАХ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе выводится общее уравнение применимое для какого угодно типа валов.

В случае прямого вала берется часть вала состоящая из двух смежных пролетов, опирающаяся на три подшипника и применяется принцип виртуальной работы, имея в виду вариации сечения звеньев составляющих вал. Полученное уравнение имеет три неизвестных: статически неопределимые моменты трех опор. Пишется столько подобных уравнений, сколько промежуточных подшипников имеет вал и по этой системе уравнений вычисляются все статически неопределимые моменты.

В случае коленчатого вала, уже известными методами, каждое плечо (колена) заменяется прямым круглым отрезком. Получается ровный эквивалентный вал, который имеет добавочные вариации по сечению против каждого плеча.

Применяя к этому эквивалентному валу принцип виртуальной ра оты, находим уравнение, которое кроме членов полученных в вышеуказанном уравнении содержит еще по одному члену соответствующему каждому плечу.

В продолжении работы, это общее уравнение применяется для расчета коленчатого вала для мотора Дизель в 100 л. с. на пяти подшипниках.

В ы в о д ы:

1. Выведено одно простое уравнение для расчета вала в самом общем случае. прямого или коленчатого, опирающегося на неограниченное число подшипников.

2. Уравнение содержит и уравнение Клепейрона как частный случай когда I постоянно для каждого пролета в отдельности.

3. Применение этого общего уравнения значительно упрощает расчеты по сравнению с другими методами практикуемыми при машиностроении.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

CERCETĂRI STATISTICE ASUPRA UNUI ASPECT AL CORELAŢIEI ÎNTRE VITEZA DE TOPIRE ŞI PROCENTUL DE COCS LA UN CUBILOU

DE

ŞT. NĂDĂŞAN şi L. KOVATS

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

Studiul prezentat în această notă a avut ca scop stabilirea corelaţiei între viteza de topire şi consumul de cocs la topiri în cubilouri.

Calitatea fontei topite într-un cubilou este în funcţie de numeroşi parametri, care nu pot fi menţinuţi constanţi, spre a putea studia influenţa unui singur parametru. Din acest motiv, numai prin aplicarea *metodei statistice* se pot trage concluzii folositoare, în ipoteza că există date suficiente privind o durată mai lungă de exploatare.

1° Studiul se bazează pe datele de exploatare culese [1] într-o turnătorie înzestrată cu un cubilou de un diametru de 800 mm, cu înălţimea utilă de 4 m. Distanţa de la vatră pînă la cele patru orificii de aer era de 0,8 m.

S-au evaluat datele privind o perioadă de exploatare de 10 ani, înglobînd 566 topiri, în decursul cărora calitatea cocsului a variat mult. Debitul şi presiunea aerului furnizat de ventilator au fost practic constante. S-a lucrat cu un debit de aer de $Q = 60—65$ m³/min şi cu o presiune de circa $H = 450$ mm coloană de apă.

2° În literatura de specialitate se întîlneşte *viteza specifică de topire* (f) calculată din raportul:

$$f = \frac{\text{fonta topită kg/oră}}{\text{secţiunea cubiloului cm}^2}$$

şi se indică drept cifră caracteristică pentru buna funcţionare a unui cubilou, o viteză specifică de topire cel puţin de 0,7 kg/oră · cm². Secţiunea cubiloului se consideră la nivelul orificiilor de aer.

Temperatura fontei topite într-un cubilou este influenţată de raportul dintre înălţimea efectivă a cubiloului măsurată de la vatră pînă la orificiul de încărcare şi distanţa de la vatră pînă la orificiile de aer.

O viteză sporită de topire reducînd timpul de topire, are o influenţă favorabilă asupra calităţii fontei obţinute, fonta străbătînd în timp mai scurt coloana de încărcare, neavînd timp să se îmbogăţească în carbon [2].

Viteza de topire depinde şi de cantitatea de cocs utilizată la topire :*)

$$h^0/_0 = \frac{\text{cocs de topire}}{\text{fontă topită}} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{kg}} \cdot 100.$$

3° În cele ce urmează se arată legătura dintre procentul de cocs de topire h şi viteza specifică de topire f.

În fig. 1 s-a reprezentat viteza specifică de topire f în funcţie de consumaţia de cocs $h\%$. Punctele marcate pe diagramă reprezintă media valorilor $h\%$. Tabela 1 indică calculul mediilor. Unele puncte reprezintă medii calculate din circa 70 valori.

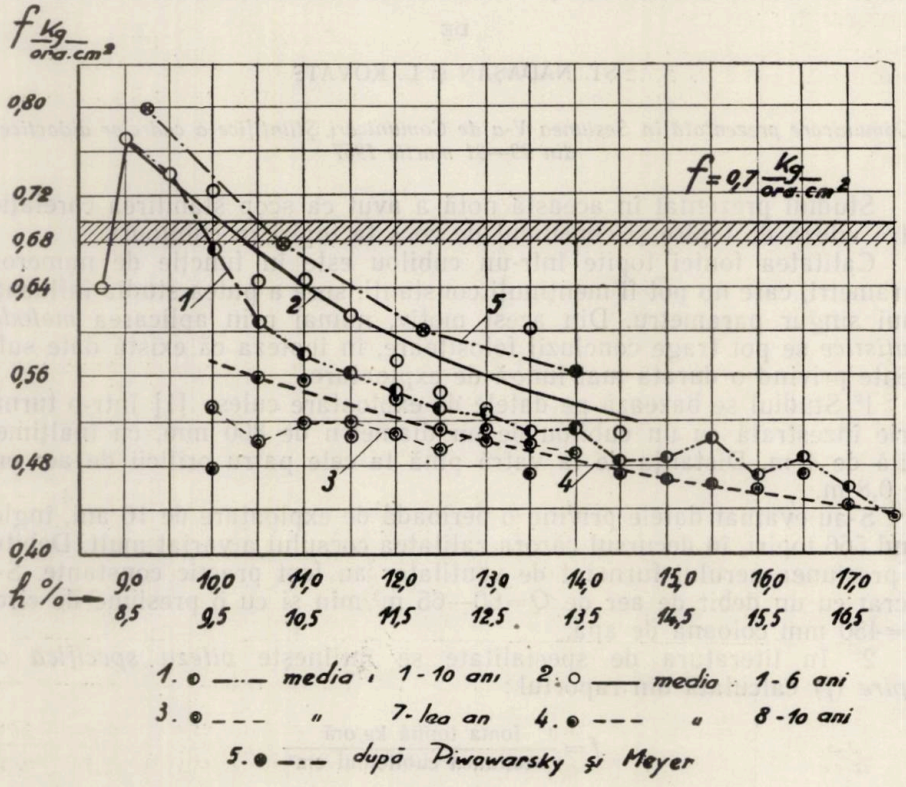


Fig. 1.

În grafic s-a trasat atît curba care se referă la totalitatea celor 566 topiri efectuate în intervalul celor 10 ani — curba *1* — cît şi curbele referi-

*) La calculul lui „h", în cocsul de topire nu se înglobează cocsul de aprindere şi cocsul pentru patul de fuziune.

toare la primii 6 ani — curba *2* — la anul 7 — curba *3* — și la anii 8—10 — curba *4* — pentru a evidenția influența calității variabile a cocsului în decursul celor 10 ani. De menționat este faptul, că cocsul de topire a avut o calitate din ce în ce mai slabă.

În fig. 1 s-a mai indicat și curba stabilită de Piwowarsky și Meyer într-un studiu [3] făcut cu un cuptor de încercare de $D=700$ mm, cu un diametru mărit la 1 000 mm deasupra zonei de topire, prevăzut cu un ante-bazin. Aerul furnizat de ventilator a fost de 60 m³/min.

Din examinarea variației vitezei de topire în funcție de cantitatea de cocs de topire, se pot trage următoarele concluzii:

— Există o cantitate optimă de cocs, la care se realizează viteza maximă de topire, pentru un anumit regim de exploatare definit prin cantitatea și presiunea aerului cu care se alimentează cubiloul de anumite dimensiuni. La cubiloul studiat, cantitatea optimă de cocs a fost deci — conform curbei din fig. 1 — circa 9%.

— Majorînd cantitatea optimă de cocs — viteza de topire scade mai lent decît la micșorarea ei.

— Drept concluzie practică trebuie reținut că majorarea procentajului de cocs — așa cum se practică deseori în exploatare — nu contribuie cu nimic la înviorarea mersului cubiloului, ci reprezintă o risipă de combustibil.

4° Spre a putea analiza consumul de cocs în cei 10 ani de exploatare, s-au reprezentat în fig. 2 prin curbe de frecvență procentele de cocs de topire efectiv consumate și defalcate pe aceleași intervale de timp ca și în fig. 1.

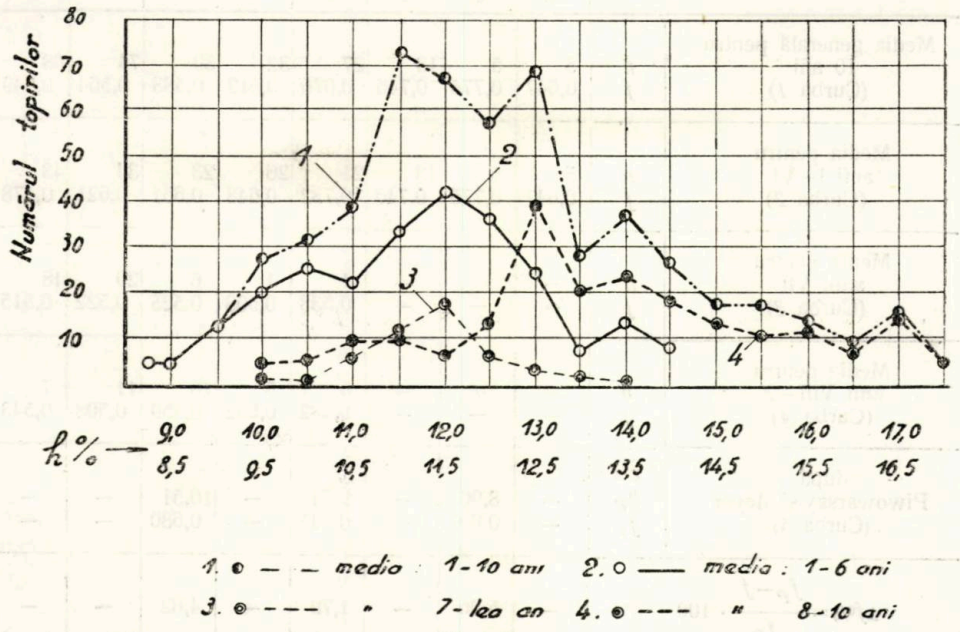


Fig. 2.

— Examinînd curbele din fig. 2, se constată că pentru totalitatea celor 566 topiri şi în special pentru cele 276 topiri, făcute în primii opt ani cu cocs de turnătorie de bună calitate, procentul cel mai frecvent de cocs de topire a variat între 11 şi 12%, deşi după cele arătate în fig. 1, cantitatea optimă de cocs de topire este în jur de 9%, ceea ce dovedeşte o exploatare nerațională.

— Topind în cubilou anual în medie 1 000 t, s-au risipit, deci, anual aproximativ $1\,000 \cdot \frac{11{,}5-9{,}0}{100} = 22{,}5$ t cocs. Reducînd prin acest exces de combustibil viteza de topire, s-a influențat defavorabil şi calitatea fontei.

— Considerînd aparte primii şase ani de exploatare — curba *2* — se vede că procentul de cocs a variat într-o limită mai restrînsă, depăşind, însă, procentul optim de 9%.

— Curba de frecvență trasată pentru anii 8—10 înregistrează o exploatare şi mai defavorabilă, un consum de cocs şi mai ridicat, cu un vîrf de frecvență maximă la 12,5—13,0% cocs şi dă de bănuit că s-a încercat compensarea calității mai slabe a cocsului, prin majorarea cantității.

Comparînd valorile f_P din tabela 1 — date în literatură de către cei doi cercetători amintiți — drept rezultat al unor cercetări de laborator

Media valorilor h%		8,0—8,5	8,5—9,0	9,0—9,5	9,5—10,0	10,0—10,5	10,5—11,0	11,0—11,5	11,5—12,0
Media generală pentru 10 ani (Curba *1*)	n	5	5	13	27	32	39	74	68
	f	0,647	0,775	0,746	0,676	0,612	0,583	0,564	0,549
Media pentru anii I—VI (Curba *2*)	n	5	5	13	21	26	23	34	43
	f	0,647	0,775	0,746	0,732	0,648	0,651	0,621	0,578
Media pentru anul VII (Curba *3*)	n	—	—	—	1	1	6	29	18
	f	—	—	—	0,538	0,508	0,525	0,522	0,515
Media pentru anii VIII—X (Curba *4*)	n	—	—	—	5	5	10	11	7
	f	—	—	—	0,482	0,562	0,559	0,508	0,543
după Piwowarsky şi Meyer (Curba *5*)	h_P	—	8,96	—	9,74	—	10,51	—	—
	f_P	—	0,807	—	0,745	—	0,680	—	—
$\Delta f\% = \frac{f_P - f}{f_P} \cdot 100$		—	5,06	—	1,79	—	4,62	—	—

îngrijit executate — cu valorile f calculate pentru cubiloul la care se referă datele prelucrate în prezentul studiu, se constată că diferențele :

$$\Delta_f = \frac{f_P - f}{f_P} \cdot 100$$

sînt numai de circa 4,8%, ceea ce dovedește că modul de exploatare a cubiloului la care se referă datele din această notă a fost similar cu cel al cubiloului la care se referă datele celor doi cercetători amintiți, fără a se putea afirma că procentul optim de cocs de topire pentru cel din urmă cubilou a fost egal cu 9%.

BIBLIOGRAFIE

1. * * *, Rapoartele de turnare ale Atelierelor Principale C.F.R. Timișoara, 1928—34, 1941—45.

2. N. G. Ghirșovici, *Ciugunnoe litie (Piese turnate din fontă)* (p. 424, 425, 430 și 431).

3. E. Piwowarsky, *Hochwertiger Grauguss (1942)* (p. 218—224).

Tabela 1

12,0—12,5	12,5—13,0	13,0—13,5	13,5—14,0	14,0—14,5	14,5—15,0	15,0—15,5	15,5—16,0	16,0—16,5	16,5—17,0	17,0—17,5	17,5—18	Nr. topirilor
58 0,533	69 0,528	28 0,510	38 0,517	27 0,488	18 0,486	18 0,507	14 0,476	8 0,489	16 0,461	5 0,434	3 0,475	566
37 0,547	25 0,530	7 0,609	13 0,521	8 0,515	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	276
7 0,489	4 0,517	— —	1 0,495	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	67
14 0,515	40 0,507	21 0,475	24 0,495	19 0,476	15 0,469	11 0,465	12 0,461	7 0,472	14 0,455	5 0,434	3 0,475	223
— —	— —	— —	13,79 0,566	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —
—	—	—	7,80	—	—	—	—	—	—	—	—	—

RECHERCHES STATISTIQUES SUR UN ASPECT DE CORELATION ENTRE LA VITESSE DU FONDEMENT ET LE POURCENT DE COKE DANS UN CUBILOT.

(RÉSUMÉ)

L'étude est basée sur les données de l'exploitation d'un cubilot pendant 10 années. Le débit et la pression de l'air étaient maintenus pratiquement constants, cependant la qualité de coke est devenue continuellement plus faible.

On indique la variation de la vitesse du fondement par rapport à la consommation du coke. On établit la meilleure consommation du coke ou est atteinte la vitesse maximale du fondement, et la quantité excedente consumée annuellement sans connaitre le meilleur pourcent.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОДНОГО ИЗ ВИДОВ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СКОРОСТЬЮ ПЛАВЛЕНИЯ И ПРОЦЕНТОМ КОКСА В ВАГРАНКЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Исследование основывается на эксплоатационных данных одной вагранки, взятых за период в 10 лет, в которой дебит и давление воздуха практически сохранялись постоянными, а кокс был все худшего и худшего качества.

Указываются вариации быстроты плавления как функция расхода кокса и устанавливается оптимальный расход кокса, при котором достигаетя максимальная скорость плавления, а также количество кокса излишне расходуемое ежегодно благодаря тому что был неизвестен оптимальный процент.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

CONTRIBUŢII LA STUDIUL REANCLANŞĂRII AUTOMATE FĂRĂ CONTROLUL SINCRONISMULUI

DE

LASZLO TOMA

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

1. Pînă în prezent, reanclanşarea automată (R.A.) a liniilor de interconexiune s-a făcut în următoarele feluri :

— trifazat, cu controlul sincronismului ;

— monofazat, fără controlul sincronismului.

Deoarece reanclanşarea automată trifazată cu controlul sincronismului necesită aparataj complicat şi în multe cazuri de avarii nu funcţionează, iar reanclanşarea monofazată e condiţionată de punerea la pămînt a punctului neutru şi acţionarea separată (pe fază) a întrerupătoarelor, Ministerul Centralelor Electrice (M.C.E.) din U.R.S.S. a însărcinat Laboratorul Electrotehnic Central să verifice experimental posibilitatea reanclanşării automate trifazate fără controlul sincronismului.

Încercările efectuate au fost publicate sub semnăturile lui N. I. Sokolov şi A. A. Haceaturov [1]. Rezultatele încercărilor dovedesc că, chiar în cele mai nefavorabile condiţii, cele 2 părţi ale sistemului care s-au separat în momentul declanşării, se resincronizează după un număr oarecare de pendulări. Singura dificultate constă în şocul de curent ce apare în urma reanclanşării, care depinde pe deoparte de defazajul dintre t.e.m. ale celor 2 părţi ale sistemului, pe de altă parte de reactanţa echivalentă a sistemului. Pentru a nu periclita bobinajele generatoarelor, acest curent trebuie limitat, ţinînd cont de defazajul cel mai defavorabil dintre cele 2 tensiuni (180°).

In consecinţă MCE al URSS dispune printr-o circulară [2] ca în toate sistemele energetice să se verifice dacă sînt îndeplinite condiţiile de R.A. fără controlul sincronismului şi în toate cazurile în care conectarea nesincronă este admisibilă, să se introducă R.A. fără controlul sincronismului, precizîndu-se totodată condiţia următoare : curentul de şoc, în cazul conec-

tării în opoziţie a celor 2 sisteme, să nu depăşească de 5 ori curentul nominal la turbogeneratoare şi 3 ori curentul nominal la hidrogeneratoare.

În urma succesului introducerii acestei metode în sistemele energetice din U.R.S.S. MEE a propus verificarea ei şi în sistemele energetice din R.P.R. Avînd în vedere că în materialele publicate [1] s-a prezentat numai partea experimentală a problemei, fără a se da justificare teoretică, se studiază în lucrarea de faţă fenomenele care se produc cu ocazia ruperii paralelismului dintre două părţi ale unui sistem energetic şi posibilităţile de R.A. nesincronă, în mod general şi teoretic.

2. Vom urmări în primul rînd, fenomenele care apar în urma ruperii în două părţi a unui sistem interconectat. În acest sens vom reduce cele două părţi ale sistemului la două generatoare fiind încărcate cu puterile active şi reactive respective P_{g1}, P_{g2}, Q_{g1}, Q_{g2} şi legate între ele prin linia de interconexiune L (fig. 1).

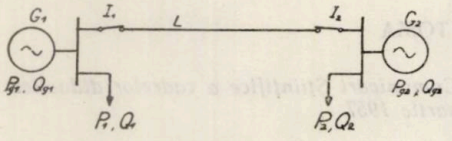


Fig. 1.

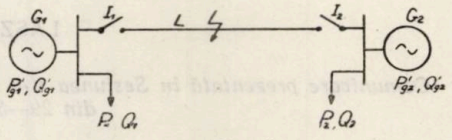


Fig. 2.

În cele ce urmează, se vor studia fenomenele cari se produc în cazul cel mai simplu şi anume cînd ruperea sistemului nu este însoţită de alte perturbaţii. S-a ales acest caz pentru studiu din următoarele motive:

a. Pentru că relaţiile stabilite prin calcul puteau fi verificate experimental.

b. Pentru că situaţia creată în acest caz este de obicei cea mai uşoară pentru sistem, avînd ca urmare dezechilibru mai mic decît în majoritatea cazurilor de avarii cari au drept urmare ruperea sistemului. Vom putea considera deci că în majoritatea cazurilor defazajul dintre t.e.m. ale celor două părţi ale sistemului va ajunge şi mai repede la 180° decît în cazul studiat aci.

Cererile de putere activă şi reactivă în cele două părţi ale sistemului fiind P_1, P_2 resp. Q_1, Q_2, avem în funcţionare normală relaţiile:

$$P_{g1}+P_{g2}=P_1+P_2$$
$$Q_{g1}+Q_{g2}=Q_1+Q_2.$$

Dacă, întrerupătoarele I_1 şi I_2 se declanşează, sistemul se desface în două părţi distincte (fig. 2).

Relaţiile dintre încărcarea generatorilor şi cererile de putere devin acum:

$$P'_{g1}=P_1 \quad P'_{g2}=P_2$$
$$Q'_{g1}=Q_1 \quad Q'_{g2}=Q_2.$$

În mod obişnuit $P'_{g1} \neq P_{g1}$ şi $P'_{g2} \neq P_{g2}$; diferenţa dintre ele, $\Delta P = P'_{g1} - P_{g1} = P'_{g2} - P_{g2}$, fiind egală cu schimbul de putere care a avut loc prin linia de interconexiune L, înainte de producerea avariei.

În cazul cînd ΔP este pozitiv, generatorul G_1 se încarcă brusc iar generatorul G_2 se descarcă brusc în urma declanşării, cu sarcina ΔP. Din acest motiv generatorul G_1 are tendinţa de încetinire, iar generatorul G_2, tendinţă de accelerare. În consecinţă vor interveni regulatoarele lor automate. În urma procesului tranzitoriu, se stabileşte un nou regim permanent; frecvenţele celor două generatoare nu vor mai fi însă egale din cauza deplasării punctelor de funcţionare de pe caracteristicile de statism (fig. 3). Variaţia vitezelor unghiulare ω_1, ω_2, în perioada tranzitorie, se arată în fig. 4. Bineînţeles, procesul se desfăşoară în felul arătat dacă generatorul G_1 are rezerva de putere corespunzătoare. În caz contrar acesta nu poate să revină la frecvenţa normală decît după descărcarea sarcinei.

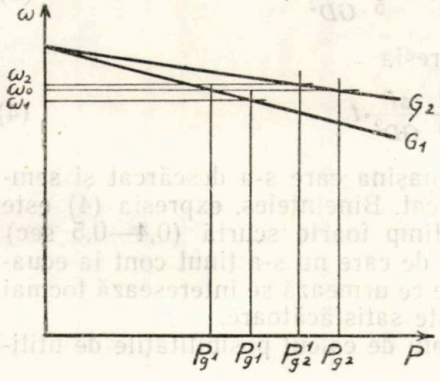


Fig. 3.

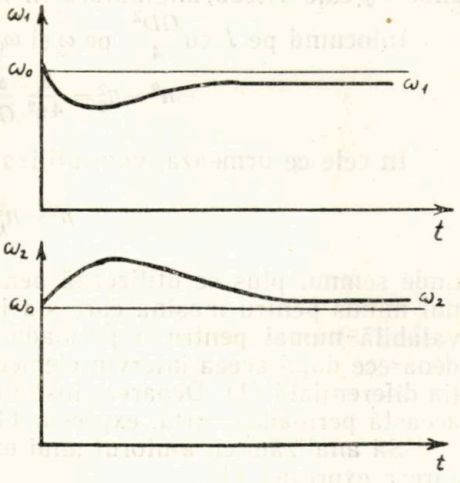


Fig. 4.

Din cauza diferenţei de frecvenţă, tensiunile electromotoare a celor două generatoare, care pînă în momentul ruperii paralelismului au fost sincrone, încep să se defazeze, ajungînd după scurt timp în opoziţie ($\delta = 180°$). Dacă R.A. se produce atît de rapid încît defazajul t.e.m. este încă mic ($\delta < 30°$), putem considera că s-a efectuat în cadrul condiţiilor impuse sincronizării precise. În acest sens urmează să analizăm posibilităţile de realizare a acestei condiţii.

În primele perioade după declanşare, regulatorul de turaţie nu acţionează încă. În consecinţă putem considera că acceleraţia (resp. încetinirea) produsă în rotaţia generatorului este influenţată exclusiv de diferenţa ce a apărut între cuplul motor şi cuplul rezistent. Ecuaţia mişcării se poate scrie atunci astfel (pentru grupul generator 2):

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_m - M_{rez} = \frac{1}{\omega} (P_{g2} - P_2) = \frac{1}{\omega} \Delta P \qquad (1)$$

unde J = momentul de inerţie a maselor în rotaţie.

$\frac{1}{\omega} P_{g2} = M_m$ = cuplul motor corespunzător admisiei (înainte de declanşarea liniei).

$\frac{1}{\omega} P_2 = M_{rez}$ = cuplul rezistent corespunzător sarcinei (după declanşarea liniei).

Avînd în vedere că acest grup s-a descărcat, acceleraţia unghiulară $\frac{d\omega}{dt}$ este pozitivă.

Integrînd relaţia de mai sus, obţinem

$$\frac{1}{2}(\omega^2 - \omega_0^2) = \frac{\Delta P}{J} \cdot t \tag{2}$$

unde ω_0 este viteza unghiulară în momentul producerii avariei.

Înlocuind pe J cu $\frac{GD^2}{4}$, pe ω şi ω_0 prin $2\pi n$ respectiv $2\pi n_0$, obţinem

$$n^2 - n_0^2 = \frac{8}{4\pi^2} \frac{\Delta P}{GD^2} \cdot t = \frac{1}{5} \frac{\Delta P}{GD^2} t. \tag{3}$$

În cele ce urmează, vom utiliza expresia

$$n^2 = n_0^2 \pm \frac{1}{5} \frac{\Delta P}{GD^2} \cdot t \tag{4}$$

unde semnul plus se utilizează pentru maşina care s-a descărcat şi semnul minus pentru maşina care s-a încărcat. Bineînţeles, expresia (4) este valabilă numai pentru o perioadă de timp foarte scurtă (0,4—0,5 sec) deoarece după aceea intervin elementele de care nu s-a ţinut cont la ecuaţia diferenţială (1). Deoarece însă în cele ce urmează se interesează tocmai această perioadă scurtă, expresia (4) este satisfăcătoare.

Să analizăm cu ajutorul unui exemplu de calcul posibilităţile de utilizare a expresiei (4).

Fie $\Delta P = 2$ MW (încărcare)

$GD^2 = 1{,}6$ tm^2

$n_0 = f_0 = 50$ sec^{-1} $(p = 1)$

$$n^2 = f^2 = f_0^2 - \frac{1}{5} \cdot \frac{\Delta P}{GD^2} \cdot t = 50^2 - \frac{1}{5} \frac{2\,000}{1{,}6} \cdot t$$

$t =$	0	0,1	0,2	0,3	0,4 sec.
$f =$	50	49,75	49,5	49,25	49 sec^{-1}.

Dacă vrem să determinăm defazajul δ dintre cele două t.e.m. admiţînd că frecvenţa sistemului s-a menţinut la 50 Hz $= f_0$, vom utiliza expresia

$$\delta = (f - f_0)\, t \cdot 360^\circ \tag{5}$$

$t =$	0	0,1	0,2	0,3	0,4 sec.
$\delta =$	0	9,0°	36°	81°	144° grade

În exemplul de mai sus s-a considerat cazul încărcării unei centrale avînd puterea instalată de cca. 8,5 MW, care se rupe de la sistem în momentul cînd pe linia de interconexiune s-a debitat 2 MW dinspre sistem. Din variaţia $\delta = f(t)$ se vede că, în cazul cînd sistemul ar menţine frecvenţa constantă, după 0,45 s, t.e.m. a centralei ajunge în opoziţie faţă de t.e.m. a sistemului. Rezultă deci că atunci cînd ruperea interconexiunii are drept consecinţă o variaţie însemnată a sarcinei pe centrale (de ordinul 20—30% din puterea instalată) t.e.m. a celor două părţi separate ale sistemului ajung în opoziţie într-un interval de timp atît de scurt încît nu mai poate fi vorba de o reanclanşare automată rapidă în condiţii favorabile sincronizării precise. Trebuie să considerăm deci că, în cazul general, R.A. fără controlul sincronismului are loc în condiţii nefavorabile din punct de vedere al defazajului.

Pentru a verifica aplicabilitatea expresiilor (4) şi (5) s-au făcut încercări de rupere a sincronismului într-un sistem energetic regional, în diverse cazuri de schimb de putere.

Oscilogramele din fig. 5 confirmă cele arătate. Centralele care au funcţionat în paralel au fost de 8,5 resp. 2,5 MW. Schimbul de putere, înainte de ruperea interconexiunii, a fost în primul caz 0,6 MW, în al doilea caz, 2 MW. Se poate vedea că în primul caz s-a ajuns la opoziţie după 0,51 sec iar în al doilea caz după 0,3 sec. Timpul necesar pentru a ajunge în opoziţie, calculat după formulele (4) şi (5) a fost 0,5 sec respectiv 0,29 sec.

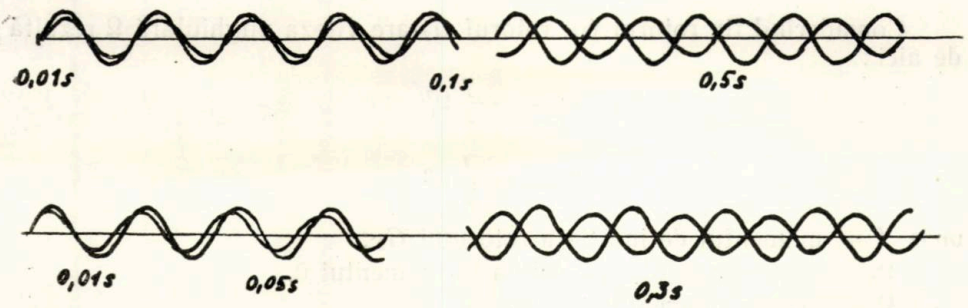


Fig. 5.

3. Să vedem acum, dacă este justificabil teoretic faptul experimental constatat că R.A. fără controlul sincronismului este urmată întotdeauna de intrarea în sincronism, chiar dacă t.e.m. a celor 2 sisteme au fost în opoziţie în momentul R.A.

Vom considera şi acum cele două părţi ale sistemului, reduse la două generatoare echivalente G1 şi G2 legate printr-o linie L. Notăm cu δ defazajul dintre t.e.m. a celor două generatoare şi cu $\Omega = 2\pi(f1 - f2)$ viteza unghiulară relativă dintre t.e.m. a celor două sisteme.

În urma R.A. apare un cuplu sincronizant, care acționează în sensul micșorării defazajului δ. Cuplul sincronizant fiind egal cu

$$M_s = \frac{1}{\omega} \frac{E1E2}{\Sigma X} \sin \delta = k \sin \delta$$

el va acționa în sensul de a-l reduce pe δ în cazul cînd $\delta < 180°$, respectiv în sensul de a-l mări, în cazul cînd $\delta > 180°$, după cum rezultă din fig. 6.

Pentru a avea o imagine clară a fenomenelor vom discuta cazurile posibile folosind și o construcție grafică originală.

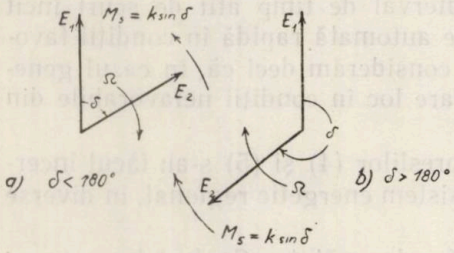


Fig. 6.

Considerăm întîi cazul R.A. — la $\delta < 180°$. Cuplul sincronizant M_s acționează în sensul de a reduce viteza unghiulară relativă Ω. În consecință energia cinetică a masei rotorului G_2 (pe care-l presupunem descărcat în urma declanșării) se micșorează, scăzîndu-se din ea lucrul mecanic efectuat de cuplul sincronizant. Putem scrie deci relația :

$$W_{cin.\,t} = W_{cin.\,0} - \int_0^t M_s d\delta \qquad (6)$$

$W_{cin.\,t}$ = energia cinetică a rotorului G_2 în momentul t ;
$W_{cin.\,0}$ = idem în momentul 0.

Considerînd fix rotorul G_1, rotorul G_2 are viteza unghiulară Ω rezultă de aici :

$$W_{cin\,0} = \frac{J}{2} \Omega_0^2$$

$$W_{cin\,t} = \frac{J}{2} \Omega^2$$

unde J = momentul de inerție a rotorului G_2 ;
Ω_0 = viteza unghiulară relativă în momentul 0.
Ω = idem în momentul t.

Înlocuind aceste valori în relația (6) și ținînd cont de expresia cuplului sincronizant $M_s = k \sin \delta$ obținem relația :

$$\Omega^2 = \Omega_0^2 - \frac{2k}{J} \int_{\delta_0}^{\delta} \sin \delta \, d\delta \qquad (7)$$

unde δ_0 este defazajul dintre t.e.m. în momentul R.A. ($t = 0$).

Această relație ne permite să studiem grafic variația $\Omega = f(\delta)$, de unde vom putea determina momentul în care Ω se anulează, deci sistemul a intrat în sincronism.

Utilizînd construcția grafică din fig. 7 se poate obține funcția căutată. Construcția s-a făcut în ipoteza $\delta_0=0$.

Construcția se bazează pe trei diagrame (fig. 7 *a, b, c*). În diagrama din fig. 7 *a*, sînt reprezentate funcțiile $M_s=k\sin\delta$ și $\frac{2k}{J}\int_0^{\delta}\sin\delta\,d\delta=\frac{2k}{J}(1-\cos\delta)$. În diagrama din fig. 7 *b* s-a reprezentat funcția $\Omega^2=\Omega_0^2-\frac{2k}{J}\int_0^{\delta}\sin\delta\,d\delta$ efectuîndu-se scăderea pe cale grafică, folosind reprezentarea grafică a integralei din fig. 7 *a*.

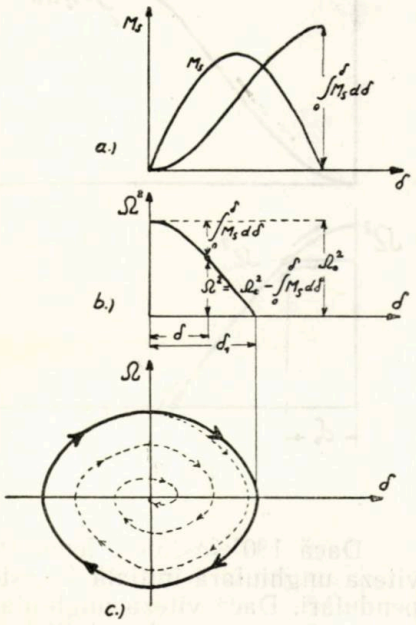


Fig. 7.

Din fig. 7 *b* rezultă defazajul δ_1 pentru care viteza unghiulară Ω se anulează.

În fig. 7 *c* s-a reprezentat funcția $\Omega=f(\delta)$ rezultată din $\Omega^2=f(\delta)$ (fig. 7 *b*). Se vede că Ω scade de la Ω_0 (pentru $t=0$, $\delta_0=0$) pînă la 0 (pentru $\delta=\delta_1$). Deoarece însă la $\delta_1>180°$, cuplul sincronizant acționează în sensul de a micșora unghiul δ, viteza unghiulară Ω, după ce s-a anulat, își schimbă sensul și atinge valoarea maximă (în sens invers) pentru $\delta=0$, $\Omega=-\Omega_0$. Ω variază astfel între $-\Omega_0$ și $+\Omega_0$, unghiul δ variind între $-\delta_1$ și $+\delta_1$.

Această pendulare are loc bine-înțeles numai într-un sistem în care acționează exclusiv cuplul sincronizant, deci un sistem fără cupluri asincrone și fără pierderi. În realitate, din cauza celorlalte cupluri care acționează întotdeauna în sensul de a micșora pe Ω (în valoarea absolută), pendulările sînt amortizate și variația $\Omega=f(\delta)$ are loc după curba punctată (asemănător unei spirale).

Aceleași pendulări au loc și atunci cînd R.A. are loc la $\delta_0\neq0$, cu deosebirea că pentru $\delta=0$ vom avea $\Omega>\Omega_0$. Acestea pot fi demonstrate cu ajutorul aceleași construcții grafice (fig. 8).

Viteza unghiulară relativă Ω nu se anulează în toate cazurile pentru $\delta<180°$. Dacă Ω_0 este destul de mare, lucrul mecanic $\int_0^{180°}M_s\,d\delta$ nu este suficient pentru a anula energia cinetică $W_{cin\,0}$. În acest caz se ajunge la $\delta=180°$ cu o viteză unghiulară pozitivă Ω, care începe de acum să fie accelerată. Funcția $\Omega=f(\delta)$ rezultă, pentru acest caz, din fig. 9.

În acest caz, dacă ținem cont numai de cuplul sincronizant, Ω variază periodic între Ω_{max} și Ω_{min} fără a trece prin zero. Unghiul δ crește permanent

şi trece de n ori peste 360°. Generatorul G_2 se roteşte deci în asincron. Ţinînd cont însă de celelalte cupluri, după fiecare rotaţie în asincron Ω_{max} scade şi după cîteva rotaţii, se anulează. Din acel moment fenomenele se repetă analog cu cazurile din fig. 7 şi 8.

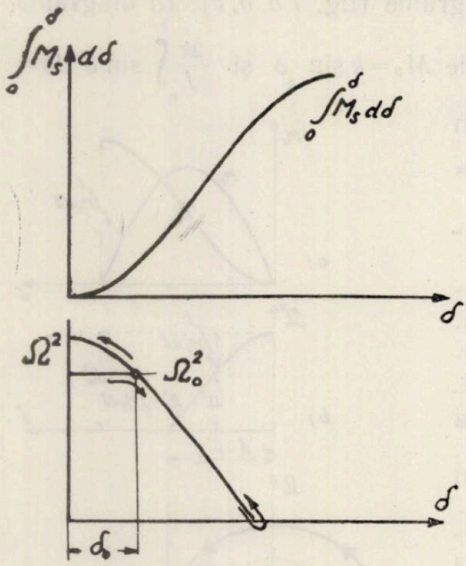


Fig. 8.

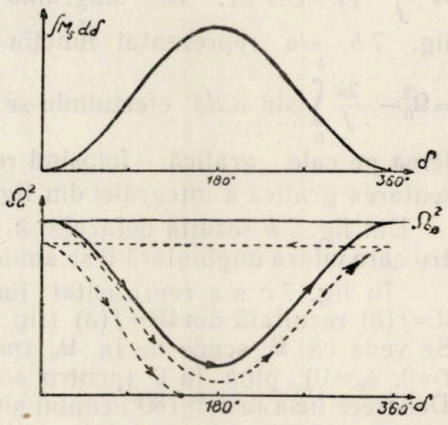


Fig. 9.

Dacă $180° < \delta < 360°$, fenomenele se prezintă asemănător. Atunci cînd viteza unghiulară iniţială Ω_0 este mică, sincronizarea are loc după cîteva pendulări. Dacă viteza unghiulară este mare, sincronizarea are loc după un număr oarecare de rotaţii în asincron.

4. Concluzii :

a) În general sincronizarea este asigurată după un număr oarecare de rotaţii în asincron, însoţite de şocurile corespunzătoare de curent.

b) Numărul de rotaţii în asincron depinde de viteza unghiulară relativă dintre rotoarele celor 2 generatoare echivalente în momentul R.A. Dacă energia cinetică corespunzătoare acestei viteze este mai mică decît lucrul mecanic efectuat de cuplul sincronizant de la $\delta = \delta_0$ şi pînă la $\delta = 180°$, sincronizarea are loc fără nici o rotaţie în asincron. În caz contrar intrarea în sincronism se produce după un număr oarecare de rotaţii în asincron.

Experienţele citate al lui Sokolov şi Haceaturov [1] confirmă integral cele afirmate. Astfel la încercările nr. 2 şi 3, deşi δ_0 a fost 160° resp. 135°, timpul de restabilire a fost de numai 0,4 resp. 0,5 sec şi nu a avut loc nici o rotaţie în asincron, deoarece viteza unghiulară relativă dintre cele două sisteme a fost de 1% resp. 1,4%. În schimb la încercarea nr. 5, deşi R.A. a avut loc la $\delta_0 = 0°$ timpul de restabilire a fost 30 sec iar restabilirea a fost precedată de 98 rotaţii în asincron, deoarece viteza unghiulară relativă iniţială dintre cele două sisteme a fost depăşi 15%.

c) Condiția de verificare a posibilității R.A. fără controlul sincronismului, preconizată de MCE-U.R.S.S. este suficientă, restul condițiilor fiind asigurate în cazul general.

d) Unghiul δ_0 (din momentul R.A.) nu are nici o influență asupra pendulărilor sau rotațiilor în asincron, deci alegerea R.A. în așa fel încît să avem $\delta_0=0$, nu are sens.

BIBLIOGRAFIE

1. N. I. Sokolov și A. A. Haceaturov, Reanclanșarea automată rapidă fără controlarea sincronizării, Electricestvo nr. 9 din 1955 (p. 122, traducere în limba romînă).

2. MCE—URSS, Despre extinderea domeniului de utilizare a reanclanșării automate fără controlul sincronismului la linii de transport de energie electrică. Electriceschie Stanții nr. 9 din 1955 (p. 112, traducere în limba romînă).

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU REANCLANCHEMENT AUTOMATIQUE SANS CONTROLER LE SYNCHRONISME.

(RÉSUMÉ)

On étudie la théorie des phénoménes qui apparaissent en cas de rupture du synchronisme entre les deux partis d'un système interconnecté et on présente une annalyse des conditions nécessaires pour pouvoir effectuer le réanclanchement automatique sans controler le synchronisme.

L'étude est basée sur les résultats des recherches éxperimentales effectuées par le Laboratoire Electrotechnique Central du Ministère des Centrales Electriques de l'URSS, completés par deux propres essais et cherche a expliquer d'une manière théorique les résultats experimentaux obtenus.

К ИЗУЧЕНИЮ АВТОМАТИЧЕСКОГО ПОВТОРНОГО ВЫКЛЮЧЕНИЯ БЕЗ КОНТРОЛЯ СИНХРОНИЗМА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе рассматриваются теоретически феномены появляющиеся в случае обрыва синхронизма с двух сторон объединенной системы и анализируются необходимые условия для автоматического повторного выключения без контроля синхронизма.

Изучение основывается на результатах опытных испытаний произведенных в Главной Электротехнической Лаборатории М. Е. Е. С. С. С. Р. пополненных двумя испытаниями произведенными в местных условиях и объясняет теоретическим путем результаты полученные опытным путем.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

CALCULUL PUTERII CUPTOARELOR ELECTRICE DE ÎNCĂLZIRE CU FUNCŢIONARE INTERMITENTĂ

DE

CENTEA OVIDIU

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

1. Determinarea în cursul proiectării, a puterii ce trebuie să o dezvolte partea încălzitoare a unui cuptor electric, este de primă importanţă pentru buna exploatare a acestuia. Instalarea unei puteri prea mari duce uneori la viteze de încălzire exagerate, care pot provoca fisuri în materialul pieselor de încălzit; o putere instalată prea mică face imposibilă realizarea unei anumite productivităţi. *)

Studiul de faţă se referă la cuptoarele care posedă un regim de funcţionare intermitent; la aceste cuptoare, între două şarje consecutive trece un interval de timp suficient de lung pentru ca cuptorul să se răcească la o temperatură destul de scăzută pentru ca să se poată considera că fiecare ciclu este independent, neinfluenţat de ciclul anterior. Exemple de acest fel sînt cuptoarele de inducţie fără miez, transformatoare pentru încălzirea bandajelor de roţi precum şi unele tipuri de cuptoare cu rezistenţe.

In cele ce urmează se neglijează fenomenele tranzitorii de transmitere a căldurii prin conducţie prin pereţii cuptorului, întrucît în majoritatea cazurilor eroarea care se face prin această neglijare nu afectează prea mult precizia calculelor.

2. Literatura nu indică metode speciale pentru calculul puterii necesare acestui tip de cuptoare. In cele de mai jos vom da cîteva metode pentru rezolvarea acestei probleme.

Să presupunem că trebuie să se determine valoarea constantă a puterii de alimentare P necesară încălzirii materialului la o temperatură finală τ_f în timpul T. Date iniţiale sînt: curbele de variaţie cu temperatura a căldurii

*) Aici în cele ce urmează se înţelege prin „putere a cuptorului" puterea dezvoltată în cursul perioadei de încălzire a cuptorului.

înmagazinate în material, zidărie etc. Q şi a pierderilor de căldură q precum şi durata încălzirii, T.

Vom nota prin Q_f şi q_f valoarea căldurii conţinute, respectiv a pierderilor de căldură la temperatura τ_f.

Fie P puterea ce trebuie să se dezvolte în cuptor în cursul încălzirii. Ecuaţia care descrie bilanţul termic al cuptorului în timpul infinit de mic dt este:

$$P \cdot dt = dQ + q \cdot dt. \tag{1}$$

a) O primă metodă de determinare a puterii P constă în integrarea ecuaţiei (1) în ipoteza că pierderile medii de căldură în cursul perioadei de încălzire ar fi media aritmetică dintre valorile iniţială şi finală ale acestor pierderi, adică:

$$q_m = \frac{1}{T}\int_0^T q \cdot dt \cong \frac{q_f}{2} \tag{2}$$

In acest caz (1) se integrează uşor şi se obţine:

$$P = \frac{Q_f}{T} + \frac{q_f}{2}. \tag{3}$$

Relaţia (3) este simplă şi expeditivă, de aceea poate fi folosită în calcule preliminare. Totuşi în general valorile obţinute din (3) se abat de la cele real necesare. Acest lucru se explică uşor dacă se consideră cazul limită $P \cong q_f$; atunci rezultă clar că trebuie să se considere $q_m \approx q_f$. Cu cît puterea de alimentare este mai redusă, cu atît aproximaţia (2) este mai puţin valabilă.

In cazul $P \gg q_f$ relaţia (2) este valabilă.

In cazul real este indicat să se utilizeze una din metodele mai exacte redate mai jos.

b) Se integrează ecuaţia (1), în felul următor:

$$T = \int_0^T dt = \int_0^{Q_f} \frac{dQ}{P-q}. \tag{4}$$

T fiind dat iar din curbele $Q = f(\tau)$ şi $q = f(\tau)$ se poate deduce $q = f(Q)$. Constanta P trebuie determinată din relaţia de mai sus.

Integrala definită (4) în general nu poate fi efectuată direct întrucît lipseşte expresia analitică a funcţiei $q = f(Q)$. De aceea, pentru rezolvarea problemei se dau diferite valori constantei P, situate în jurul valorii determinate cu ajutorul relaţiei (3), şi se reprezintă grafic funcţiunea

$$t = \int_0^{Q_f} \frac{dQ}{P-q} = f(P). \tag{5}$$

Puterea necesară se găseşte la intersecţia curbei reprezentate de ecuaţia (5) cu dreapta

$$t = T. \tag{6}$$

In ceea ce priveşte efectuarea integralelor (5), calculele pot fi făcute în diferite moduri:

α. Astfel calculele se pot efectua cu ajutorul tabloului (T-2), (vezi punctul 3), unde q_m reprezintă pierderile medii în intervalul de creştere a căldurii conţinute considerat.

Metoda este exactă, necesită însă calcule destul de îndelungate.

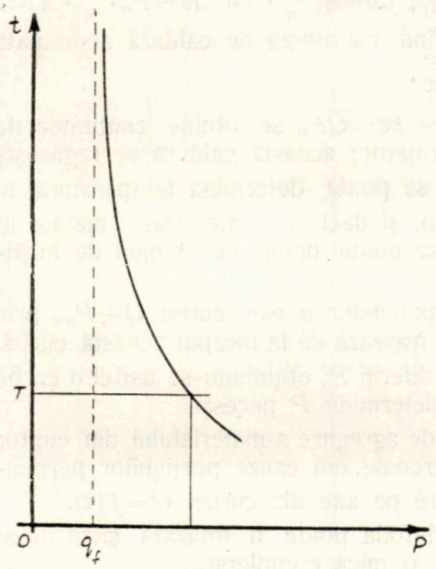


Fig. 1.

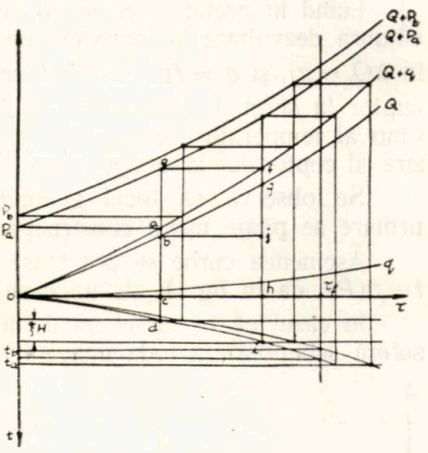


Fig. 2.

β. O altă metodă este următoarea: se reprezintă grafic în funcţiune de temperatura τ, cantitatea de căldură acumulată în cuptor $Q[J]$, şi pierderile de căldură q (fig. 2). Timpul de încălzire T fiind dat, se împarte acest interval de timp în n părţi egale. Cu cît n va fi mai mare, cu atît şi precizia calculelor va fi mai mare.

Valorile lui q se măsoară în unităţi de cantitate de căldură raportate la timpul $\frac{T}{n}$. Astfel, dacă de exemplu $\frac{T}{n} = 5$ minute, atunci q se măsoară în (Joule/5 minute). Curbele $Q(\tau)$ şi $q(\tau)$ se trasează în aşa fel încît diviziunile de pe axa ordonatelor să coincidă.

Se admite valoarea puterii, P_a, măsurată în aceleaşi unităţi ca şi q şi, la aceeaşi scara ca şi a lui q se ia segmentul P_a pe axa ordonatelor (fig. 2).

In primul interval de timp $\frac{T}{n}$ se va dezvolta o cantitate de căldură egală numeric cu P_a; conform ecuaţiei (1), această cantitate de căldură trebuie să fie egală cu suma dintre căldura acumulată în cuptor şi pierderile cuptorului în acelaşi interval de timp.

Admiţînd că pierderile medii de căldură în intervalul de timp considerat sînt egale cu valoarea finală a pierderilor în acel interval, ceea ce introduce o eroare nu prea mare dacă n este suficient de mare, atunci se obţine ca

BIBLIOTECA MUZEULUI TEHNIC

valoare a temperaturii după trecerea timpului $\frac{T}{n}$, segmentul $\overline{Oc}$, măsurat la scara temperaturilor. Punctul c este abscisa punctului a, determinat prin intersecţia curbei obţinute prin însumarea curbelor Q şi q, cu dreapta paralelă la axa $O\tau$, dusă prin P_a. Intr-adevăr $\overline{bc}=\Delta Q_1$; $\overline{ab}=q_1\frac{T}{n}$, iar $\overline{ac}=P_a\cdot\frac{T}{n}$, adică ecuaţia (1) este satisfăcută, ΔQ_1 reprezentînd cantitatea de căldură acumulată în cuptor la sfîrşitul intervalului de timp $\frac{T}{n}$.

Luînd în prelungirea lui $\overline{cb}$ din nou pe $\overline{be}=\overline{OP_a}$ se obţine cantitatea de căldură dezvoltată în intervalul de timp următor; această căldură se regăseşte în $\Delta Q_2=\overline{gj_1}$ şi $q_2=\overline{fg}$. Urmînd procedeul se poate determina temperatura în cuptor la sfîrşitul fiecărui interval de timp, şi deci se poate trasa mersul în timp al temperaturii cuptorului, respectiv se poate determina timpul de încălzire al cuptorului la temperatura τ_f, t_a.

Se observă că locul geometric al punctelor a este curba $Q+P_a$, prin urmare se poate uşura construcţia dacă se trasează de la început această curbă.

Asemenea curbe se pot trasa pentru diferiţi P, obţinîndu-se astfel o curbă $t=f(P)$, ca în fig. 1, de unde se poate determina P necesar.

In cazul că în cursul încălzirii starea de agregare a materialului din cuptor suferă schimbări, metoda indicată devine greoaie, din cauza porţiunilor perpendiculare pe axe ale curbei $Q=f(\tau)$.

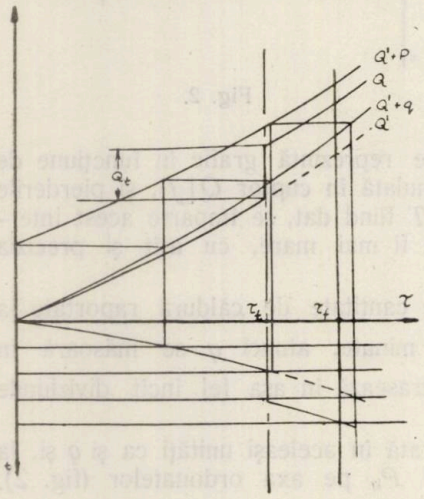


Fig. 3.

Metoda poate fi utilizată şi în acest caz cu o mică completare.

In fig. 3 este trasată variaţia cu temperatura a căldurii conţinute în cuptor. La temperatura τ_t are loc topirea materialului, temperatura nu variază, în schimb materialul absoarbe căldura de topire Q_t. După terminarea topirii temperatura continuă să crească.

Se trasează curba $Q'=f(\tau)$, Q' fiind egală cu Q pentru $\tau<\tau_t$ şi $Q'=Q-Q_t$ pentru $\tau>\tau_t$. Curba $Q'=f(\tau)$ este continuă.

Se trasează şi curbele $Q'+q=f(\tau)$ şi $Q'+P=f(\tau)$, cu ajutorul cărora se ridică curba $\tau'=f(t)$ în mod obişnuit.

Pentru $\tau<\tau_t$, curba reală $\tau=f(t)$ se confundă cu curba $\tau'=f(t)$; pentru $\tau>\tau_t$, curba reală $\tau=f(t)$ se obţine deplasînd curba $\tau'=f(t)$ cu timpul

$$T_t=\frac{Q_t}{P-q_t}$$

în sensul pozitiv al axei timpului, q_t fiind pierderile de căldură, constante, din cursul topirii.

In continuare se procedează ca mai sus.

Metoda prezentată permite obţinerea familiei de curbe $\tau = f(t)$ pentru diferite puteri de alimentare.

γ. O metodă analoagă cu cea prezentată mai sus, care însă prezintă comoditate din punctul de vedere al calculului grafic, este următoarea:

Se trasează curba $q = f(Q+q)$, q fiind de asemenea măsurat în cantitate de căldură în timpul $\frac{T}{n}$ (fig. 4). Fie $l_{[cm]} \div 1 \left[\frac{J}{T/n}\right]$ scara ordonatelor şi $m_{[cm]} \div 1\,[J]$ scara absciselor. Se admite puterea P_a, care se măsoară pe axa ordonatelor; din punctul P_a se duce dreapta $P_a a$, înclinată faţă de axa ordonatelor cu unghiul $\alpha = \text{arc tg}\left(\frac{m}{l}\right)$ (fig. 4). Segmentul $\overline{Oa}$ reprezintă căldura dezvoltată în intervalul de timp $\frac{T}{n}$ în cuptor. Admitem ca pierderi medii în intervalul $\frac{T}{n}$ valoarea lor de la sfîrşitul intervalului, egală cu $\overline{ab}$; aceste pierderi medii înmulţite cu $\frac{T}{n}$, deci căldura pierdută în intervalul de timp $\frac{T}{n}$ se măsoară prin segmentul $\overline{ad} = \overline{ab}\,\text{tg}\,\alpha$; cu o bună aproximaţie punctul d poate fi considerat ca piciorul perpendicularei din c pe axa absciselor, c fiind intersecţia dreptei $P_a a$ cu curba $q = f(Q+q)$.

Rezultă că în primul interval de timp $\frac{T}{n}$ în cuptor se acumulează cantitatea de căldură $\overline{Od}$.

Dacă se ia $\overline{de} = \overline{OP_a}$ (fig. 4) printr-un raţionament asemănător se ajunge la concluzia că în următorul interval de timp $\frac{T}{n}$ se acumulează în cuptor o nouă cantitate de căldură, egală cu $\overline{dg}$, şi aşa mai departe, deci se trasa curba $Q = f(t)$, respectiv se poate deduce timpul t_a.

Procedînd analog cu o altă valoare admisă pentru putere se poate determina curba $t = f(P)$, respectiv se poate deduce puterea necesară ca în fig. 1.

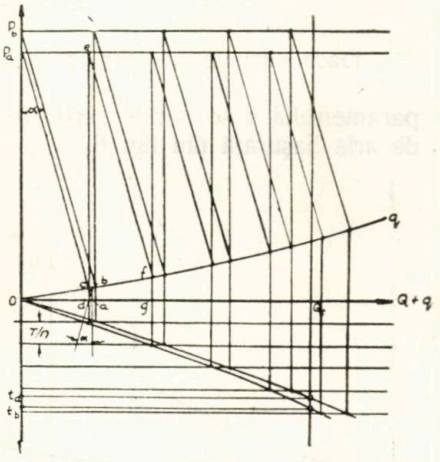


Fig. 4.

Ultima metodă are avantajul faţă de cea prezentată anterior că locul geometric al punctelor e este o dreaptă, mai uşor de trasat decît curba $Q+P$.

In plus, ea poate fi folosită fără nici o modificare şi în cazul cînd în cursul procesului de încălzire au loc în cuptor schimbări de stare de agregaţie.

Metoda permite obţinerea familiei de curbe $Q = f(t)$ pentru diferite puteri de alimentare în partea inferioară a desenului.

Metodele pentru trasarea curbei de variaţie în timp a temperaturii sau a căldurii conţinute în cuptor, prezentate sub punctul 2b pot fi uşor aplicate şi atunci cînd puterea de alimentare nu mai este constantă ci are o variaţie

oarecare, cunoscută, cu temperatura. In acest caz se trasează variația reală a curbei $Q'+P=f(\tau)$ (fig. 2), sau $P=f(Q+q)$ (fig. 4).

c) In fine o altă metodă de determinare a lui P necesar se bazează pe faptul că la cuptoarele studiate,

$$q \leqslant q_f \ll P. \tag{7}$$

Atunci ecuația (4) se poate scrie:

$$T=\frac{1}{F}\int_0^{Q_f}\frac{dQ}{1-\frac{q}{P}}=\frac{1}{P}\int_0^{Q_f}\left(1+\frac{q}{P}+\frac{q^2}{P^2}+\ldots\right)dQ. \tag{8}$$

Limitîndu-ne la primii doi termeni, în baza relației (7), (8) se poate scrie:

$$T=\frac{Q_f}{P}+\frac{1}{P^2}\int_0^{Q_f} qdQ \tag{9}$$

de unde:

$$P=\frac{Q_f+\sqrt{Q_f^2+4T\int_0^{Q_f} qdQ}}{2T}. \tag{10}$$

Dacă curbele $Q=f(\tau)$ și $q=f(\tau)$ sînt de forma din fig. 5 prin eliminarea parametrului τ se obține curba $q=f(Q)$ (fig. 6); integrala $\int_0^{Q_f} qdQ$ este redată de aria haşurată din fig. 6.

Puterea calculată cu expresia (10) este mai mică decît cea real necesară. Rezultă că timpul de încălzire va fi mai lung decit cel impus.

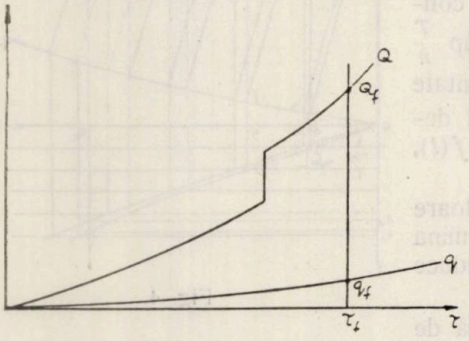


Fig. 5.

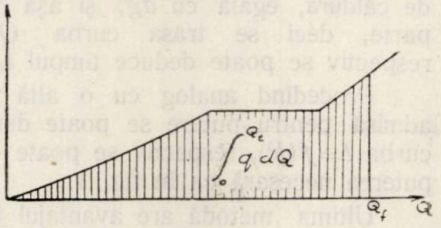


Fig. 6.

Pentru a calcula diferența de timp, se procedează în felul următor:

Fie P' valoarea reală necesară a puterii; ea este dată de relația (8). Valoarea calculată a puterii fiind P [relațiile (9) și (10)], timpul de încălzire cu puterea P este

$$T'=\frac{1}{P}\int_0^{Q_f}\left(1+\frac{q}{P}+\frac{q^2}{P^2}+\ldots\right)dQ.$$

Diferenţa de timp este:

$$\Delta T = T' - T = \frac{1}{P}\int_0^{Q_f}\left(\frac{q^2}{P^2} + \frac{q^3}{P^3} + \ldots\right)dQ.$$

Intrucît

$$q < q_f$$

$$\Delta T < \frac{1}{P}\int_0^{Q_f}\left(\frac{q_f^2}{P^2} + \frac{q_f^3}{P^3} + \ldots\right)dQ = \frac{1}{P}\frac{q_f^2}{P^2}\left(1 + \frac{q_f}{P} + \frac{q_f^2}{P^2} + \ldots\right)Q_f,$$

sau

$$\Delta T < \left(\frac{q_f}{P}\right)^2 \frac{1}{1-\frac{q_f}{P}}\frac{Q_f}{P} \tag{11}$$

eroarea relativă

$$\varepsilon = \frac{\Delta T}{T} < \left(\frac{q_f}{P}\right)^2 \frac{1}{1-\frac{q_f}{P}}\frac{Q_f}{P} \cdot \frac{1}{\frac{Q_f}{P} + \frac{1}{P^2}\int_0^{Q_f} q\,dQ} < \left(\frac{q_f}{P}\right)^2 \frac{1}{1-\frac{q_f}{P}}\frac{Q_f}{P}\frac{1}{\frac{Q_f}{P}}$$

adică

$$\varepsilon < \left(\frac{q_f}{P}\right)^2 \frac{1}{1-\frac{q_f}{P}}. \tag{12}$$

Dacă de exemplu $\frac{q_f}{P} = 0{,}2$, eroarea este sub 0,05 sau 5%, ceea ce este întotdeauna admisibil în astfel de cazuri.

3. *Exemplu numeric.* Trebuie determinată puterea necesară pentru a încălzi la temperatura de 1 200°C cantitatea de 100 kg cupru în decurs de 25 minute. Dimensiunile cuptorului fiind alese, rezultă următoarele curbe de variaţie a căldurii acumulate şi a pierderilor de căldură în funcţiune de temperatură:

T—1

τ [°C]	200	400	600	800	1 000	1 083 s*)	1 083 l*)	1 200
Q [kJ]	11 380	23 820	37 200	51 150	65 900	72 900	93 600	102 200
q [kW]	0,83	1,96	3,6	5,58	8,91	10,34	10,34	12,9

*) (s = solid ; l = lichid).

Metoda 2bα. Relaţia (3) dă, $P = \frac{102\,200}{25.60} + \frac{12,9}{2} = 74,65$ kW. Se completează tabloul T—2.

T—2

τ [°C]	0	200	400	600	800	1 000	1 083 s	1 083 l	1 200
ΔQ [kJ]	11 380	12 440	13 380	13 950	14 750	7 000	20 700		8 600
q_m [kW]	0,415	1,4	2,78	4,59	7,25	9,625	10,34		11,62
$P_a = 65$ kW				$t_a = 1\,740$ s→29 min					
$P_a - q_m$	64,585	63,6	62,22	60,41	57,75	55,375	54,66		53,38
$\Delta Q/(P-q_m)$	176,2	195,6	215	231,2	255,5	126,5	378,5		161,2
$P_b = 70$ kW				$t_b = 1\,603$ s→26,75 min					
$P_b - q_m$	69,585	63,6	67,22	65,41	62,75	60,375	59,66		58,38
$\Delta Q/(P-q_m)$	163,4	181,2	199	213,5	235	116	347		147,5
$P_c = 75$ kW				$t_c = 1\,486$ s→24,78 min					
$P_c - q_m$	74,585	73,6	72,22	70,41	67,75	65,375	64,66		63,38
$\Delta Q/(P-q_m)$	152,3	169	185,1	198,2	217,8	107,2	320		135,9
$P_d = 80$ kW				$t_d = 1\,386$ s→23,1 min					
$P_d - q_m$	79,585	78,6	77,22	75,41	72,75	70,375	69,66		68,38
$\Delta Q/(P-q_m)$	143	158,2	173,3	185,1	203	99,5	297,5		125,9
$P_e = 85$ kW				$t_e = 1\,297$ s→21,6 min					
$P_e - q_m$	84,585	83,6	82,22	80,41	77,75	75,375	74,66		73,38
$\Delta Q/(P-q_m)$	134,4	148,8	163	173,6	189,8	93	277		117,2

Curbele $t=f(P)$ şi $t=T$ din fig. 7 dau: $P=74{,}7$ kW.

M e t o d a 2bβ. Fie $n=5$, deci $\frac{T}{n}=$ $=\frac{1\,500}{5}=300$ s$\rightarrow$6 min. Rezultă datele din tabloul (T—3), cu ajutorul cărora s-au trasat în fig. 8 curbele q, $(Q+q)$ şi $(Q+P)$ funcţiuni de temperatură.

Pentru P s-au ales valorile:

$P_a=65$ kW (19 500 kJ/5 min);

$P_b=70$ kW (21 000 kJ/5 min);

$P_c=75$ kW (22 500 kJ/5 min);

$P_d=80$ kW (24 000 kJ/5 min);

$P_e=85$ kW (25 500 kJ/5 min); aceleaşi ca în calculul precedent.

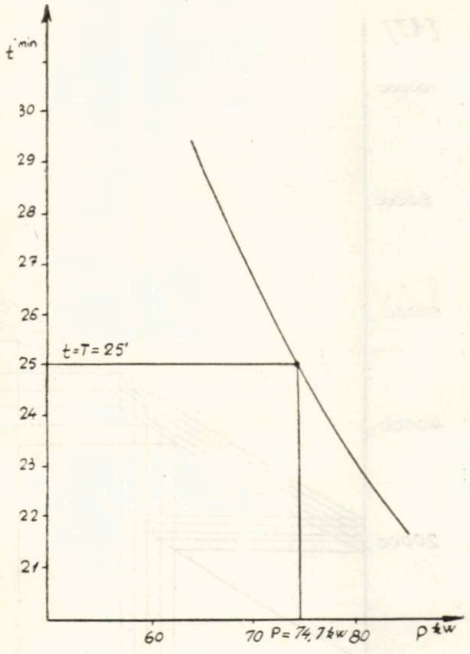


Fig. 7.

T—3

τ	°C	0	200	400	600	800	1 000	1 083		1 200
								s	l	
Q	kJ	0	11 380	23 820	37 200	51 150	65 900	72 900	93 600	102 200
q	kJ/5 min	0	249	588	1 080	1 673	2 670	3 100		3 870
Q'	kJ	0	11 380	23 820	37 200	51 150	65 900	72 900		81 500
$Q+q$	kJ	0	11 629	24 408	38 280	52 823	68 570	76 000	96 700	106 070
$Q'+q$	kJ	0	11 629	24 408	38 280	52 823	68 570	76 000		85 370
$Q'+P_a$	kJ	19 500	30 880	43 320	56 700	70 650	85 400	92 400		101 000
$Q'+P_b$		21 000	32 380	44 820	58 200	72 150	86 900	93 900		102 500
$Q'+P_c$		22 500	33 880	46 320	59 700	73 650	88 400	95 400		104 000
$Q'+P_d$		24 000	35 380	47 820	61 200	75 150	89 900	96 900		105 500
$Q'+P_e$		25 500	36 880	49 320	63 700	76 650	91 400	98 400		107 000

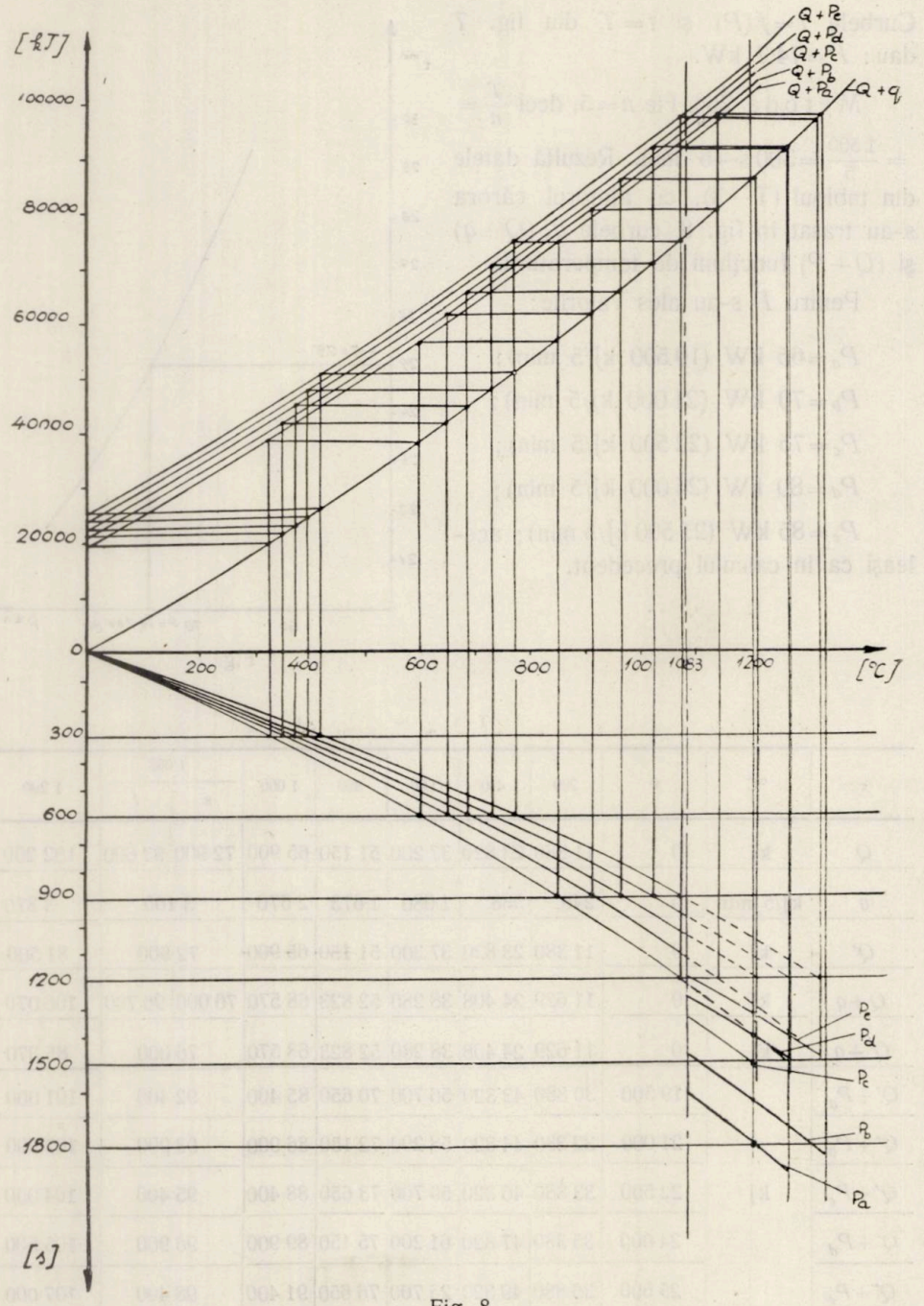

[kJ]
100000
80000
60000
40000
20000
0
200
400
600
800
100
1063
1200
[°C]
300
600
900
1200
1500
1800
[s]
Q + Pe
Q + Pd
Q + Pc
Q + Pb
Q + Pa
Q + q
Pe
Pd
Pc
Pb
Pa

Fig. 8.

S-au efectuat calculele grafice din fig. 8, ţinîndu-se seama de timpul adiţional de topire:

$$T_{ta} = \frac{20\,700}{65-10{,}34} = 388 \text{ s}$$

$$T_{tb} = \frac{20\,700}{70-10{,}34} = 347 \text{ s}$$

$$T_{tc} = \frac{20\,700}{75-10{,}34} = 320 \text{ s}$$

$$T_{td} = \frac{20\,700}{80-10{,}34} = 297 \text{ s}$$

$$T_{te} = \frac{20\,700}{85-10{,}34} = 277 \text{ s}$$

şi se găseşte:

$t_a = 29{,}8$ min

$t_b = 27{,}3$ min

$t_c = 25$ min

$t_d = 23{,}5$ min

$t_e = 22{,}1$ min

cu care se trasează curbele $t = f(P)$ şi $t = 25$ min (fig. 9), determinîndu-se $P = 75$ kW.

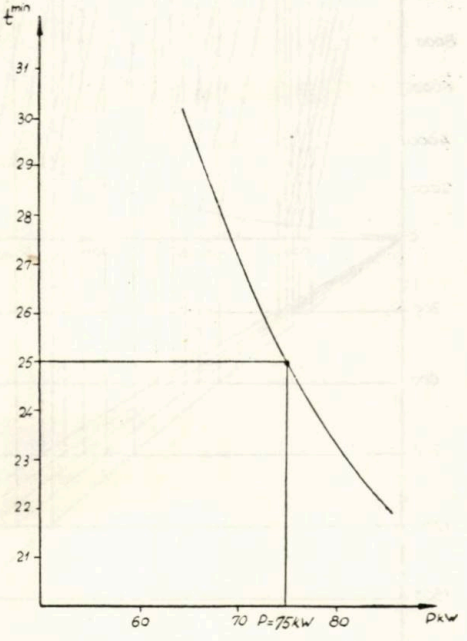


Fig. 9.

Metoda 2bγ. Cu datele din tabloul T—3 s-au efectuat calculele grafice din fig. 10, obţinîndu-se:

$t_a = 30{,}5$ min

$t_b = 27{,}5$ min

$t_c = 25{,}4$ min

$t_d = 23{,}8$ min

$t_e = 22{,}3$ min

pentru aceleaşi puteri ca mai sus.

Din curbele $t = f(P)$ şi $t = 25$ min (fig. 11) se determină $P = 76$ kW.

Pentru comparaţie s-au trasat în fig. 12 toate trei curbele din fig. 7, fig. 9 şi fig. 11.

Metoda 2c. Se integrează aria cuprinsă sub curba $q = f(Q)$ (fig. 13) găsindu-se:

$$\int_0^{Q_f} q\,dQ = 605\,000 \text{ kW}^2 \cdot \text{s}.$$

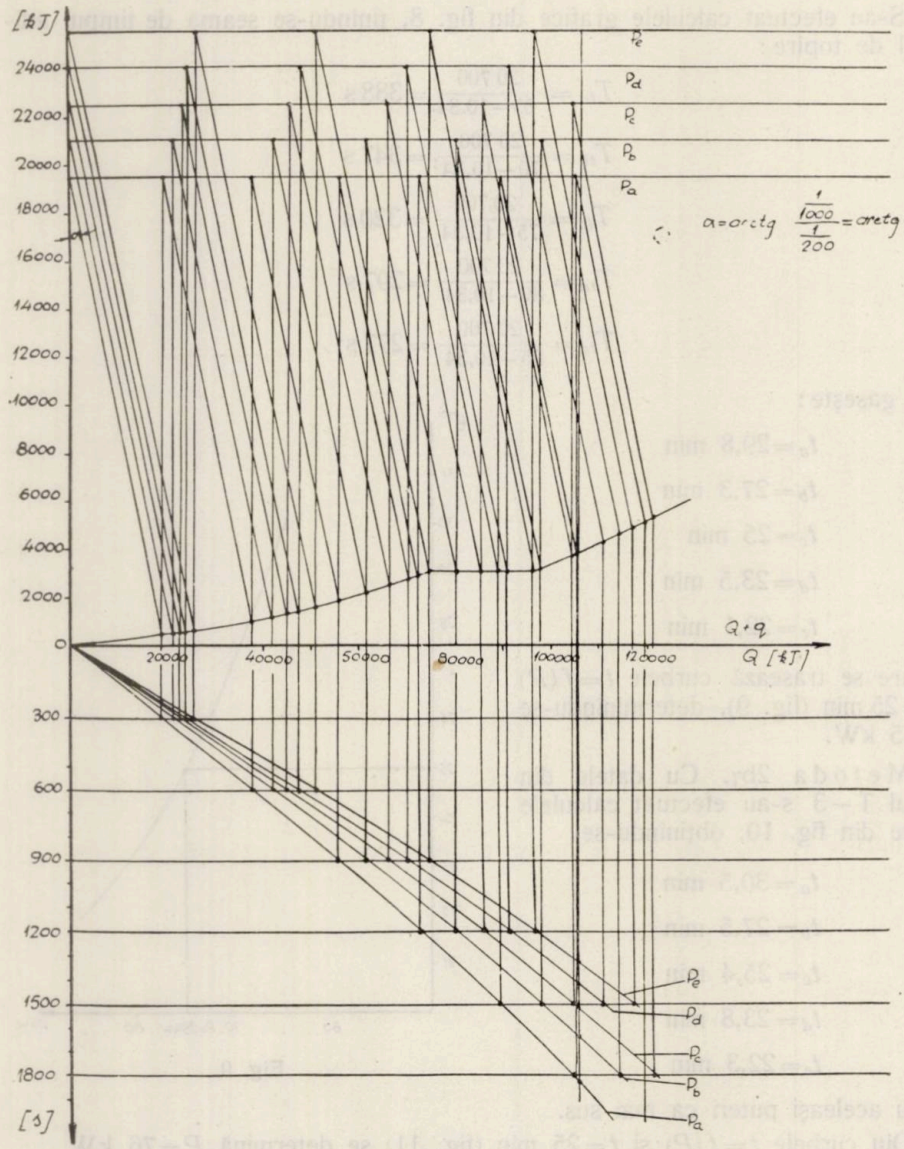


Fig. 10.

Aplicînd relaţia (10) se obţine

$$P = \frac{102\,200 + \sqrt{102\,200^2 + 4 \cdot 1\,500 \cdot 605\,000}}{2 \cdot 1\,500} = 73{,}7 \text{ kW}.$$

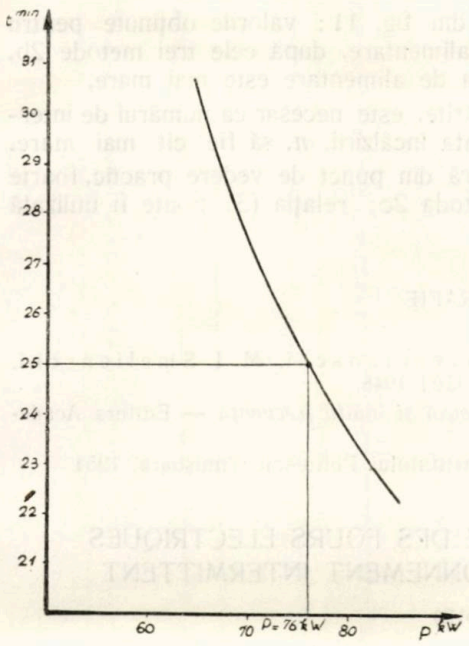


Fig. 11.

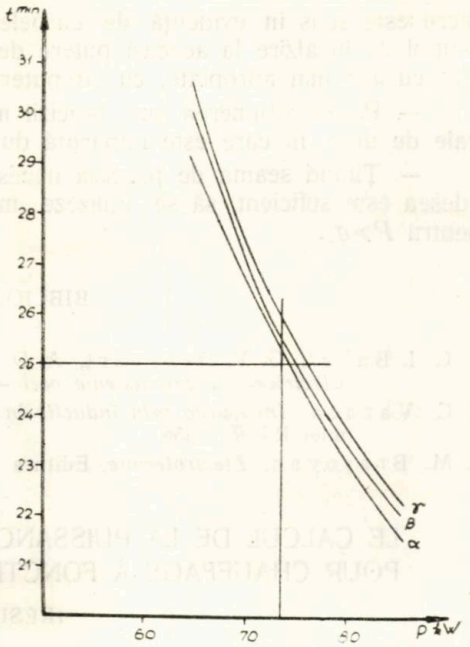


Fig. 12.

Eroarea [relația (12)]

$$\varepsilon < \left(\frac{12,9}{73,7}\right)^2 \frac{1}{1-\frac{12,9}{73,7}} = 0,0\,372,$$

adică timpul de încălzire este cuprins între 25 minute și $1,0\,372.25 \cong 26$ min.

Intr-adevăr, purtînd valoarea de $P=73,7$ kW în fig. 12, se obține, după oricare din cele trei curbe, valori ale timpului de încălzire cuprinse între 25 și 26 minute.

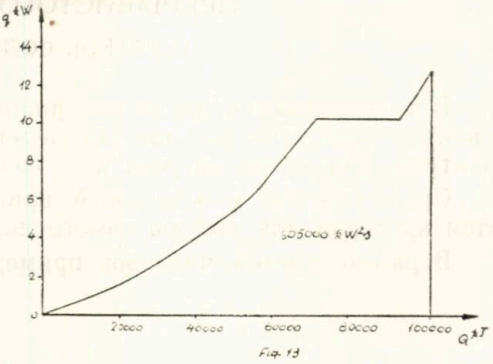


Fig. 13.

CONCLUZII

Exemplul numeric scoate în evidență următoarele:

— Metodele grafice 2bβ și 2bγ prezintă exactitate suficientă. Precizia obținută utilizînd aceste metode este evident cu atît mai mare, cu cît curbele de bază sînt mai apropiate de linia dreaptă.

— Cu cît puterea de alimentare care rezultă din calcule este mai mare în raport cu pierderile de căldură, cu atît rezultatele sînt mai exacte. Acest

lucru este scos în evidenţă de curbele din fig. 11: valorile obţinute pentru timpul de încălzire la aceeaşi putere de alimentare, după cele trei metode 2b, sînt cu atît mai apropiate, cu cît puterea de alimentare este mai mare.

— Pentru obţinerea unei precizii mărite, este necesar ca numărul de intervale de timp în care este împărţită durata încălzirii, n, să fie cît mai mare.

— Ţinînd seama de precizia necesară din punct de vedere practic, foarte adesea este suficient să se utilizeze metoda 2c; relaţia (3) poate fi utilizată pentru $P \gg q_f$.

BIBLIOGRAFIE

1. G. I. Babat, G. V. Derşvarţ, A. D. Svencianschi, M. I. Smelienschi, *Electriceschie promişlenie peci* — GEI 1948.
2 C. Vazaca, *Încălzirea prin inducţie în joasă şi înaltă frecvenţă* — Editura Academiei R.P R., 1956.
3. M. Braşovan, *Electrotermie,* Editura Institutului Politehnic Timişoara, 1954.

LE CALCUL DE LA PUISSANCE DES FOURS ÉLECTRIQUES POUR CHAUFFAGE À FONCTIONNEMENT INTERMITTENT

(RÉSUMÉ)

Le travail présente des méthodes analytiques, graphiques et graphoanalytiques pour la détermination de la puissance nécessaire aux fours électriques à fonctionnement intermitent. On compare les méthodes présentées et on établit les criteriums pour le choix de la méthode la plus indiquée. L'étude est accompagnée par un exemple numérique.

РАСЧЕТ МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЕЧЕЙ НАГРЕВА ПРЕРЫВИСТОГО ДЕЙСТВИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе даются некоторые аналитические, графические и графоаналитические методы для определения мощности необходимой для электрических печей нагрева прерывистого действия.

Сравниваются между собой приведенные методы и устанавливаются критерии для выбора самого подходящего метода.

В работе дается числовой пример.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

CONTRIBUŢII LA PROBLEMA RAPORTULUI DE SCURTCIRCUIT Ă SURSELOR PENTRU SUDARE

DE

V. MICLOSI şi I. NOVAC

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

1. Pe măsura dezvoltării procedeelor tehnologice de sudare cu arcul electric şi a creierii unor electrozi de tip special, sursele de curent au trebuit să se adapteze unor condiţiuni noi.

În acest sens, apariţia electrozilor cu conţinut redus de hidrogen, a electrozilor cu penetraţie mare şi a electrozilor pentru sudarea în poziţie a reclamat surse de curent capabile să întreţină stabil un arc cît mai scurt posibil, deci un arc cu tensiunea cît mai mică.

Numeroase încercări experimentale au arătat că, la un electrod dat, tensiunea minimă a arcului ce arde încă stabil, este funcţiune de raportul dintre valoarea maximă a curentului de scurtcircuit şi valoarea curentului de sudare (raport de scurtcircuit).

În cadrul acestei lucrări, autorii dezvoltă unele consideraţiuni în problema raportului de scurtcircuit şi prezintă o soluţie încercată experimental, în vederea obţinerii unei surse de curent alternativ cu caracteristică dură (raport de scurtcircuit mare).

2. Să considerăm caracteristica exterioară din fig. 1 a unei surse de curent continuu sau alternativ.

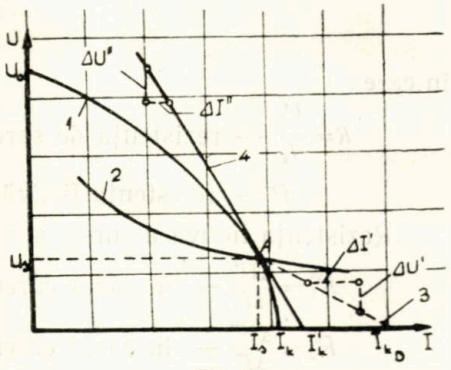


Fig. 1.

În cazul curentului continuu caracteristica exterioară dinamică [$U=f(I)$ în regim tranzitoriu] diferă mult de caracteristica exterioară statică.

În această situaţie raportul de scurtcircuit este :

$$\varepsilon_C = \frac{I_{k_D}}{I_s} \tag{1}$$

în care :

I_s este curentul de sudare (determinat de intersecţia caracteristicei exterioare *1* cu caracteristica *2* a arcului);

I_{k_D} — curentul de scurtcircuit în regim dinamic (determinat de intersecţia liniei rezistenţei fictive *3* cu axa absciselor).

În cazul curentului alternativ, caracteristica exterioară dinamică practic se suprapune pe caracteristica exterioară statică.

În consecinţă, raportul de scurtcircuit corespunzător punctului de funcţionare *A* este :

$$\varepsilon_a = \frac{I_k}{I_s} \cong \frac{I'_k}{I_s} \tag{2}$$

în care :

I_k este curentul de scurtcircuit (determinat de intersecţia caracteristicei exterioare cu axa absciselor);

I'_k — curent determinat de intersecţia tangentei în punctul *A* la caracteristica exterioară, cu axa absciselor.

3. Pentru a putea urmări factorii care influenţează mărimea raportului de scurtcircuit (ε) autorii au determinat expresia lui în ipoteza înlocuirii caracteristicii exterioare prin tangenta în punctul de funcţionare pentru cazul curentului alternativ, respectiv prin linia rezistenţei fictive pentru cazul curentului continuu.

Cu aceste simplificări expresia obţinută este :

$$\varepsilon = 1 + \frac{R}{R^x} \tag{3}$$

în care :

$R = \frac{U_s}{I_s}$ — rezistenţa de sarcină;

R^x — rezistenţa fictivă a sursei.

Rezistenţa fictivă a sursei are valoarea :

$R_1^x = \frac{\Delta U'}{\Delta I'}$ — în cazul curentului continuu (4);

$R_2^x = \frac{\Delta U''}{\Delta I''}$ — în cazul curentului alternativ (5).

În fig. 2 este reprezentată variaţia raportului de scurtcircuit în funcţie de rezistenţa fictivă a instalaţiei. Parametrul curbelor este rezistenţa de sarcină.

Pe baza relaţiei (3) se poate vedea că raportul de scurtcircuit depinde atît de caracteristicile sursei (rezistenţa fictivă), cît şi de parametrii procesului de sudare (curent şi tensiune de sudare).

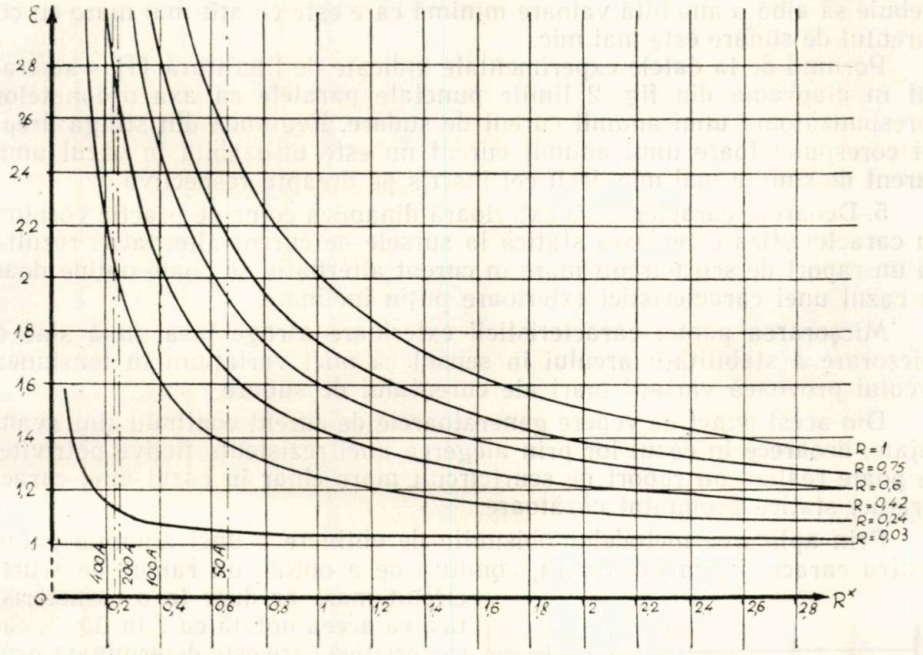


Fig. 2.

Analiza fig. 2 ne permite să tragem concluzia că pentru realizarea unui anumit raport de scurtcircuit, rezistenţa fictivă a instalaţiei trebuie să fie cu atît mai mică cu cît curentul de sudare este mai mare şi cu cît tensiunea arcului este mai mică.

De asemenea se vede că în cazul unei instalaţii date, raportul de scurtcircuit care se obţine scade prin mărirea curentului de sudare şi micşorarea tensiunii arcului.

Mărirea raportului de scurtcircuit se realizează din punctul de vedere al sursei, prin micşorarea rezistenţei fictive. Această micşorare este deosebit de eficace, după cum rezultă din fig. 2, pentru $R^x < 0{,}4—1\,\Omega$. Limita inferioară se referă la valori mici ale rezistenţei de sarcină, iar limita superioară la valori mari ale acestei rezistenţe.

4. Cu ajutorul diagramei din fig. 2 se poate determina fiecare mărime din grupul ε, R, R^x dacă se dau celelalte două.

Menţionăm însă că nu orice combinaţie de valori determinată din fig. 2 pentru mărimile de mai sus este acceptabilă din punctul de vedere al procesului de sudare.

Limitarea punctului utilizabil al diagramei se face avîndu-se în vedere următoarele considerente :

Pentru a asigura o uşoară aprindere a arcului şi o ardere stabilă la tensiuni normale, rezistenţa fictivă a generatoarelor de curent continuu trebuie să aibă o anumită valoare minimă care este cu atît mai mare cu cît curentul de sudare este mai mic.

Pornind de la datele experimentale indicate de literatură [1] s-au trasat în diagrama din fig. 2 liniile punctate paralele cu axa ordonatelor corespunzătoare unui anumit curent de sudare. Regiunea din stînga dreptei corespunzătoare unui anumit curent nu este utilizabilă în cazul unui curent de sudare mai mic decît cel înscris pe dreapta respectivă.

5. Deoarece caracteristica exterioară dinamică coincide practic vorbind cu caracteristica exterioară statică la sursele de curent alternativ, rezultă că un raport de scurtcircuit mare în curent alternativ se poate obţine doar în cazul unei caracteristici exterioare puţin înclinate.

Micşorarea pantei caracteristicii exterioare atrage însă după sine o micşorare a stabilităţii arcului în sensul că mici variaţiuni în tensiunea arcului provoacă variaţii mari ale curentului de sudare.

Din acest punct de vedere generatoarele de curent continuu sînt avantajate, deoarece în cazul lor prin alegerea unei rezistenţe fictive potrivite, se poate realiza un raport de scurtcircuit mare chiar în cazul unei caracteristici statice pronunţat căzătoare.

Prin aplicarea metodelor obişnuite de obţinere a unei anumite pante pentru caracteristica exterioară, condiţia de a obţine un raport de scurtcircuit mare ar duce la o caracteristică ca aceea notată cu *1* în fig. 3, caracteristică care este determinată prin condiţiile ca ea să treacă prin punctul *A*, iar curentul de scurtcircuit să obţină valoarea I'_k.

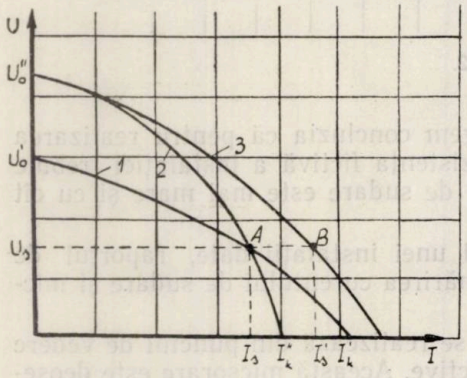


Fig. 3.

Pentru comparaţie s-a trasat în aceeaşi figură şi caracteristica exterioară normală *2*.

Din fig. 3 rezultă că tensiunea de mers în gol U'_0, corespunzătoare caracteristicii *1* trebuie să fie mai mică decît cea normală U''_0.

Micşorarea pantei caracteristicii exterioare fără reducerea tensiunii de mers în gol ar duce la caracteristica *3*. Cu instalaţia avînd această caracteristică nu se poate însă suda respectîndu-se parametrii impuşi U_s şi I_s.

Reducerea peste o anumită limită a tensiunii de mers în gol nu este însă acceptabilă din punctul de vedere al aprinderii arcului.

6. Pentru determinarea raportului maxim de scurtcircuit ce se poate obţine de la o sursă de curent alternativ avînd o caracteristică exterioară de forma clasică, autorii propun o metodă descrisă în cele ce urmează :

În cazul surselor de curent alternativ a căror schemă echivalentă simplificată se poate reduce la circuitul cu elemente liniare indicat în fig. 4 (r — rezistența sursei; X — reactanța sursei) raportul de scurtcircuit se determină cu expresia:

$$\varepsilon = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-(1+2\alpha)}} \qquad (6)$$

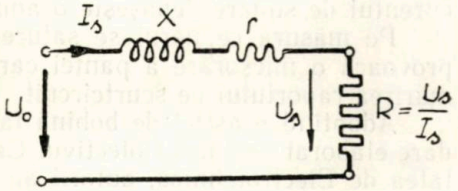


Fig. 4.

în care:

$$\beta = \frac{U_0}{U_s}$$

$$\alpha = \frac{rI_s}{U_s}.$$

În cadranul *II* al aceleiași figuri sînt trasate curbele determinate de rametrul curbelor.

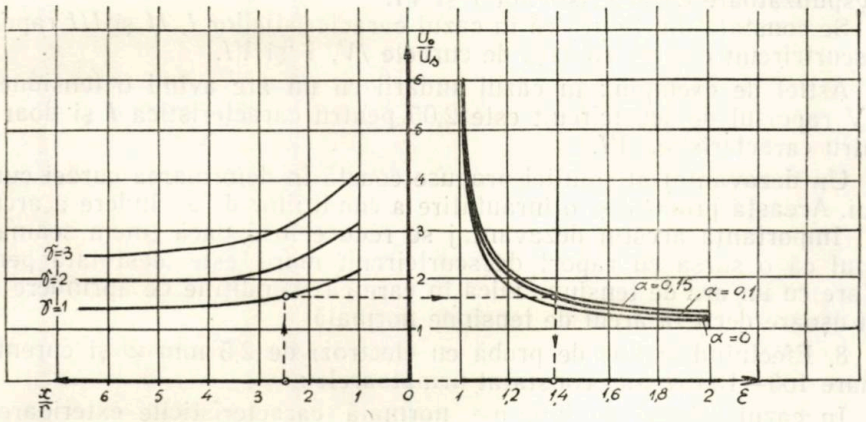


Fig. 5.

În cadranul *II* al aceleiași figuri sînt trasate curbele determinate de către Paton și Lebedev [2] pentru valoarea minimă admisibilă a lui $\beta = \frac{U_0}{U_s}$ în funcțiune de raportul $\frac{X}{r}$. Parametrul curbelor este raportul între tensiunea de aprindere și aceea de ardere a arcului (γ).

Pentru un raport $\frac{X}{r}$ dat, precum și pentru o valoare cunoscută a parametrilor γ și α se poate determina valoarea maximă a raportului de scurtcircuit urmînd procedeul indicat în figură.

Avîndu-se în vedere că de obicei $\frac{X}{r} > 3$; $\gamma = 1{,}5 \div 2$ și $\alpha = 0{,}1 \div 0{,}2$, valoarea maximă a raportului de scurtcircuit ce se poate obține cu o asemenea sursă este cuprinsă între limitele 1,4÷1,6.

Obţinerea unei valori superioare a acestor limite se poate realiza numai prin o modificare corespunzătoare a caracteristicii exterioare.

7. O soluţie pentru mărirea raportului de scurtcircuit, propusă de autori, constă în introducerea în circuitul de sudare a unei bobine cu miez feromagnetic astfel dimensionată încît fierul să se satureze atunci cînd curentul de sudare depăşeşte o anumită limită.

Pe măsură ce fierul se saturează, micşorarea inductivităţii bobinei provoacă o micşorare a pantei caracteristicii exterioare, ceea ce duce la mărirea raportului de scurtcircuit.

Adoptînd o astfel de bobină la convertizorul trimonofazat pentru sudare elaborat de către Colectivul Catedrei de Maşini Electrice de la Facultatea de Electrotehnică, autorii au obţinut rezultatele experimentale indicate în fig. 6.

Curbele *IV, V* şi *VI* corespund cazului cînd bobina din circuitul de sudare este nesaturată, iar curbele *I, II* şi *III* cazului cu bobina ce se saturează.

În figură sînt de asemenea trasate inducţiile din miezul feromagnetic corespunzătoare caracteristicilor *I* şi *VI*.

Se constată din figură că în cazul caracteristicilor *I, II* şi *III* raportul de scurtcircuit este mărit faţă de curbele *IV, V* şi *VI*.

Astfel de exemplu: în cazul sudării cu un arc avînd o tensiune de 27 V raportul de scurtcircuit este 2,05 pentru caracteristica *I* şi doar 1,5 pentru caracteristica *VI*.

Un dezavantaj al soluţiei propuse constă în deformarea curbei curentului. Aceasta produce şi o înrăutăţire a condiţiilor de aprindere a arcului [2]. Importanţa acestui dezavantaj se reduce însă dacă ţinem seama de faptul că o sursă cu raport de scurtcircuit mare este destinată pentru sudare cu un arc de tensiune mică în care caz condiţiile de aprindere sînt mai uşoare decît la arcul de tensiune normală.

8. Efectuînd suduri de probă cu electrozi de 2,5 mm ∅ şi curent de sudare 100—130 A s-au constatat următoarele:

În cazul arcului de lungime normală caracteristicile exterioare de tipul *IV—VI* asigură o ardere mai stabilă a arcului decît caracteristicile de tipul *I—III*.

În schimb, în cazul arcului scurt caracteristicile *I—III* sînt superioare.

De exemplu, sudînd cu un electrod de 2,5 mm şi cu caracteristica *I* arcul nu se stingea nici atunci cînd capătul învelişului electrodului, care era ţinut în poziţie verticală, atingea piesa de sudat.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Schimpke şi H. A. Horn, *Praktisches Handbuch der gesamten Schweisstechnik*, vol. II, Springer Verlag, 1950.

2. V. E. Paton şi V. K. Lebedev, *Elementi rascietov ţepi i aparatov peremenogo toca dlia dugovoi svarchi*, Editura Academiei U.R.S.S., Kiev, 1953.

3. C. H. Jennings, Caracteristica dinamică a generatoarelor pentru sudare, Weldung Journal, februarie 1951.

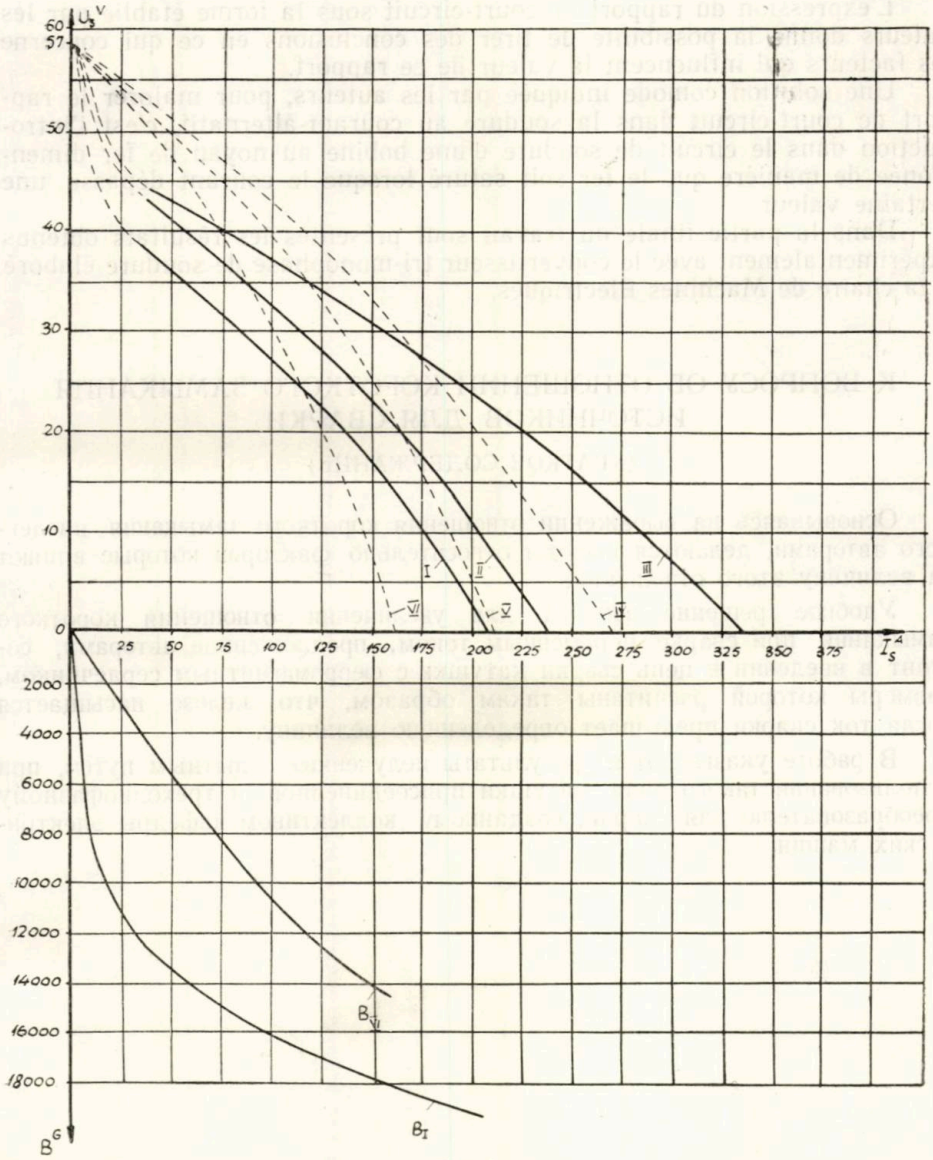

U_s V
60
57
50
40
30
20
10
0
25 50 75 100 125 150 175 200 225 250 275 300 325 350 375
I_s A
I
II
III
IV
V
VI
2000
4000
6000
8000
10000
12000
14000
16000
18000
B^G
B_{II}
B_I

Fig. 6.

CONTRIBUTIONS AU PROBLEME DU RAPPORT DE COURT-CIRCUIT DES SOURCES POUR LA SOUDURE

(RÉSUMÉ)

L'expression du rapport de court-circuit sous la forme établie par les auteurs donne la possibilité de tirer des conclusions en ce qui concerne les facteurs qui influencent la valeur de ce rapport.

Une solution comode indiquée par les auteurs, pour majorer le rapport de court-circuit dans la soudure au courant-alternatif, c'est l'introduction dans le circuit de soudure d'une bobine au noyau de fer dimensionée de manière que le fer soit saturé lorsque le courant dépasse une certaine valeur.

Dans la partie finale du travail sont présentés les résultats obtenus expérimentalement avec le convertisseur tri-monophasé de soudure élaboré à la chaire de Machines Électriques.

К ВОПРОСУ ОБ ОТНОШЕНИИ КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ СВАРКИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Основываясь на выражении отношения короткого замыкания введенного авторами, делаются выводы относительно факторов которые влияют на величину этого отношения.

Удобное решение вопроса для увеличения отношения короткого замыкания при сварке переменным током, предложенное авторами, состоит в введении в цепь сварки катушки с ферромагнитным сердечником, размеры которой расчитаны таким образом, что железо насыщается когда ток сварки превышает определенную величину.

В работе указываются результаты полученные опытным путем, при использовании такого рода катушки присоединенной к треходнофазному преобразователю для сварки, созданному коллективом кафедры электрических машин.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

DINAMICA ELECTROMAGNETULUI

DE

A. SEMLYÉN

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

PREZENTAREA PROBLEMEI

Regimul de mişcare al electromagnetului este un fenomen complex electromagnetic-mecanic, ce poate fi urmărit matematic cu ajutorul următoarelor ecuaţii diferenţiale:

$$u = ri + \frac{d\psi}{dt} \tag{1}$$

şi

$$-F_e + F_r = \frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right). \tag{2}$$

Relaţia (2) poate fi scrisă şi astfel:

$$-F_e + F_r = \frac{v^2}{2} \cdot \frac{dm}{dx} + mv\frac{dv}{dx} = \frac{v^2}{2} \cdot \frac{dm}{dx} + m\frac{dv}{dt}. \tag{2'}$$

In aceste relaţii (vezi fig. 1).

F_e — reprezintă forţa electromagnetică îndreptată în sensul atragerii armăturii,

F_r — forţa rezistentă ce se opune mişcării,

ψ — înlănţuirea,

m — masa redusă a părţilor în mişcare (m, x, v, etc. trebuiesc înţeleşi în sens lagrangeian, adică de exemplu în cazul unei mişcări de rotaţie, m este momentul de inerţie, x unghiul de rotaţie, iar v viteza unghiulară; dacă mişcarea este mai complexă, m va reprezenta o masă echivalentă (redusă), determinată astfel, încît $\frac{mv^2}{2}$ să reprezinte energia cinetică a tuturor părţilor mobile, v fiind viteza armăturii).

Dacă se consideră, ca o primă aproximaţie, fierul nesaturat, sau se neglijează reluctanţa circuitului feromagnetic în raport cu aceea a întrefierului, se poate scrie: $\psi = Li$. Această aproximaţie este cu totul admisibilă în tot timpul mişcării, pînă aproape de poziţia cînd armătura este atrasă. Eroarea care rezultă va fi deci foarte mică. Expresia forţei va fi

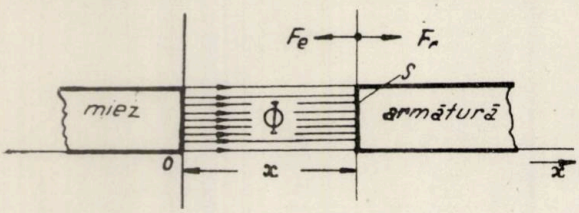


Fig. 1.

$$F_e = -\frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL}{dx}, \qquad (3)$$

iar relaţiile (1) şi (2′) iau forma:

$$u = ri + \frac{d}{dt}(Li) = ri + \frac{dL}{dt} i + L \frac{di}{dt} = \left(r + \frac{dL}{dx} \cdot v\right) i + L \frac{di}{dt} \qquad (4)$$

şi

$$\frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} + F_r = \frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \frac{v^2}{2} \cdot \frac{dm}{dx} + m \frac{dv}{dt}. \qquad (5)$$

Ele se completează cu relaţia:

$$v = \frac{dx}{dt}. \qquad (6)$$

Variabila independentă este t, x, v şi i sînt funcţii necunoscute ale variabilei t. Pentru determinarea lor servesc cele trei ecuaţii diferenţiale (4) (5) şi (6). Celelalte mărimi sînt funcţii cunoscute ale variabilelor t, x şi v, după cum urmează: $u = u(t)$, $r \cong \text{const}$, $L = L(x)$, $F_r = F_r(x, v)$, $m = m(x)$. Fiind acum precizate variabilele, vom nota, pentru simplificare, derivata în raport cu variabila de care depinde funcţia considerată cu semnul $'$. Astfel:

$$x' = \frac{dx}{dt}, \quad v' = \frac{dv}{dt}, \quad i' = \frac{di}{dt}, \quad L' = \frac{dL}{dx}, \quad m' = \frac{dm}{dx}.$$

In felul acesta relaţiile (4), (5) şi (6) se vor scrie:

$$u = (r + L'v) i + Li', \qquad (7)$$

$$\frac{1}{2} i^2 L' + F_r = \frac{v^2 m'}{2} + mv', \qquad (8)$$

şi

$$v = x'. \qquad (9)$$

In cadrul acestei lucrări ne propunem să examinăm posibilităţile de rezolvare ale relaţiilor (7), (8) şi (9), adică să studiem dinamica electromagnetului, în cazul general şi în diferite cazuri particulare. Inainte de a intra în detalii indicăm schema prezentării:

Cazul A: $u = \text{const}$.

Cazul B: $u = u_{max} \sin(\omega t + \alpha)$, adică $U = \text{const}$. (Electromagnetul se pune sub tensiune la $t = 0$).

Cazul C: $i=\text{const}$ sau $I=\text{const}$.

0. Cazul general.

1. Regim cuasistatic, $\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right)\cong 0$; $\frac{mv^2}{2}\cong 0$.

11. $m\cong 0$, $F_r=F_r(x)$.

111. $u=\text{const}$.

112. $U=\text{const}$ respectiv i sau $I=\text{const}$.

12. $v\cong 0$.

121. $F_r=F_r(x)$.

2. Regimul dinamic, $\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right)\neq 0$; $\frac{mv^2}{2}\neq 0$.

21. $v\cong 0$; $m\to\infty$.

22. $U=\text{const}$, viteza mică, $m'=0$, $F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)$.

23. i sau $I=\text{const}$, $m'=0$, $F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)$.

24. $r=0$, $F_e=\frac{1}{2w^2\mu_0 S}\psi^2$, $F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)-av$, $m'=0$.

241. $F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)$, adică $a=0$.

2411. $F_r=F_{r_1}$, adică $x_1=\infty$.

242. $F_r=-av$ $(F_{r_1}=0)$.

Explicațiile pentru înțelegerea schemei vor fi date la studiul fiecărui caz în parte.

Condițiile inițiale la rezolvarea ecuațiilor (7)... (9) sînt următoarele: armătura se pune în mișcare în momentul $t=t_0$; viteza corespunzătoare este $v_0=0$ iar distanța dintre poli x_0; $i=i_0$, unde i_0 rezultă din relația (8) la $v'=0$, adică $i_0=\sqrt{-\frac{2F_{r_0}}{L_0'}}$; $v_0'=0$; $L=L(x_0)=L_0$; $L'=L'(x_0)=L_0'$; $m=m(x_0)=m_0$; $m'=m'(x_0)=m_0'$; $F_r=F_r(x_0, v_0)=F_{r_0}$ și $u=u(t_0)=u_0$.

Prima problemă care se pune este aceea a determinării timpului necesar pentru ca să se stabilească, în urma introducerii bobinei electromagnetului în circuitul de alimentare (la $t=0$), valoarea

$$i_0=\pm\sqrt{-\frac{2F_{r_0}}{L_0'}} \tag{10}$$

a curentului, necesară pentru punerea armăturii în mișcare. In cazul A (tensiune la borne continuă și constantă), variația curentului în această perioadă preliminară este dată de relația

$$i=\frac{u}{r}\left(1-e^{-\frac{L_0't}{r}}\right).$$

Rezultă

$$t_0 = \frac{r}{L_0} \ln \frac{u}{u - i_0 r}. \tag{11}$$

In cazul B (tensiune la borne alternativă constantă, $u = u_{max} \sin(\omega t + \alpha)$) curentul are expresia

$$i = \frac{u_{max}}{\sqrt{r^2 + (\omega L_0)^2}} \left[\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi)\, e^{-\frac{L_0 t}{r}} \right], \tag{12}$$

unde

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega L_0}{r}.$$

Relaţia (12) ne permite să determinăm pe t_0 corespunzător primei valori $i = i_0$. Valoarea componentei aperiodice a curentului, dată de al doilea termen din paranteză, depinde de valoarea tensiunii în momentul conectării, deci de α. In majoritatea cazurilor este suficient să se considere următoarele două cazuri extreme:

— componenta aperiodică este nulă, $\sin(\alpha - \varphi) = 0$, $\alpha = \varphi$;

— componenta aperiodică este maximă, $\sin(\alpha - \varphi) = 1$, $\alpha = \varphi + \frac{\pi}{2}$.

Cazul C corespunde unui circuit de alimentare cu tensiune, rezistenţă şi inductivitate mare. Astfel, valoarea curentului este practic independentă de variaţia inductivităţii electromagnetului cu deplasarea armăturii. Se consideră valoarea curentului constantă (în raport cu x), adică în cazul curentului continuu $i = \text{const}$, iar în cazul curentului alternativ $I = \text{const}$. In cazul acesta, problema determinării timpului t_0 nu are sens.

După determinarea duratei t_0 a perioadei preliminare, se poate trece la integrarea ecuaţiilor mişcării. Intr-adevăr, se cunoaşte în felul acesta u_0, care în cazul B depinde de t_0 ($u_0 = u_{max} \sin(\omega t_0 + \alpha)$).

CAZUL GENERAL: METODA INTEGRARII NUMERICE

In cazul general ecuaţiile mişcării nu pot fi integrate pe cale analitică, ci numai prin integrare pas cu pas obţinînd valori numerice succesive (integrare numerică). Pentru efectuarea acestor operaţii relaţiile (7), (8) şi (9) se scriu astfel:

$$i' = \frac{u - (r + L'v)\, i}{L}, \tag{13}$$

$$v' = \frac{\frac{i^2 L'}{2} + F_r - \frac{v^2 m'}{2}}{m}, \tag{14}$$

$$x' = v. \tag{15}$$

Ele ne dau pentru $t=t_0$:

$$i'_0=\frac{u_0-i_0r}{L_0}, \tag{16}$$

$$v'_0=\frac{\frac{i_0^2L'_0}{2}+F_{r_0}}{m_0}=0, \tag{17}$$

$$x'_0=v_0=0. \tag{18}$$

Printr-o nouă derivare a relaţiilor (13), (14) şi (15) obţinem:

$$i''=\frac{u'-i'(r+L'v)-i(L''v^2+L'v')-i'L'v}{L}, \tag{19}$$

$$v''=\frac{\frac{i^2L''v}{2}+ii'L'+\frac{\partial F_r}{\partial x}v+\frac{\partial F_r}{\partial v}v'-\frac{m''v^3}{2}-2m'v'v}{m}, \tag{20}$$

$$x''=v', \tag{21}$$

iar la $t=t_0$:

$$i''_0=\frac{u'_0-i'_0r}{L_0}, \tag{22}$$

$$v''_0=\frac{i_0i'_0L'_0}{m_0}, \tag{23}$$

$$x''_0=0. \tag{24}$$

Prin dezvoltare în serie Taylor (ne limităm la primii trei termeni), se obţin noile valori ale variabilelor i, v şi x corespunzătoare momentului $t_1=t_0+\Delta t$:

$$i_1\cong i_0+\Delta t\cdot i'_0+\frac{\Delta t^2}{2}\cdot i''_0, \tag{25}$$

$$v_1\cong v_0+\Delta t\cdot v'_0+\frac{\Delta t^2}{2}v''_0=\frac{\Delta t^2}{2}\cdot\frac{i_0i'_0L'_0}{m_0}, \tag{26}$$

$$x_1\cong x_0+\Delta t\cdot x'_0+\frac{\Delta t^2}{2}\cdot x''_0=x_0. \tag{27}$$

Acestea fiind cunoscute se calculează:

$$i'_1=\frac{u_1-i_1(r+L'_1v_1)}{L_1}, \tag{28}$$

$$v'_1=\frac{\frac{i_1^2L'_1}{2}+F_{r_1}-\frac{v_1^2m'_1}{2}}{m_1}, \tag{29}$$

$$x'_1=v_1. \tag{30}$$

In felul acesta se cunosc toate mărimile cu indicele 0 şi 1. Mărimile cu indicele 2 se obţin pe baza relaţiilor:

$$i_2 \cong i_0 + 2\Delta t \cdot i_i', \tag{31}$$

$$v_2 \cong v_0 + 2\Delta t \cdot v_1' = 2\Delta t \cdot v_1' \tag{32}$$

$$x_2 \cong x_1 + \Delta t \frac{x_1' + x_2'}{2} = x_1 + \Delta t \frac{v_1 + v_2}{2}. \tag{33}$$

n general, în cazul unei variabile oarecare y vom avea:

$$y_{k+1} \cong y_{k-1} + 2\Delta t \cdot y_k'. \tag{34}$$

Intr-adevăr

$$y_{k+1} \cong y_k + \Delta t \cdot y_k' + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot y_k'', \tag{35}$$

iar

$$y_{k-1} \cong y_k - \Delta t \cdot y_k' + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot y_k''. \tag{36}$$

Relaţia (34) se obţine din scăderea ultimelor două relaţii. Se vede, că eroarea este cel mult de ordinul $\frac{\Delta t^3}{3} y_k'''$, deci mai mică decît în cazul cînd s-ar fi folosit relaţia (35) cu numai doi termeni în membrul drept.

Relaţiile (13), (14) şi (15) ne permit să determinăm acum derivatele i_2', v_2' şi x_2'. Valorile i_2, v_2, x_2, i_2', v_2' şi x_2' nu le considerăm însă definitive. Intr-adevăr, se obţin valori mai exacte pentru variabile, cu ajutorul relaţiilor:

$$i_2^* \cong i_1 + \Delta t \cdot \frac{i_1' + i_2'}{2}, \tag{37}$$

$$v_2^* \cong v_1 + \Delta t \cdot \frac{v_1' + v_2'}{2}, \tag{38}$$

$$x_2^* \cong x_1 + \Delta t \cdot \frac{v_1 + v_2^*}{2}. \tag{39}$$

In general

$$y_{k+1}^* \cong y_k + \Delta t \cdot \frac{y_k' + y_{k+1}'}{2}, \tag{40}$$

eroarea fiind cel mult de ordinul $\frac{\Delta t^3}{12} y_k'''$.

Remarcăm, că relaţia (33) cu care s-a calculat prima valoare pentru x_2 a avut deja structura relaţiei generale mai exacte (40).

Cu noile valori i_2^*, v_2^* şi x_2^* se recalculează derivatele lor, folosindu-se ecuaţiile diferenţiale (13), (14) şi (15). Aplicînd apoi din nou relaţia (40) se recalculează i_2^*, v_2^* şi x_2^* obţinînd noi valori i_2^{**}, v_2^{**}, x_2^{**}. In felul acesta prin aproximări succesive, se obţin valori care nu mai diferă decît insensibil de valorile anterioare. In tabele de calcul vor fi trecute în general cu cerneală numai aceste valori definite.

Pentru ca şirul de valori y_{k+1}, y^{*}_{k+1}, y^{**}_{k+1} etc. să fie convergent trebuie ca Δt să fie suficient de mic. Intr-adevăr, fie $y^{*}_{k+1}=y_{k+1}+C_0$ şi $y'=f(t, y, z, u, ...)$. Rezultă $y'^{*}_{k+1}=f(t_{k+1}, y_{k+1}+C_0, z_{k+1}, u_{k+1}, ...)\cong f(t_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1}, u_{k+1}, ...)+$

$+C_0\frac{\partial}{\partial y}f(t_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1}, u_{k+1}...)=y'_{k+1}+C_0 f'_{y\,(k+1)}$. Aşadar prima corecţie a derivatei este $C'_0=C_0 f'_{y\,(k+1)}$. Relaţia (40) ne dă cu noua valoare y^{*}_{k+1} a derivatei:

$$y^{**}_{k+1}\cong y_k+\Delta t\frac{y'_k+y'^{*}_{k+1}}{2}\cong y_k+\Delta t\frac{y'_k+y'_{k+1}}{2}+\frac{\Delta t}{2}C_0 f'_{y\,(k+1)}=y^{*}_{k+1}+$$

$$+\frac{\Delta t}{2}C_0 f'_{y\,(k+1)}=y^{*}_{k+1}+C_1,$$

unde

$$C_1=C_0\frac{\Delta t}{2}f'_{y\,(k+1)}. \tag{41}$$

Pentru ca $|C_1|<|C_0|$, trebuie deci ca $\left|\frac{\Delta t}{2}f'_{y\,(k+1)}\right|<1$, sau

$$\Delta t<\frac{2}{|f'_{y\,(k+1)}|}. \tag{42}$$

Este de dorit ca, pasul Δt să fie ales atît de mic, încît să ajungă o singură corecţie (C_0). In caz contrar se ajunge prea încet la rezultate suficient de exacte.

In cazul studiat se obţine din relaţiile (13), (14) şi (15):

$$f'_y=\frac{\partial y'}{\partial y}=\begin{cases}\dfrac{\partial i'}{\partial i}=-\dfrac{r+L'v}{L},\\[2ex] \dfrac{\partial v'}{\partial v}=\dfrac{\dfrac{\partial F_r}{\partial v}-vm'}{m},\\[2ex] \dfrac{\partial x'}{\partial x}=\dfrac{\partial v}{\partial x}=\dfrac{dv}{dt}:\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{v'}{v}.\end{cases}$$

Se va verifica deci ca Δt să fie cu mult mai mic decît oricare dintre valorile:

$$\left|\frac{2L}{r+L'v}\right|,\quad\left|\frac{2m}{\dfrac{\partial F_r}{\partial v}-vm'}\right|\quad\text{şi}\quad\left|\frac{2v}{v'}\right|,$$

adică

$$\Delta t\ll\begin{cases}\left|\dfrac{2L}{r+L'v}\right|,\\[2ex] \left|\dfrac{2m}{\dfrac{\partial F_r}{\partial v}-vm'}\right|,\\[2ex] \left|\dfrac{2v}{v'}\right|.\end{cases} \tag{43}$$

Indice	t [10^{-2}s]	$u=211\sin(314t+1{,}5)$	i	$v=x'$	x	$L=0{,}985\cdot10^{-3}\left(\frac{0{,}1}{x}\right)$	$L'=0{,}985\cdot10^{-2}\left(\frac{0{,}1}{x}\right)^2$	$L'v$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,37	1 975	285	0	0,1	0,000 985	−0,009 85	0
1	2,37	1 665	461,5	−0,21	0,1	0,000 985	−0,009 85	0,002 26
2	3,37	1 150	599	−0,86	0,1	0,000 985	−0,009 85	0,008 6
3	4,37	565	662,1	−1,92	0,098 6	0,001 01	−0,010 2	0,019 7
4	5,37	− 90	649,6	−3,14	0,096	0,001 03	−0,010 7	0,033 5
5	6,37	− 730	574,7	−4,23	0,09	0,001 1	−0,012 2	0,052
6	7,37	−1 315	442,2	−5,00	0,085 6	0,001 15	−0,013 5	0,067 2
7	8,37	−1 760	283,7	−5,30	0,080 4	0,001 22	−0,015 2	0,081
8	9,37	−2 030	117,2	−5,19	0,075 2	0,001 31	−0,017 4	0,089
9	10,37	−2 108	− 38,8	−4,87	0,070 2	0,00 14	−0,02	0,097 4
10	11,37	−1 975	−170,8	−4,60	0,065 5	0,00 15	−0,022 9	0,105
11	12,37	−1 665	−269,3	−4,40	0,06	0,001 61	−0,026 4	0,116
12	13,37	−1 150	−326,1	−4,82	0,056	0,001 75	−0,031 2	0,15
13	14,37	− 565	−338	−5,22	0,051	0,001 93	−0,038	0,199
14	15,37	90	−310	−5,85	0,045 7	0,002 16	−0,047 2	0,275
15	16,37	730	−249,6	−6,80	0,038 2	0,002 58	−0,067 5	0,457 5
16	17,37	1 315	−170,6	−7,46	0,031	0,003 17	−0,102 5	0,765
17	18,37	1 760	−92	−7,65	0,023 4	0,004 2	−0,18	1,38
18	19,37	2 030	−32	−7,39	0,015 9	0,006 2	−0,39	2,88
19	20,37	2 108	1	−6,86	0,008 82	0,011 1	−1,26	8,65
20	21,37	1 975	5	−6,31	0,002 3	0,042 8	−18,6	118

Condiţiile de convergenţă devin mai complicate, în cazul cînd corecţia se aplică simultan mai multor variabile.

Exemplu. Considerăm un electromagnet de curent alternativ conectat la o tensiune la borne alternativă constantă (cazul B) $U=150$ V, $f=50$ Hz. Fie $S=0{,}785\cdot10^{-2}$ m² (suprafaţa polului), $x_0=0{,}1$ m, $w=100$ spire, $r=0{,}025\ \Omega$, $m=1{,}54$ kg, $F_r=1\,000-6\,000\,x$, $L\cong\mu_0 w^2\frac{S}{x}=0{,}985\cdot10^{-3}\left(\frac{0{,}1}{x}\right)$, $L'\cong-\frac{\mu_0 w^2 S}{x^2}=$

$$=-0{,}985\cdot10^{-2}\left(\frac{0{,}1}{x}\right)^2,\quad i_0=\sqrt{-\frac{2F_{r_0}}{L_0'}}=\sqrt{\frac{2\cdot400}{0{,}985\cdot10^{-2}}}=285\text{ A}.$$

In cazul de faţă $\varphi=\operatorname{arctg}\frac{\omega L_0}{r}=\operatorname{arctg}\frac{314\cdot0{,}985\cdot10^{-3}}{0{,}025}=1{,}5$ radiani, $u_{max}=150\sqrt{2}=211$ V. Considerăm cazul cînd componenta aperiodică a curentului este zero. Rezultă $\alpha=\varphi=1{,}5$. Astfel expresia tensiunii la borne va fi:

$$u=u_{max}\sin(\omega t+\alpha)=211\sin(314\,t+1{,}5),$$

Tabela 1

$r+L'v$	$i\,(r+L'v)$	$u=i\,(r+L'v)$	$i'=\frac{u-i(r+L'v)}{L}$	$F_r=1\,000-6\,000\,x$	$\frac{i^2L'}{2}$	$F_r+\frac{i^2L'}{2}$	$v'=\frac{F_r+\frac{i^2L'}{2}}{m}$
10	11	12	13	14	15	16	17
0,022 5	6,42	192,1	195 000	400	− 400	0	0
0,024 8	11,4	155,4	158 000	400	−1 050	− 650	− 422
0,031 1	18,6	96,4	98 000	400	−1 760	−1 360	− 883
0,042 2	28	28,5	28 200	408	−2 350	−1 940	−1 260
0,056	37	− 46	− 44 700	424	−2 220	−1 800	−1 170
0,074 5	42,7	−115,7	−105 000	460	−2 010	−1 550	−1 000
0,089 7	39,5	−171	−149 000	486	−1 316	− 830	− 540
0,103 5	29,3	−205,3	−168 000	516	− 610	− 94	− 61
0,111 5	13,2	−216	−165 000	550	− 119	431	280
0,119 9	− 4,65	−206,3	−147 000	578	− 15	563	366
0,127 5	−21,7	−175,4	−117 000	607	− 334	273	177
0,138 5	−37,3	−129,2	− 80 000	634	− 950	− 316	− 206
0,172 5	−56,1	− 58,9	− 33 600	663	−1 650	− 987	− 640
0,221 5	−75	18,5	9 600	694	−1 090	− 396	− 257
0,297 5	−93	102	47 200	726	−2 280	−1 554	−1 010
0,48	−118	191	74 000	750	−2 090	−1 340	− 870
0,787 5	−134	265,5	84 000	814	−1 500	− 686	− 445
1,402 5	−126	302	72 000	860	− 756	104	68
2,9	−93	296	47 800	905	− 221	684	443
8,65	8,6	202,2	18 200	947	0	947	610
118	590	−392,5	− 9 300	986	− 232	754	490

iar expresia curentului

$$i=\frac{u_{max}}{\sqrt{r^2+(\omega L_0)^2}}\sin\omega t=\frac{211}{\sqrt{0{,}025^2+(314\cdot 0{,}985\cdot 10^{-3})^2}}\sin 314\,t=680\sin 314\,t.$$

Curentul atinge valoarea $i_0=285$ A într-un timp t_0 dat de expresia

$$285=680\sin 314\,t_0,$$

de unde $t_0=1{,}37\cdot 10^{-3}$ s. Pentru integrarea numerică s-a considerat $t=10^{-3}$ s. Calculele s-au efectuat în tabela 1. Figura 2, întocmită pe baza tabelei, reprezintă variația principalelor mărimi în raport cu timpul în cursul deplasării armăturii. Rezultă durata mișcării: $T=20{,}5\cdot 10^{-3}$ s.

Metoda integrării numerice permite urmărirea îndeaproape a variației diferitelor mărimi în timpul deplasării armăturii, fără să fie necesară vreo ipoteză simplificatoare, care să reducă generalitatea condițiilor în care se studiază mișcarea. Rezultatele sînt exacte, în măsura preciziei cu care calculele au fost

efectuate. Doar la sfîrşitul cursei apare o eroare, prin faptul că rezultă valoarea zero pentru curent, pe cînd în realitate mai rămîne, chiar la armătura atrasă, un curent mic pentru magnetizarea circuitului feromagnetic. Metoda integrări numerice are dezavantajul că, necesită calcule migăloase, lungi şi obositoare

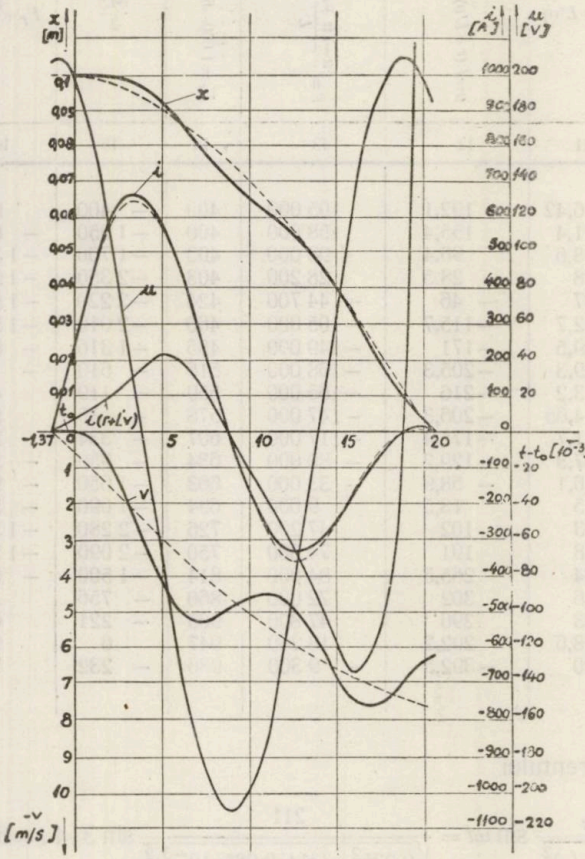


Fig. 2.

De aceea prezintă interes să se stabilească metode analitice pentru integrarea ecuaţiilor mişcării. In cele ce urmează se trece la studiul diferitelor cazuri particulare, iar exemplele numerice se vor alege astfel, încît să existe, pe cît se poate, posibilitatea de a compara rezultatele corespunzătoare unor condiţii simplificatoare, cu cele obţinute în exemplul precedent cu metoda relativ exactă a integrării numerice.

REGIMUL CUASISTATIC

1. Statica electromagnetului apare ca un caz particular al dinamicei, dacă se anulează forţa de inerţie $\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right)$. Rezultă $\frac{mv^2}{2} = \text{const}$, şi ţinînd seama de

condiția inițială $v_0=0$, se obține $\frac{mv^2}{2}=0$. Cum $m\neq 0$, rezultă $v=0$, adică un regim de echilibru. Vom defini ca regim cuasistatic, unul apropiat de cel static și definit de relația $\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right)\cong 0$. Nu definim deci acest regim considerînd viteza foarte mică ($v\cong 0$) ci considerînd neglijabile forțele de inerție.

Din condiția

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right)\cong 0 \tag{44}$$

rezultă, ținînd seama de condiția inițială $v_0=0$:

$$\frac{mv^2}{2}\cong 0, \tag{45}$$

condiția care poate fi satisfăcută, considerînd fie $m\cong 0$, fie $v\cong 0$.

CAZ PARTICULAR AL REGIMULUI CUASISTATIC: $m\cong 0$

11. Condiția $m\cong 0$, corespunde unui electromagnet cu mase inerte mici. Viteza deplasării armăturii poate avea valori mari în acest caz, forțele de inerție rămînînd totuși neglijabile. Ecuațiile fundamentale vor avea următoarea formă:

$$u=(r+L'v)\,i+L\frac{di}{dt}=ri+v\frac{d(Li)}{dx}, \tag{46}$$

$$\frac{i^2L'}{2}+F_r=0. \tag{47}$$

In relația (47) $F_r=F_r(x,v)$. O simplificare importantă rezultă dacă se consideră cazul cînd $F_r=F_r(x)$, adică F_r nu depinde de $v\left(\frac{\partial F_r}{\partial v}=0\right)$.

111. Considerăm $m=0$, $F_r=F_r(x)$ și $u=\text{const}$, adică cazul A. Relația (47) dă:

$$i=\sqrt{-\frac{2F_r}{L'}}=i(x), \tag{48}$$

adică echilibrul dintre forța electromagnetică și cea rezistentă este posibil numai dacă i are o valoare bine determinată care depinde de poziția armăturii. Relația (46) permite să determinăm viteza:

$$v=\frac{u-ri}{\frac{d}{dx}(Li)}. \tag{49}$$

Dacă F_r este dat de un resort, vom avea (fig. 3):

$$F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right), \tag{50}$$

unde F_{r_1} reprezintă forța maximă care apare la armătură atrasă ($x=0$), iar x_1 poziția armăturii la care resortul încă nu este întins de loc ($Fr=0$).

Fie

$$L = w^2 \frac{\mu_0 S}{x} \tag{51}$$

şi deci

$$L' = -w^2 \frac{\mu_0 S}{x^2}, \tag{52}$$

S fiind suprafaţa polului. (Formulele sînt aproximative).

Inlocuind (50) şi (52) în (48) obţinem:

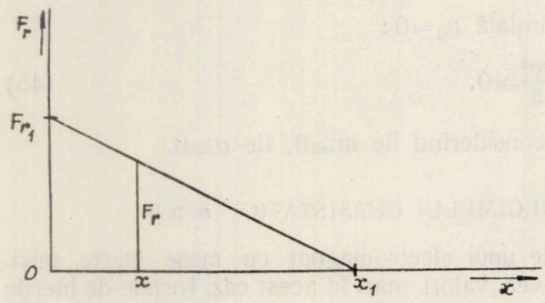


Fig. 3.

$$i = \frac{x}{w} \sqrt{\frac{2F_{r_1}\left(1 - \frac{x}{x_1}\right)}{\mu_0 S}}. \tag{53}$$

Prin urmare

$$Li = w \sqrt{2F_{r_1}\left(1 - \frac{x}{x_1}\right)\mu_0 S}$$

şi

$$\frac{d(Li)}{dx} = -\frac{w\sqrt{2F_{r_1}\mu_0 S}}{2x_1\sqrt{1 - \frac{x}{x_1}}}. \tag{54}$$

Inlocuind (52) şi (54) în (49) obţinem

$$v = \frac{u - x\frac{r}{w}\sqrt{\frac{2F_{r_1}\left(1 - \frac{x}{x_1}\right)}{\mu_0 S}}}{-\frac{w\sqrt{2F_{r_1}\mu_0 S}}{2x_1\sqrt{1 - \frac{x}{x_1}}}} = \frac{2r}{w^2\mu_0 S} \cdot x(x_1 - x) - \frac{u}{w}\sqrt{\frac{2x_1}{F_{r_1}\mu_0 S}}\sqrt{x_1 - x},$$

sau

$$\frac{dx}{dt} = \alpha \cdot x(x_1 - x) - \beta\sqrt{x_1 - x}, \tag{55}$$

unde

$$\alpha = \frac{2r}{w^2\mu_0 S} \quad \text{şi} \quad \beta = \frac{u}{w}\sqrt{\frac{2x_1}{F_{r_1}\mu_0 S}}. \tag{56}$$

Cînd armătura este în mişcare x descreşte, deci $v = \frac{dx}{dt} < 0$. Cum $\frac{d(Li)}{dx} < 0$ (vezi relaţia (54)) rezultă din relaţia (49), că este necesar ca $u - ri > 0$, sau $i < \frac{u}{r}$. In fig. 4, s-a reprezentat $F_r = F_r(x)$ şi $F_e = -\frac{i^2}{2} L' = F_e(x, i)$, ultima pentru diferite valori $i \leqq \frac{u}{r}$. Intersecţia A a caracteristicilor $F_r = F_r(x)$ şi $F_e = F_e\left(x, \frac{u}{r}\right)$ determină o distanţă critică x_{cr}, astfel încît $v < 0$ la $x < x_{cr}$. Distanţa critică x_{cr}

se poate determina pe cale de calcul din relația (53), punînd $i = \frac{u}{r}$. Dacă $x_0 > x_{cr}$ se stabilește în punctul B (fig. 4) un echilibru stabil, curentul stabilindu-se la valoarea staționară $i = \frac{u}{r}$.

Relația (55) se integrează grafic sau numeric. Durata mișcării este dată de integrala:

$$T = \int_{x_0}^{0} \frac{dx}{\alpha x (x_1 - x) - \beta \sqrt{x_1 - x}} \cdot (57)$$

Integrarea grafică se poate face cu una din numeroasele metode date în literatură.

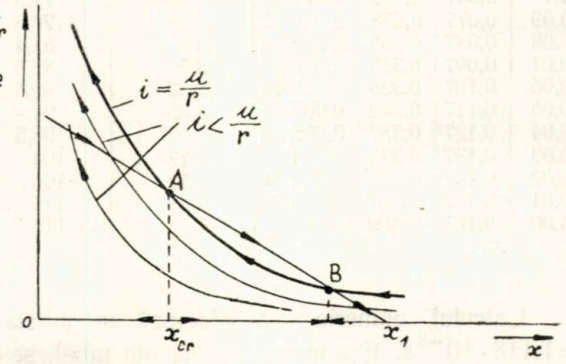


Fig. 4.

Exemplu. Considerăm că electromagnetul din exemplul precedent se conectează la $u = 150$ V = const. (Precizăm, în completare, caracteristicile resortului: $F_r = 1\,000 - 6\,000\,x = 1\,000\left(1 - \frac{x}{\frac{1}{6}}\right)$, adică $F_{r_1} = 1\,000$ N, iar $x_1 = \frac{1}{6} = 0{,}167$ m).

Inlocuim în relația (53) mărimile cunoscute din enunț. Obținem:

$$i_0 = \frac{0{,}1}{100} \sqrt{\frac{2 \cdot 1\,000 \left(1 - \frac{0{,}1}{\frac{1}{6}}\right)}{4\pi 10^{-7} \cdot 0{,}785 \cdot 10^{-2}}} = 285 \text{ A}.$$

Această valoare a curentului (care evident nu diferă de valoarea calculată în problema precedentă) este mai mică decît valoarea $i_{max} = \frac{u}{r} = \frac{150}{0{,}025} = 6\,000$ A. In cursul mișcării valoarea curentului se micșorează (pînă la zero), corespunzător relației (48) și caracteristicilor din fig. 4. Relația (53) nu dă pentru x_{cr} nici o rădăcină reală și pozitivă, deci armătura va fi atrasă de la orice distanță $x < x_1$. Mai calculăm coeficienții:

$$\alpha = \frac{2r}{w^2 \mu_0 S} = \frac{2 \cdot 0{,}025}{100^2 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 0{,}785 \cdot 10^{-2}} = 517$$

$$\beta = \frac{u}{w} \sqrt{\frac{2x_1}{F_{r_1} \mu_0 S}} = \frac{150}{100} \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{1}{6}}{1\,000 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 0{,}785 \cdot 10^{-2}}} = 276.$$

Expresia vitezei va fi (relația 55):

$$\frac{dx}{dt} = 517\,x\left(\frac{1}{6} - x\right) - 276 \sqrt{\frac{1}{6} - x}.$$

Tabela 2

x	$\frac{1}{6}-x$	$\sqrt{\frac{1}{6}-x}$	$x\left(\frac{1}{6}-x\right)$	$517\,x\left(\frac{1}{6}-x\right)$	$276\sqrt{\frac{1}{6}-x}$	$\frac{dx}{dt}$	$v_m=\frac{\Delta x}{\Delta t}$	$\Delta t=-\frac{\Delta x}{v_m}$ [10^{-3}s]
0,1	0,067	0,259	0,006 7	3,46	71,5	− 68		
0,09	0,077	0,278	0,006 92	3,58	76,8	− 73,2	− 70,6	141
0,08	0,087	0,295	0,006 96	3,6	81,4	− 77,8	− 75,5	133
0,07	0,097	0,312	0,006 78	3,5	85,6	− 82,1	− 80	125
0,06	0,107	0,328	0,006 42	3,32	90,5	− 87,2	− 84,6	118
0,05	0,117	0,342	0,005 85	3,05	94,4	− 91,4	− 89,3	112
0,04	0,127	0,357	0,005 08	2,62	98,5	− 95,9	− 93,6	107
0,03	0,137	0,370	0,004 11	2,12	104	−101,9	− 98,9	101
0,02	0,147	0,384	0,002 94	1,52	106	−104,5	−103,2	97
0,01	0,157	0,397	0,001 57	0,81	110	−109,2	−106,8	94
0,00	0,167	0,409	0,00	0,00	113	−113	−111,1	90
							$\sum \Delta t=1{,}118\cdot10^{-3}$s	

Calculul numeric s-a efectuat în tabela 2. S-a obţinut $T=\sum\Delta t=1{,}118\cdot10^{-3}$ s. Examinînd cifrele din tabel, se observă că, termenul $\alpha x\,(x_1-x)$ este mult mai mic decît termenul $\beta\sqrt{x_1-x}$. Neglijînd primul termen obţinem $v_1=-\beta\sqrt{x_1-x}$ ($|v_1|>|v|$) şi

$$T_1=\int_{x_0}^{0}\frac{dx}{-\beta\sqrt{x_1-x}}=2\left|\frac{\sqrt{x_1-x}}{\beta}\right|_{x_0}^{0}=2\frac{\sqrt{x_1}-\sqrt{x_1-x_0}}{\beta}. \tag{58}$$

Inlocuind expresia lui β din (56) în (58), obţinem:

$$T_1=\frac{2w}{u}\sqrt{\frac{F_{r_1}\mu_0 S}{2x_1}}(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_1-x_0})=\frac{w}{u}\sqrt{2F_{r_1}\mu_0 S}\left(1-\sqrt{1-\frac{x_0}{x_1}}\right). \tag{59}$$

Cum $|v_1|>|v|$, rezultă $T_1<T$, adică timpul calculat cu expresia (59) este mai mic decît timpul determinat prin integrare grafică sau numerică. In realitate durata mişcării armăturii este mai mare decît T, deoarece masa părţilor în mişcare diferă întotdeauna de zero. Prin urmare, relaţia (59) dă o valoare minimă a timpului, valoarea reală fiind cu atît mai apropiată de aceasta cu cît armătura este mai uşoară. In cazul exemplului considerat obţinem (relaţia 59):

$$T_1=\frac{100}{150}\sqrt{2\cdot1\,000\cdot4\pi10^{-7}\cdot0{,}785\cdot10^{-2}}\left(1-\sqrt{1-\frac{0{,}1}{\frac{1}{6}}}\right)=1{,}08\cdot10^{-3}\text{ s}.$$

112. Considerăm $m\cong0$, $F_r=F_r(x)$ şi $U=$const respectiv i sau $I=$const, adică cazul B şi C.

In cazul B am fi înclinaţi să considerăm în locul valorii momentane a forţei electromagnetice, valoarea sa medie $-\frac{1}{2}I^2L'$. Acest lucru însă presupune viteze de deplasare relativ mici, astfel încît pe durata de cîteva perioade L'

şi v să nu varieze decît puţin la deplasarea ce are loc în acest interval de timp. Dacă ar fi aşa, I s-ar putea determina din relaţia (46):

$$I=\frac{U}{\sqrt{(r+L'v)^2+(\omega L)^2}}. \tag{60}$$

In general însă în cazul cînd $m\cong 0$, viteza este mare şi integrarea ecuaţiilor (46) şi (47) nu se poate efectua analitic.

In regim staţionar $\left(I=\frac{U}{\sqrt{r^2+(\omega L)^2}}\right)$ se poate stabili un echilibru stabil (punctul B, fig. 4). Distanţa x la care se stabileşte acest echilibru este dată de relaţia:

$$\frac{1}{2}I^2L'(x)+F_r(x)=0. \tag{61}$$

Echilibrul este stabil dacă derivata membrului stîng al relaţiei (61) este negativă în punctul de echilibru considerat (şi nestabil, dacă derivata este pozitivă). Această afirmaţie rezultă direct din examinarea alurei caracteristicilor din fig. 4.

In cazul C, curentul fiind dat de condiţii exterioare, relaţiile (47) şi (61) nu pot fi satisfăcute pentru alt regim decît cel de echilibru. Criteriul de stabilitate este cel enunţat mai sus. Menţionăm că, deşi regimul de echilibru a fost examinat în cazul cînd $m\cong 0$, această ipoteză nu este necesară: avem echilibru dacă $v=0$ (nu aproximativ egal!), prin urmare m poate avea orice valoare, şi forţa de inerţie $\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ este zero. In urma acestei observaţii, nu vom insista, în mod deosebit, în cele ce urmează, asupra cazurilor de echilibru.

CAZ PARTICULAR AL REGIMULUI CUASISTATIC: $v\cong 0$

12. Considerăm în acest caz satisfăcute relaţiile (44) şi (45) prin faptul că viteza de deplasare este mică ($v\cong 0$). Relaţia (46) devine:

— în cazul A: $u=ri,\quad i=\text{const},$ (62)

— în cazul B: $I=\frac{U}{\sqrt{r^2+(\omega L)^2}}=I(x),$ (63)

— în cazul C: i sau $I=\text{const}.$ (64)

In toate cazurile deci, curentul este funcţie de poziţia armăturii respectiv este constant. Inlocuind expresia curentului (relaţiile (62...64) în relaţiile (47) respectiv (61)) se obţine:

$$F_r(x,v)=\left\{\begin{array}{c}-\frac{i^2L'}{2}\\ -\frac{I^2L'}{2}\end{array}\right\}=\varphi(x), \tag{65}$$

sau

$$f(x,v)=0, \tag{66}$$

adică relaţia dintre viteză şi drum, care permite să se determine prin integrare durata mişcării.

Dacă de exemplu $L=w^2\frac{\mu_0 S}{x}$, $L'=-w^2\frac{\mu_0 S}{x^2}$ şi $F_r=-av$ $(a>0)$, relaţia (65) devine:

— în cazurile A şi C:

$$v=-\frac{\mu_0 S\,(iw)^2}{2a}\cdot\frac{1}{x^2} \quad \text{respectiv} \quad v=-\frac{\mu_0 S\,(Iw)^2}{2a}\cdot\frac{1}{x^2}, \tag{67}$$

— în cazul B:

$$v=\frac{U^2}{2a}\cdot\frac{L'}{r^2+(\omega L)^2}=-\frac{U^2}{2a}\cdot\frac{\frac{w^2\mu_0 S}{x^2}}{r^2+\left(\frac{\omega w^2\mu_0 S}{x}\right)^2}. \tag{68}$$

Ecuaţia (67) se integrează direct. Rezultă

$$T=\int_{x_0}^{0}\frac{dx}{v}=\begin{cases}\dfrac{2a}{\mu_0 S\,(iw)^2}\displaystyle\int_0^{x_0}x^2dx=\dfrac{2ax_0^3}{3\mu_0 S\,(iw)^2},\\[2ex] \dfrac{2a}{\mu_0 S\,(Iw)^2}\displaystyle\int_0^{x_0}x^2dx=\dfrac{2ax_0^3}{3\mu_0 S\,(Iw)^2}.\end{cases} \tag{69}$$

Ecuaţia (68) se integrează de asemenea uşor. Avem

$$dt=\frac{dx}{v}=-\frac{2a}{U^2}\cdot\frac{r^2}{w^2\mu_0 S}\left[x^2+\left(\frac{\omega w^2\mu_0 S}{r}\right)^2\right].$$

Rezultă

$$T=\int_{x_0}^{0}\frac{dx}{v}=\frac{2ar^2x_0^3}{U^2w^2\mu_0 S}\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{\omega w^2\mu_0 S}{rx_0}\right)^2\right]=\frac{2ar^2x_0^2}{U^2L_0}\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{\omega L_0}{r}\right)^2\right]. \tag{70}$$

Dacă $\frac{\omega L_0}{r}\ll\frac{1}{3}$ relaţia (70) se reduce la (69).

Exemplu. Electromagnetul din exemplele precedente este frînat astfel încît $F_r=-2\,320$ v, adică $a=2\,320\ \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$. Tensiunea de alimentare este $U=150$ V. Relaţia (70) ne dă:

$$T=\frac{2\cdot 2\,320\cdot 0{,}025^2\cdot 0{,}1^2}{150^2\cdot 0{,}985\cdot 10^{-3}}\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{314\cdot 0{,}985\cdot 10^{-3}}{0{,}025}\right)^2\right]=1{,}31\cdot 10^{-3}\left(\frac{1}{3}+153\right)=0{,}2\ \text{s}.$$

121. Dacă pe lîngă condiţiile de la punctul 12 mai admitem, că $F_r=F_r(x)$, ecuaţia (65) va putea fi satisfăcută numai pentru anumite valori ale lui x, care corespund cazului echilibrului stabil sau nestabil (vezi fig. 4 precum şi consideraţiile de la punctul 112). Prin urmare un regim de mişcare cuasistatic nu este posibil decît, dacă $m\cong 0$ sau $\frac{\partial F_r}{\partial v}\neq 0$.

REGIMUL DINAMIC. PRIMELE TREI CAZURI PARTICULARE

2. Cazul cînd forţa de inerţie nu poate fi neglijată este caracterizat matematic de relaţiile:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right) \neq 0, \tag{71}$$

$$\frac{mv^2}{2} \neq 0. \tag{72}$$

Pentru simplificarea problemei se vor admite în cele ce urmează ipoteze suplimentare.

21. Considerăm că $v \to 0$ prin faptul că $m \to \infty$ (electromagnet cu mase inerte deosebit de mari). Viteza fiind mică, curentul se va stabili la valoarea staţionară, dată de relaţiile (62), (63) şi (64). Relaţiile (47) şi (61) nu sînt valabile, forţa de inerţie fiind diferită de zero. In urma deplasării armătura poate ajunge însă într-o poziţie de echilibru stabil şi anume dacă $x_0 > x_{cr}$ (fig. 4; acest caz, evident, nu corespunde condiţiilor normale de funcţionare).

22. Fie $U = \text{const}$ (cazul B), viteza de deplasare relativ mică, $m' = 0$ şi $F_r = F_{r_1}\left(1 - \frac{x}{x_1}\right)$. In acest caz este valabilă relaţia (63):

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}.$$

Relaţia (8), scrisă pentru forţa electromagnetică medie, devine:

$$\frac{U^2 \frac{dL}{dx}}{2\left[r^2 + (\omega L)^2\right]} + F_{r_1}\left(1 - \frac{x}{x_1}\right) = \frac{m}{2} \cdot \frac{dv^2}{dx}. \tag{73}$$

Inmulţind toată relaţia (73) cu dx şi integrînd între limite corespunzătoare poziţiei iniţiale şi a unei poziţii oarecare a armăturii, obţinem:

$$\frac{U^2}{2\omega r}\left| \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega L}{r} \right|_{x_0}^{x} + F_{r_1}\left| x\left(1 - \frac{x}{2x_1}\right) \right|_{x_0}^{x} = \frac{mv^2}{2},$$

sau

$$\frac{U^2}{2\omega r}(\varphi - \varphi_0) - F_{r_1}(x_0 - x)\left(1 - \frac{x_0 + x}{2x_1}\right) = \frac{mv^2}{2}, \tag{74}$$

unde $\varphi = \varphi(x) = \operatorname{arctg} \frac{\omega L(x)}{r}$.

Relaţia (74) ne dă pe v în funcţie de x, permite deci, prin integrare grafică sau numerică, să se determine durata mişcării.

Cazul particular cînd $r \ll \omega L$, va fi examinat la punctul 241.

23. Considerăm i sau $I=\text{const}$ (cazul C), $m'=0$ şi $F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)$. Relaţia (8) devine:

$$\frac{i^2L'(x)}{2}+F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)=\frac{m}{2}\cdot\frac{dv^2}{dx}. \tag{75}$$

(In cazul curentului alternativ se înlocuieşte în (75) I în loc de i). Integrînd relaţia (75) obţinem:

$$v^2=\frac{1}{m}\left[\frac{i^2}{2}(L-L_0)-F_{r_1}(x_0-x)\left(1-\frac{x_0+x}{2x_1}\right)\right],$$

sau

$$v=-\sqrt{\frac{i^2}{2m}(L-L_0)-\frac{F_{r_1}}{m}(x_0-x)\left(1-\frac{x_0+x}{2x_1}\right)}. \tag{76}$$

La capătul cursei avem:

$$v_{x=0}=-\sqrt{\frac{i^2}{2m}(L_1-L_0)-\frac{F_{r_1}x_0}{m}\left(1-\frac{x_0}{2x_1}\right)}. \tag{77}$$

In relaţia (76) L este funcţie de x. Fiind cunoscută acum expresia vitezei în funcţie de deplasare, se poate obţine prin integrare grafică sau numerică timpul corespunzător diferitelor poziţii ale armăturii şi în particular durata mişcării.

AL PATRULEA CAZ PARTICULAR AL REGIMULUI DINAMIC: SE NEGLIJEAZĂ CĂDEREA DE TENSIUNE PE REZISTENŢA BOBINEI

24. O simplificare importantă a problemei rezultă, dacă produsul ri din expresia (1) este neglijabil. Admitem în acelaşi timp că întregul flux trece prin întrefierul de lucru al electromagnetului şi că forţa electromagnetică se exprimă cu ajutorul acestui flux ca o forţă superficială: $F_e=\frac{1}{2w^2\mu_0 S}\psi^2$ (se presupune că inducţia la suprafaţa polu'ui este constantă). Mai considerăm că $F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)-av$ şi $m'=0$. Ecuaţiile mişcării vor fi:

$$u=\frac{d\psi}{dt}, \tag{78}$$

$$-\frac{1}{2w^2\mu_0 S}\psi^2+F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)-ax'=mx''. \tag{79}$$

Subliniem că relaţia (78) nu este valabilă decît în cazurile A şi B, deoarece cazul C se caracterizează prin existenţa unei impedanţe exterioare mari, astfel încît i sau I rămîne constant la mişcarea armăturii iar fluxul variază. Prin urmare regimul studiat în acest punct nu se referă şi la cazul C. In cazurile A şi B însă relaţia (78) este valabilă cu aproximaţie bună, în special la sfîrşitul cursei, cînd $i\to 0$.

In cazul A, u este constant. Rezultă (relaţia 78):

$$\psi = ut. \tag{80}$$

Armătura se pune în mişcare după un timp t_0, cînd ψ a atins o valoare ψ_0 suficient de mare. Aceasta este dată de relaţia (79) la $x = x_0$, $x' = x_0' = 0$, $x'' = x_0'' = 0$:

$$-\frac{1}{2w^2\mu_0 S}\psi_0^2 + F_{r_1}\left(1 - \frac{x_0}{x_1}\right) = 0. \tag{81}$$

Rezultă

$$t_0 = \frac{\psi_0}{u} = \frac{1}{u}\sqrt{2w^2\mu_0 S \cdot F_{r_1}\left(1 - \frac{x_0}{x_1}\right)}. \tag{82}$$

Inlocuind expresia lui ψ din relaţia (80) în (79) obţinem

$$-\frac{u^2}{2w^2\mu_0 S}t^2 + F_{r_1}\left(1 - \frac{x}{x_1}\right) - ax' = mx'',$$

sau

$$mx'' + ax' + \frac{F_{r_1}}{x_1}x = F_{r_1} - \frac{u^2}{2w^2\mu_0 S}t^2. \tag{83}$$

O soluţie particulară a ecuaţiei diferenţiale (83) are forma:

$$x^* = At^2 + Bt + C, \tag{84}$$

unde

$$A = -\frac{u^2 x_1}{2w^2\mu_0 S F_{r_1}}, \tag{85}$$

$$B = \frac{u^2 a x_1^2}{w^2\mu_0 S F_{r_1}^2}, \tag{86}$$

$$C = -\frac{u^2 a^2 x_1^3}{w^2\mu_0 S F_{r_1}^3} + \frac{u^2 x_1^2 m}{w^2\mu_0 S F_{r_1}^2} + x_1. \tag{87}$$

Expresiile (85)...(87) ale coeficienţilor A, B şi C s-au determinat prin înlocuirea relaţiei (84) în ecuaţia diferenţială. Din (84) mai rezultă

$$x^{*\prime} = 2At + B \quad \text{şi} \quad x^{*\prime\prime} = 2A. \tag{88}$$

Soluţia generală a părţii omogene a ecuaţiei (83) este

$$x^{**} = K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t}, \tag{89}$$

unde

$$\lambda_{1,2} = -\left(\frac{a}{2m}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2m}\right)^2 - \frac{F_{r_1}}{x_1 m}}. \tag{90}$$

Soluţia generală x^{**} reprezintă o mişcare în general amortizată (dacă $a \neq 0$), periodică sau aperiodică $\left(\text{după cum } \frac{F_{r_1}}{x_1 m} \gtrless \frac{a^2}{4m^2}\right)$ în jurul poziţiilor date de x^*

(relaţia (84) şi adaptează soluţia generală $x=x^{\star}+x^{\star\star}$ la condiţiile iniţiale (la $t=t_0$):

$$\left.\begin{aligned} x_0^{\star}+x_0^{\star\star}&=x_0\,,\\ x_0^{\star\prime}+x_0^{\star\star\prime}&=x_0'=0,\\ x_0^{\star\prime\prime}+x_0^{\star\star\prime\prime}&=x_0''=0. \end{aligned}\right\} \tag{91}$$

Aceste trei ecuaţii care servesc pentru determinarea constantelor K_1 şi K_2 nu sînt independente. Intr-adevăr înmulţind prima cu $\frac{F_{r_1}}{x_1}$, a doua cu a şi a treia cu m, adunîndu-le apoi şi ţinînd seamă că $x^{\star}$ satisface ecuaţia (83) iar $x^{\star\star}$ satisface partea omogenă a acesteia, se obţine:

$$F_{r_1}-\frac{u^2}{2w^2\mu_0 S}\,t_0^2=\frac{F_{r_1}x_0}{x_1}\,,$$

relaţie care nu diferă în fond de (82). Prin urmare, pentru determinarea constantelor se vor folosi două din relaţiile (91). Nu vom rezolva însă această problemă pînă la capăt decît în cazuri particulare, cînd calculele se simplifică mult.

In cazul B, tensiunea la borne este

$$u=u_{max}\sin(\omega t+\alpha). \tag{92}$$

Din relaţia (78) rezultă prin integrare:

$$\psi=-\frac{u_{max}}{\omega}\cos(\omega t+\alpha)+C. \tag{93}$$

Constanta de integrare C se determină astfel, ca la $t=0$ să rezulte $\psi=0$. Obţinem

$$\psi=-\frac{u_{max}}{\omega}[\cos(\omega t+\alpha)-\cos\alpha]. \tag{94}$$

Valoarea iniţială a lui ψ se determină din relaţia (81):

$$\psi_0=\sqrt{2w^2\mu_0 S\cdot F_{r_1}\left(1-\frac{x_0}{x_1}\right)}. \tag{95}$$

Inlocuind-o în relaţia (94) putem calcula durata perioadei preliminare deplasării armăturii:

$$t_0=\frac{\arccos\left[\cos\alpha-\frac{\omega\psi_0}{u_{max}}\right]-\alpha}{\omega}. \tag{96}$$

Inlocuind expresia lui ψ din relaţia (94) în (79) obţinem

$$-\frac{u^2_{max}}{2\omega^2w^2\mu_0 S}[\cos(\omega t+\alpha)-\cos\alpha]^2+F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)-ax'=mx'',$$

sau

$$mx''+ax'+\frac{F_{r_1}}{x_1}\cdot x=F_{r_1}-\frac{u^2_{max}}{2\omega^2w^2\mu_0 S}[\cos(\omega t+\alpha)-\cos\alpha]^2. \tag{97}$$

O soluție particulară a acestei ecuații diferențiale are forma

$$x^* = A\cos(\omega t+\alpha+\rho_1)+B\cos^2(\omega t+\alpha+\rho_2)+C. \tag{98}$$

Constantele A, B, C, ρ_1 și ρ_2 se determină prin înlocuirea lui x^* în ecuația diferențială (97).

Soluția generală a părții omogene are aceeași expresie ca în cazul A. De asemenea și determinarea constantelor se face în același fel [1]).

Dacă mișcarea este relativ lentă (prin faptul că m sau a este mare) astfel încît durata ei este de mai multe perioade, problema se simplifică, dacă se consideră în loc de valoarea momentană a lui ψ o valoare medie efectivă (notăm acest caz cu B') și deci dacă se neglijează oscilațiile în jurul pozițiilor care rezultă din ecuația (97) dacă $[\cos(\omega t+\alpha)-\cos\alpha]^2$ din membrul drept se înlocuiește cu valoarea sa medie:

$$\frac{1}{T}\int_0^T [\cos(\omega t+\alpha)-\cos\alpha]^2\,dt = \frac{1}{2}+\cos^2\alpha. \tag{99}$$

Ecuația diferențială (97) devine:

$$mx''+ax'+\frac{F_{r_1}}{x_1}\cdot x = F_{r_1}-\frac{u^2_{max}}{2\omega^2 w^2\mu_0 S}\left(\frac{1}{2}+\cos^2\alpha\right). \tag{100}$$

(Valoarea medie efectivă a fluxului

$$\psi_m = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{u^2_{max}}{\omega^2}[\cos(\omega t+\alpha)-\cos\alpha]^2} = \frac{u_{max}}{\omega}\sqrt{\frac{1}{2}+\cos^2\alpha}$$

trebuie să fie mai mare decît valoarea ψ_0 calculată din relația (95), adică

$$\frac{u_{max}\sqrt{\frac{1}{2}+\cos^2\alpha}}{\omega} > \sqrt{2w^2\mu_0 S\cdot F_{r_1}\left(1-\frac{x_0}{x_1}\right)},$$

sau

$$U=\frac{u_{max}}{\sqrt{2}} > \omega w\sqrt{\frac{\mu_0 S\cdot F_{r_1}\left(1-\frac{x_0}{x_1}\right)}{\frac{1}{2}+\cos^2\alpha}}. \tag{101}$$

Durata perioadei preliminare fiind o fracțiune de perioadă, se consideră $t_0=0$. In cazul de față $x_0''\neq 0$).

[1]) Intr-un caz particular, dacă frecvența circulară proprie este ω sau 2ω (rezonanță) armătura efectuează oscilații cu amplitudine deosebit de mare în jurul unei poziții medii.

O soluţie particulară a ecuaţiei diferenţiale (100) este

$$x^{\star}=x_1-\frac{x_1}{F_{r_1}}\cdot\frac{u^2_{max}}{2\omega^2w^2\mu_0 S}\left(\frac{1}{2}+\cos^2\alpha\right)=\text{const}, \tag{102}$$

iar soluţia generală a părţii omogene expresia (89). Constantele se determină din condiţiile

$$\left.\begin{aligned} x_0^{\star}+x_0^{\star\star}&=x_0\,,\quad (x_0^{\star}=x^{\star})\\ x_0^{\star\prime}+x_0^{\star\star\prime}&=x_0^{\star\star\prime}=x_0'=0,\end{aligned}\right\}$$

sau

$$\left.\begin{aligned} x_0^{\star\star}&=x_0-x^{\star}\,,\\ x_0^{\star\star\prime}&=0.\end{aligned}\right\} \tag{103}$$

Dacă $\left(\frac{a}{2m}\right)^2>\frac{F_{r_1}}{x_1 m}$, relaţia (90) se poate scrie astfel:

$$\lambda_{1,2}=-\alpha\pm\beta, \tag{104}$$

unde

$$\alpha=\frac{a}{2m}\,,$$

$$\beta=\sqrt{\left(\frac{a}{2m}\right)^2-\frac{F_{r_1}}{x_1 m}}\,.$$

Soluţia generală (relaţia 89) a părţii omogene a ecuaţiei diferenţiale devine

$$\begin{aligned} x^{\star\star}&=K_1e^{(-\alpha+\beta)t}+K_2e^{(-\alpha-\beta)t}=e^{-\alpha t}(K_1e^{\beta t}+K_2e^{-\beta t})=\\ &=e^{-\alpha t}(C_1\,\mathrm{ch}\,\beta t+C_2\,\mathrm{sh}\,\beta t),\end{aligned} \tag{105}$$

unde

$$C_1=K_1+K_2\,,$$
$$C_2=K_1-K_2\,.$$

Inlocuind expresia (105) a lui $x^{\star\star}$ în condiţiile (103), obţinem:

$$C_1=x_0-x^{\star}\,,$$
$$-\alpha C_1+\beta C_2=0\,,$$

sau

$$C_1=x_0-x^{\star}\,,$$

$$C_2=\frac{\alpha}{\beta}(x_0-x^{\star}),$$

şi deci

$$x^{\star\star}=e^{-\alpha t}(x_0-x^{\star})\left(\mathrm{ch}\,\beta t+\frac{\alpha}{\beta}\,\mathrm{sh}\,\beta t\right). \tag{106}$$

Rezultă

$$x=x^{\star}+x^{\star\star}=x^{\star}+e^{-\alpha t}(x_0-x^{\star})\left(\mathrm{ch}\,\beta t+\frac{\alpha}{\beta}\,\mathrm{sh}\,\beta t\right). \tag{107}$$

Dacă $\left(\frac{a}{2m}\right)^2 = \frac{F_{r_1}}{x_1 m}$, rezultă $\beta = 0$, iar soluția generală (107) devine:

$$x = x^* + e^{-\alpha t}(x_0 - x^*)(1 + \alpha t). \tag{108}$$

Dacă $\left(\frac{a}{2m}\right)^2 < \frac{F_{r_1}}{x_1 m}$, relația (90) se va scrie astfel:

$$\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\nu \tag{109}$$

unde

$$\nu = \sqrt{\frac{F_{r_1}}{x_1 m} - \left(\frac{a}{2m}\right)^2} = \sqrt{\nu_0^2 - \alpha^2}; \quad \nu_0 = \sqrt{\frac{F_{r_1}}{x_1 m}}. \tag{110}$$

Soluția generală (relația 89) a părții omogene a ecuației diferențiale se va putea scrie în acest caz astfel:

$$x^{**} = e^{-\alpha t}(D_1 \cos \nu t + D_2 \sin \nu t). \tag{111}$$

Înlocuind expresia (111) a lui x în condițiile (103), obținem:

$$D_1 = x_0 - x^*,$$
$$-\alpha D_1 + \nu D_2 = 0,$$

sau

$$D_1 = x_0 - x^*,$$
$$D_2 = \frac{\alpha}{\nu}(x_0 - x^*),$$

și deci

$$x^{**} = e^{-\alpha t}(x_0 - x^*)\left(\cos \nu t + \frac{\alpha}{\nu} \sin \nu t\right). \tag{112}$$

Rezultă

$$x = x^* + x^{**} = x^* + e^{-\alpha t}(x_0 - x^*)\left(\cos \nu t + \frac{\alpha}{\nu} \sin \nu t\right). \tag{113}$$

Pentru a determina durata mișcării se anulează membrul drept al expresiilor (107), (108) respectiv (113). Armătura va fi sigur atrasă într-un timp finit, dacă $x^* < 0$. Acest lucru rezultă din relațiile (107), (108) și (113), care ne dau $x = 0$ pentru $t = \infty$. Inegalitatea $x^* < 0$, sau (corespunzător relației (102)):

$$\frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2 \mu_0 S}\left(\frac{1}{2} + \cos^2 \alpha\right) > F_{r_1}, \tag{114}$$

indică condiția, ca în urma mișcării armătura să rămînă atrasă de miez. În caz contrar se poate întîmpla (dacă forma soluției este cea dată de relația 113) ca armătura din cauza inerției sale să se lovească de miez, trecînd peste poziția x^* de echilibru, dar apoi ea se va deslipi de miez și se va opri în poziția de echilibru după o serie de oscilații în jurul acesteia.

241. In continuarea examinării diferitelor cazuri cînd $r=0$, $F_e=\frac{1}{2\mu_0 w^2 S}\psi^2$, $m'=0$ şi $F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)-av$, admitem că forţa rezistentă este pur elastică $\left(F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)\right)$, adică $a=0$.

In cazul $A\,(u=\text{const})$ relaţia (82) rămîne valabilă. Ecuaţia diferenţială (83) devine:

$$mx''+\frac{F_{r_1}}{x_1}\cdot x=F_{r_1}-\frac{u^2}{2w^2\mu_0 S}t^2. \tag{115}$$

Soluţia sa particulară va fi:

$$x^*=x_1\left[1-\frac{u^2}{2w^2\mu_0 SF_{r_1}}\left(t^2-\frac{2x_1 m}{F_{r_1}}\right)\right], \tag{116}$$

iar soluţia generală a părţii omogene:

$$x^{**}=D_1\cos\nu_0 t+D_2\sin\nu_0 t, \tag{117}$$

unde ν_0 este dat de relaţia (110).

Rezultă

$$x=x^*+x^{**}=x_1\left[1-\frac{u^2}{2w^2\mu_0 SF_{r_1}}\left(t^2-\frac{2x_1 m}{F_{r_1}}\right)\right]+D_1\cos\nu_0 t+D_2\sin\nu_0 t. \tag{118}$$

Constantele D_1 şi D_2 se determină din condiţiile iniţiale: $x(t_0)=x_0$, $x'(t_0)=x_0'=0$ respectiv $x''(t_0)=x_0''=0$.

In cazul B $(u=u_{max}\sin(\omega t+\alpha))$ rămîn valabile relaţiile (95) şi (96). Ecuaţia diferenţială (97) devine:

$$mx''+\frac{F_{r_1}}{x_1}x=F_{r_1}-\frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2\mu_0 S}[\cos(\omega t+\alpha)-\cos\alpha]^2.$$

Soluţia particulară va fi de forma indicată în relaţia (98) iar soluţia generală a părţii omogene va fi cea dată de relaţia (117).

Sîntem acum în măsură să verificăm pe cale analitică rezultatele integrării numerice (tabela 1 şi fig. 2) prezentate la începutul acestei lucrări. Considerăm pentru aceasta că $\alpha=\frac{\pi}{2}$, adică electromagnetul a fost conectat la $u=u_{max}$, astfel încît ψ nu are componentă aperiodică. Calculele le efectuăm corespunzător cu datele numerice din enunţul exemplului de calcul de la pagina 144. Examinînd cifrele din tabela 1, se constată, că *ri* este o cantitate neglijabilă şi prin urmare calculele ce le vom efectua trebuie să dea rezultate concordante cu acelea ale integrării numerice.

Calculăm întîi (relaţia 95):

$$\psi_0=\sqrt{2\cdot 100^2\cdot 4\pi\,10^{-7}\cdot 0{,}785\cdot 10^{-2}\cdot 1\,000\left(1-\frac{0{,}1}{1/6}\right)}=0{,}281\ \text{Vs}.$$

Rezultă (relaţia 96):

$$t_0 = \frac{\arccos\left(-\frac{314 \cdot 0{,}281}{211}\right) - \frac{\pi}{2}}{314} = 1{,}37 \cdot 10^{-3}\ \text{s}.$$

Ecuaţia diferenţială (118) devine:

$$1{,}54\,x'' + 6\,000\,x = 1\,000 - 2\,300 \sin^2 314\,t.$$

sau

$$1{,}54\,x'' + 6\,000\,x = -150 + 1\,150 \cos 628\,t.$$

Căutăm o soluţie particulară de forma (relaţia 98):

$$x^* = A \cos 628\,t + B.$$

Obţinem:

$$x^* = -1{,}92 \cdot 10^{-3} \cos 628\,t - 0{,}025.$$

Frecvenţa circulară proprie va fi (relaţia 110):

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{1\,000}{\frac{1}{6} \cdot 1{,}54}} = 62{,}5.$$

Rezultă (relaţia 117):

$$x^{**} = D_1 \cos 62{,}5\,t + D_2 \sin 62{,}5\,t.$$

Prin urmare:

$$x = x^* + x^{**} = -1{,}92 \cdot 10^{-3} \cos 628\,t - 0{,}025 + D_1 \cos 62{,}5\,t + D_2 \sin 62{,}5\,t,$$
$$x' = 1{,}21 \sin 628\,t - 62{,}5\,D_1 \sin 62{,}5\,t + 62{,}5\,D_2 \cos 62{,}5\,t,$$
$$x'' = 757 \cos 628\,t - 3\,900\,D_1 \cos 62{,}5\,t - 3\,900\,D_2 \sin 62{,}5\,t.$$

Punînd $t = t_0 = 1{,}37 \cdot 10^{-3}$, $x = x_0 = 0{,}1$ şi $x_0' = 0$, obţinem:

$$0{,}996\,4\,D_1 + 0{,}085\,5\,D_2 = 0{,}126,$$
$$0{,}085\,5\,D_1 - 0{,}996\,4\,D_2 = 0{,}014\,8.$$

Relaţia a treia se reduce la prima, după cum era de aşteptat).
Rezolvînd sistemul, obţinem $D_1 = 0{,}127$, $D_2 = -0{,}003\,97$.
Rezultă:

$$x = -1{,}92 \cdot 10^{-3} \cos 628\,t - 0{,}025 + 0{,}127 \cos 62{,}5\,t - 0{,}003\,97 \sin 62{,}5\,t,$$
$$x' = v = 1{,}21 \sin 628\,t - 7{,}94 \sin 62{,}5\,t - 0{,}248 \cos 62{,}5\,t,$$
$$x'' = v' = 757 \cos 628\,t - 496 \cos 62{,}5\,t + 15{,}5 \sin 62{,}5\,t,$$

sau

$$x = -1{,}92 \cdot 10^{-3} \cos 628\,t - 0{,}025 + 0{,}127 \cos (62{,}5\,t + 0{,}031\,2),$$
$$x' = v = 1{,}21 \sin 628\,t - 7{,}94 \sin (62{,}5\,t + 0{,}031\,2),$$
$$x'' = v' = 757 \cos 628\,t - 496 \cos (62{,}5\,t + 0{,}031\,2).$$

Pentru a stabili expresia curentului, calculăm întîi (relaţia (94)):

$$\psi = \frac{u_{max}}{\omega} \sin \omega t = \frac{211}{314} \sin 314\,t = 0{,}672 \sin 314\,t.$$

Rezultă

$$i = \frac{\psi}{L} = \frac{0{,}672 \sin 314\,t}{\frac{0{,}985 \cdot 10^{-4}}{x}} = 6\,820 \cdot x \cdot \sin 314\,t,$$

x fiind cunoscut acum în funcţie de t.

Expresiile stabilite pentru x, v şi i ne permit să reprezentăm grafic variaţia acestor mărimi. Se constată că, curbele obţinute diferă foarte puţin de acelea din fig. 2. La $t = 21{,}5 \cdot 10^{-3}$ s rezultă $x \cong 0$, deci durata mişcării armăturii este de $(21{,}5 - 1{,}37)\ 10^{-3} \cong 20 \cdot 10^{-3}$ s.

Considerăm acum cazul unei mişcări lente (cazul B″). Rezolvăm problema tratată anterior considerînd admisibilă simplificarea introdusă prin această ipoteză. Ecuaţia diferenţială (100) devine:

$$1{,}54\,x'' + 6\,000\,x = -150.$$

Soluţia sa generală este

$$x = -0{,}025 + D_1 \cos 62{,}5\,t + D_2 \sin 62{,}5\,t.$$

Rezultă

$$x' = -62{,}5\,D_1 \sin 62{,}5\,t + 62{,}5\,D_2 \cos 62{,}5\,t.$$

La $t = 0$, trebuie să avem $x = 0{,}1$ şi $x' = 0$. Rezultă $D_2 = 0$ şi $D_1 = 0{,}125$. Prin urmare

$$x = -0{,}025 + 0{,}125 \cos 62{,}5\,t,$$

$$v = -7{,}82 \sin 62{,}5\,t,$$

şi

$$i = 6\,820\,x \sin 314\,t = 6\,820 \sin 314\,t\ (-0{,}025 + 0{,}125 \cos 62{,}5\,t).$$

Variaţia lui x, v şi i dată de ultimele două relaţii este reprezentată cu linie întreruptă în fig. 2. Se vede, că metoda prezentată duce uşor la rezultate relativ exacte. Ea permite să se urmărească mişcarea de bază a armăturii, fără să se considere oscilaţiile suprapuse avînd frecvenţa reţelei respectiv o frecvenţă dublă.

Pentru a determina durata mişcării, punem în expresia distanţei dintre poli $x = 0$. Rezultă $t = \frac{1}{62{,}5} \arccos \frac{0{,}025}{0{,}125} = 21{,}9 \cdot 10^{-3}$ s. Prin urmare $T = (21{,}9 - 1{,}37) \cdot 10^{-3} \cong 20{,}5 \cdot 10^{-3}$ s.

2411. Uneori forţa rezistentă este independentă de poziţia armăturii, de exemplu dacă asupra armăturii nu acţionează ca forţă de readucere, decît greutatea proprie. In acest caz $F_r = F_{r_1}(x_1 = \infty)$. S-a mai considerat: $r = 0$, $F_e = \frac{1}{2\,\mu_0 w^2 S}\,\psi^2$ şi $m' = 0$.

In cazul A ($u=\text{const}$), ecuația diferențială (115) devine

$$mv' = F_{r_1} - \frac{u^2}{2w^2\mu_0 S}\,t^2. \tag{119}$$

Armătura se pune în mișcare în momentul cînd membrul drept al ecuației (119) încetează de a mai fi pozitiv. Rezultă

$$t_0 = \frac{w}{u}\sqrt{2\mu_0 S F_{r_1}}. \tag{120}$$

Ecuația diferențială (119) se mai poate scrie ținînd cont de (120):

$$mv' = F_{r_1}\left(1 - \frac{t^2}{t_0^2}\right). \tag{121}$$

O primă cuadratură ne dă:

$$v = \int_{t_0}^{t} dv = \frac{F_{r_1} t_0}{m}\left[\frac{t}{t_0} - \frac{1}{3}\cdot\frac{t^3}{t_0^3} - \frac{2}{3}\right]. \tag{122}$$

Printr-o nouă integrare obținem:

$$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\,dt = x_0 + \frac{F_{r_1} t_0^2}{m}\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{t^2}{t_0^2} - \frac{1}{12}\cdot\frac{t^4}{t_0^4} - \frac{2}{3}\cdot\frac{t}{t_0} + \frac{1}{4}\right]. \tag{123}$$

In cazul cînd $L = \frac{w^2\mu_0 S}{x}$, rezultă

$$i = \frac{\Psi}{L} = \frac{ut\cdot x}{w^2\mu_0 S} = \frac{u}{w^2\mu_0 S}\left[x_0 t + \frac{F_{r_1} t_0^3}{m}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{t^3}{t_0^3} - \frac{1}{12}\cdot\frac{t^5}{t_0^5} - \frac{2}{3}\cdot\frac{t^2}{t_0^2} + \frac{1}{4}\cdot\frac{t}{t_0}\right)\right]. \tag{124}$$

In cazul particular cînd $F_{r_1}=0$ (și deci și $t_0=0$), relațiile (122), (123) și (124) se simplifică mult. Se obține:

$$v = -\frac{u^2}{6w^2\mu_0 Sm}\,t^3, \tag{125}$$

$$x = x_0 - \frac{u^2}{24w^2\mu_0 Sm}\,t^4, \tag{126}$$

$$i = \frac{u}{w^2\mu_0 S}\,t\left(x_0 - \frac{u^2}{24w^2\mu_0 Sm}\,t^4\right) = \alpha t\,(x_0 - \beta t^4), \tag{127}$$

unde

$$\alpha = \frac{u}{w^2\mu_0 S} \quad \text{și} \quad \beta = \frac{u^2}{24w^2\mu_0 Sm}.$$

Durata mișcării se obține anulînd membrul drept al relației (126):

$$T = \sqrt[4]{\frac{24\,w^2\mu_0 Sm x_0}{u^2}} = \sqrt[4]{\frac{x_0}{\beta}}. \tag{128}$$

Curentul are valoare maximă după un timp ce se calculează din relaţia (127) prin derivare:

$$\frac{di}{dt} = \alpha x_0 - 5\alpha\beta t^4 = 0$$

$$t_{i\,max} = \sqrt[4]{\frac{x_0}{5\beta}} \cong \frac{2}{3} T. \tag{129}$$

Valoarea maximă a curentului va fi:

$$i_{max} \cong \alpha \frac{2}{3} T \cdot \frac{4}{5} x_0 = \frac{8uTx_0}{15\mu_0 w^2 S} \cdot \tag{130}$$

La sfîrşitul cursei $i=0$. (In realitate curentul va avea la sfîrşitul cursei o valoare corespunzătoare amperspirelor necesare pentru magnetizarea circuitului magnetic).

In cazul B ($u = u_{max} \sin(\omega t + \alpha)$), dacă $x_1 = \infty$, ecuaţia diferenţială (97) devine:

$$mx'' = F_{r_1} - \frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2 \mu_0 S} [\cos(\omega t + \alpha) - \cos\alpha]^2 = F_{r_1} - C[\cos(\omega t + \alpha) - \cos\alpha]^2, \tag{131}$$

sau

$$mx'' = F_{r_1} - C\left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right) + 2C\cos\alpha \cdot \cos(\omega t + \alpha) - \frac{C}{2}\cos 2(\omega t + \alpha). \tag{132}$$

Aici

$$C = \frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2 \mu_0 S} \cdot \tag{133}$$

Relaţiile (95) şi (96) ne dau pe ψ_0 şi t_0.

Prin două integrări relaţia (132) ne dă pe v şi x. Valoarea constantelor se determină astfel, ca la $t = t_0$ să avem $v = 0$ şi $x = x_0$.

Dacă $F_{r_1} = 0$ rezultă $t_0 = 0$ iar expresiile lui v şi x se simplifică mult. In cazul cînd $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (lipsa componentei aperiodice), ecuaţia (132) devine:

$$mx'' = -\frac{C}{2} + \frac{C}{2}\cos 2\omega t. \tag{134}$$

Rezultă:

$$x' = v = -\frac{C}{2m} t + \frac{C}{4\omega m} \sin 2\omega t, \tag{135}$$

$$x = x_0 - \frac{C}{4m} t^2 - \frac{C}{8\omega^2 m} (\cos 2\omega t - 1), \tag{136}$$

sau

$$x = x_0 - \frac{C}{4m} t^2 + \frac{C}{4\omega^2 m} \sin^2 \omega t. \tag{136'}$$

Dacă $\alpha=0$, vom avea:

$$mx''=-\frac{3C}{2}+2C\cos\omega t-\frac{C}{2}\cos 2\omega t, \tag{137}$$

$$x'=v=-\frac{3C}{2m}t+\frac{2C}{\omega m}\sin\omega t-\frac{C}{4\omega m}\sin 2\omega t, \tag{138}$$

$$x=x_0=-\frac{3C}{4m}t^2+\frac{2C}{\omega^2 m}(\cos\omega t-1)+\frac{C}{8\omega^2 m}(\cos 2\omega t-1)=$$

$$=\left(x_0+\frac{15C}{8\omega^2 m}\right)-\frac{3C}{4m}t^2-\frac{2C}{\omega^2 m}\cos\omega t+\frac{C}{8\omega^2 m}\cos 2\omega t. \tag{139}$$

In cazul cînd se consideră valoarea efectivă a lui ψ, (cazul B') ecuaţia (100) sau (132) ne dă la $x_1=0$:

$$mx''=F_{r_1}-\frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2\mu_0 S}\left(\frac{1}{2}+\cos^2\alpha\right)=-K. \tag{140}$$

Rezultă

$$x'=v=-\frac{K}{m}t, \tag{141}$$

$$x=x_0-\frac{K}{2m}t^2. \tag{142}$$

Durata mişcării se obţine punînd $x=0$ în relaţia (142):

$$T=\sqrt{\frac{2mx_0}{K}}=\sqrt{\frac{2mx_0}{\frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2\mu_0 S}\left(\frac{1}{2}+\cos^2\alpha\right)-F_{r_1}}}. \tag{143}$$

Dacă $\alpha=\frac{\pi}{2}$, T are valoarea:

$$T_{max}=\sqrt{\frac{2mx_0}{\frac{u_{max}^2}{4\omega^2 w^2\mu_0 S}-F_{r_1}}}, \tag{144}$$

iar dacă $\alpha=0$, T are valoarea:

$$T_{min}=\sqrt{\frac{2mx_0}{\frac{3u_{max}^2}{4\omega^2 w^2\mu_0 S}-F_{r_1}}}. \tag{145}$$

Dacă $F_{r_1}=0$, vom avea

$$T_{max}=\frac{2\omega w}{u_{max}}\sqrt{2mx_0\mu_0 S}, \tag{146}$$

$$T_{min}=\frac{2\omega w}{\sqrt{3}u_{max}}\sqrt{2mx_0\mu_0 S}, \tag{147}$$

$$\frac{T_{max}}{T_{min}}=\sqrt{3}. \tag{148}$$

Dacă $F_{r_1} \neq 0$, se obţine $\frac{T_{max}}{T_{min}} > \sqrt{3}$. Se vede deci, că durata mişcării este mult influenţată de momentul conectării.

242. Fie $r=0$, $F_e=\frac{1}{2\mu_0 w^2 S}\psi^2$, $m'=0$ şi $F_r=-av$. Relaţia (82) ne dă $t_0=0$.

In cazul A ($u=$const) ecuaţia diferenţială (83) devine:

$$mx'' + ax' = -\frac{u^2}{2w^2\mu_0 S}t^2. \tag{149}$$

Ea are soluţia generală:

$$x = -\frac{u^2}{6w^2\mu_0 Sa}t^3 - \frac{u^2 m}{2w^2\mu_0 Sa^2}t^2 + \frac{u^2 m^2}{w^2\mu_0 Sa^3}t + C_1 + C_2 e^{-\frac{at}{m}}. \tag{150}$$

Constantele C_1 şi C_2 se determină din condiţia: $t=0$, $x=x_0$, $v=0$. Rezultă: $C_2=\frac{u^2m^3}{w^2\mu_0 Sa^4}$ şi $C_1=x_0-C_2$. Inlocuind aceste valori în (150) obţinem:

$$x = -\frac{u^2}{6w^2\mu_0 Sa}t^3 - \frac{u^2 m}{2w^2\mu_0 Sa^2}t^2 + \frac{u^2 m^2}{w^2\mu_0 Sa^3}t + x_0 - \frac{u^2 m^3}{w^2\mu_0 Sa^4}\left(1 - e^{-\frac{at}{m}}\right), \tag{151}$$

iar prin derivare:

$$x' = v = -\frac{u^2}{2w^2\mu_0 Sa}t^2 - \frac{u^2 m}{w^2\mu_0 Sa^2}t + \frac{u^2 m^2}{w^2\mu_0 Sa^3}\left(1 - e^{-\frac{at}{m}}\right). \tag{152}$$

Dacă $m \cong 0$, vom avea:

$$x = x_0 - \frac{u^2}{6w^2\mu_0 Sa}t^3 \tag{153}$$

şi

$$v = -\frac{u^2}{2w^2\mu_0 Sa}t^2, \tag{154}$$

durata mişcării fiind

$$T = \sqrt[3]{\frac{6w^2\mu_0 Sax_0}{u^2}}. \tag{155}$$

In cazul B ($u = u_{max}\sin(\omega t+\alpha)$) ecuaţia diferenţială (97) devine:

$$mx'' + ax' = -\frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2\mu_0 S}\left[\cos(\omega t+\alpha) - \cos\alpha\right]^2. \tag{156}$$

Soluţia sa particulară are forma (98) iar soluţia generală a părţii omogene $C_1 + C_2 e^{-\frac{at}{m}}$. Constantele se determină ca înainte, din condiţia: $t=0$, $x=x_0$, $v=0$.

In cazul cînd se consideră valoarea efectivă a lui ψ (cazul B') ecuaţia (100) devine:

$$mx'' + ax' = -\frac{u_{max}^2}{2\omega^2 w^2\mu_0 S}\left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right) = -K. \tag{157}$$

Soluţia sa generală va fi:

$$x = -\frac{K}{a}t + C_1 + C_2 e^{-\frac{at}{m}}. \tag{158}$$

Din condiţiile iniţiale: $t=0$, $x=x_0$, $v=0$, rezultă $C_2=-\frac{Km}{a^2}$ şi $C_1=x_0-C_2$. Prin urmare:

$$x=-\frac{K}{a}t+x_0+\frac{Km}{a^2}\left(1-e^{-\frac{at}{m}}\right), \tag{159}$$

$$x'=v=-\frac{K}{a}\left(1-e^{-\frac{at}{m}}\right). \tag{160}$$

Dacă $m\cong 0$, vom avea

$$x=x_0-\frac{K}{a}t, \tag{161}$$

$$v=-\frac{K}{a}. \tag{162}$$

Durata mişcării va fi:

$$T=\frac{ax_0}{K}=\frac{2ax_0\omega^2w^2\mu_0 S}{u_{max}^2\left(\frac{1}{2}+\cos^2\alpha\right)}. \tag{163}$$

Dacă $\alpha=\frac{\pi}{2}$ se obţine:

$$T_{max}=\frac{4ax_0\omega^2w^2\mu_0 S}{u_{max}^2}, \tag{164}$$

iar dacă $\alpha=0$:

$$T_{min}=\frac{4ax_0\omega^2w^2\mu_0 S}{3u_{max}^2}. \tag{165}$$

Rezultă

$$\frac{T_{max}}{T_{min}}=3. \tag{166}$$

Aşadar influenţa momentului conectării asupra duratei mişcării este deosebit de mare în acest caz. Trebuie subliniat însă că, dacă a este mare şi T va fi mare, iar atunci componenta aperiodică a fluxului nu poate fi considerată constantă. De aceea T_{min} este mai mic decît valoarea reală la $\alpha=0$. De asemenea nici relaţia $\psi=ut$ nu este valabilă decît în cazul cînd a este mic.

CONCLUZII

Integrarea ecuaţiilor dinamicei electromagnetului este posibilă în general numai printr-o metodă de integrare numerică destul de greoaie. Există însă posibilitatea în majoritatea cazurilor practice, de a încadra problema într-unul, din cazurile, examinate în cadrul lucrării şi a obţine în felul acesta rezultate rapide printr-un calcul analitic relativ simplu. In cazul electromagneţilor conectaţi la tensiune constantă, continuă sau alternativă, este deosebit de utilă, pentru a putea încadra problema în metode de calcul analitic, să se neglijeze căderea ohmică de tensiune (cazul 24), pe lîngă tensiunea indusă prin variaţia fluxului.

Pentru a da o vedere de ansamblu despre diferitele cazuri studiate în lucrare s-a întocmit tabela 3. Aceasta cuprinde atît ipotezele care au stat la baza clasificării, cît şi principalele concluzii şi relaţii la care s-a ajuns.

Tabela 3

Clasificare	Condiţii I	Condiţii II	Condiţii III	Condiţii IV	Concluzii	Relaţii de bază (nr.)
0.	0 Cazul general: fier nesaturat ($\psi = Li$)				Integrare numerică (greoaie)	13 ... 15, 34, 40.
111.	1 Regim cuasistatic:	1 $m \cong 0$, $F_r = F_r(x)$	1 $A, L = \frac{w^2 \mu_0 S}{x}$ $F_r = F_{r_1}\left(1 - \frac{x}{x_1}\right)$		Integrare grafică, dar şi soluţie analitică aproximativă	55, 57, 59.
112.	$\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right) \cong 0$,	2	2 B şi C		Există posibilitate de echilibru, dar mişcarea cuasistatică nu este posibilă.	61.
12.		2	Cazul general: $\frac{\partial F_r}{\partial v} \neq 0$		In toate cazurile (A, B, C), problema se poate rezolva. Adesea există soluţie analitică simplă.	66 ... 70.
121.	$\frac{mv^2}{2} \cong 0$.	$v \cong 0$, $F_r = F_r(x)$	1 $\frac{\partial F_r}{\partial v} = 0$.		Există posibilitate de echilibru, dar mişcarea cuasistatică nu este posibilă.	

Clasificare	Condiții I	Condiții II	Condiții III	Condiții IV	Concluzii	Relații de bază (nr.)
21.	2	1 $v\to 0$, $m\to\infty$			Curentul are valoarea staționară în timpul mișcării.	
22.	Regim dinamic:	2 *B*, viteza mică, $m'=0$ $F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)$			Integrare grafică.	74.
23.		3 *C*, $m'=0$ $F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)$			Integrare grafică.	76.
24.	$\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right)\neq 0$,	4	Cazul general		Ecuația diferențială se poate integra analitic în toate cazurile (A, B, B').	80, 82, 84...87, 89, 91, 94...98, 100, 107, 108, 113.
241.		$r=0$ (A și B), $Fe=\frac{\psi^2}{2w^2\mu_0 S}$,	1 $a=0$	Cazul general	Calculele se simplifică, devenind deosebit de simple în cazul B'.	
2411.	$\frac{mv^2}{2}\neq 0$.			1 $x_1=\infty$	Există soluții analitice deosebit de simple dacă $F_{r_1}=0$. In acest caz durata mișcării se determină ușor.	122...130, 141, 142, 144...148.
242.		$F_r=F_{r_1}\left(1-\frac{x}{x_1}\right)-av$, $m'=0$	2 $F_{r_1}=0$		Există soluții analitice deosebit de simple în special dacă $m\cong 0$. In acest caz durata mișcării se determină ușor.	151...155, 159...166.

LA DINAMIQUE DE L'ELECTRO-AIMANT

(RÉSUMÉ)

On examine les méthodes de solution des équations du mouvement de l'électro-aimant dans les differents régimes d'alimentation par la source d'énergie.

On établit la variation du chemin, de la vitesse et du courant par rapport au temps, et la durée du mouvement de l'armature. L'exposée est systematisée à la base d'une classification des differentes conditions où a lieu le phenomène.

Pour faciliter l'emploi des resultats du travail, ils sont résumés dans un tableau.

ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОМАГНИТА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Рассматриваются методы решения уравнений движения электромагнита при различных режимах питания от источника энергии. Определяются вариации пути, скорости и тока, как функции времени а также продолжительность движения арматуры.

Изложение систематизировано на основании классификации различных условий при которых происходит феномен.

Для облегчения использования результатов работы, они представлены в виде таблицы.

AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

SENSIBILITATEA FAŢĂ DE CURENT, A UNOR PUNŢI DE CURENT ALTERNATIV ECHILIBRATE

DE

EUGEN POP şi SEVER CRIŞAN

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

I. CONSIDERAŢIUNI GENERALE

Sensibilitatea punţilor de curent alternativ a fost complet studiată în cazul cînd impedanţa din diagonala indicatoare este infinită. In schimb, problema nu a fost de loc studiată în cazul cînd se foloseşte un indicator cu impedenţa finită, cum ar fi galvanometrele vibratoare sau căştile telefonice, deoarece calculele necesare sînt mai anevoioase [3], [5]. Totuşi, dat fiind că şi astăzi astfel de punţi sînt foarte răspîndite, un astfel de calcul este util.

In primul rînd este necesară precizarea noţiunii de sensibilitate, deoarece prin modul cum este ea prezentată în literatură, se introduc confuzii. Sensibilitatea şi prin ea şi pragul relativ de sensibilitate, sînt considerate ca mărimi complexe [1], [2], [3], [5], [6]. Se pune atunci în mod firesc întrebarea, ce reprezintă faza acestor mărimi şi dacă indicaţia depinde de faza variaţiei impedanţelor? La prima întrebare nu se poate da nici un răspuns. Faza sensibilităţii sau a pragului de sensibilitate nu are nici un sens. La a doua întrebare vom arăta foarte simplu că trebuie să răspundem negativ.

Vom considera în cele ce urmează puntea din fig. 1.

Ţinînd cont că indicatoarele obişnuite nu sînt sensibile la fază şi prin urmare indicaţia depinde numai de valoarea curentului care le străbate, din expresia curentului $\overline{I}_g$

$$\overline{I}_g = \overline{U}\,\frac{\overline{Z}_1\overline{Z}_4 - \overline{Z}_2\overline{Z}_3}{\overline{N}} \tag{1}$$

unde

$$\overline{N} = \overline{Z}_1\overline{Z}_3(\overline{Z}_2+\overline{Z}_4) + \overline{Z}_2\overline{Z}_4(\overline{Z}_1+\overline{Z}_3) + \overline{Z}_g(\overline{Z}_1+\overline{Z}_3)(\overline{Z}_2+\overline{Z}_4) \tag{2}$$

se deduce uşor

$$dI_g = |d\bar{I}_g| = \left| \bar{U} \cdot \frac{\bar{Z}_4 \cdot d\bar{Z}_1}{\bar{N}} \right| = U \frac{Z_4}{N} dZ_1 \tag{3}$$

deci rezultă concluzia că indicaţia nu depinde de faza variaţiei impedanţei de măsurat. Prin urmare, dacă indicatorul are pragul de sensibilitate $\Delta I_{g\,min}$, puntea va sezisa numai variaţii ale impedanţei de măsurat care au un modul mai mare decît pragul de sensibilitate

$$\Delta Z_1 = \frac{\Delta I_{g\,min}}{U \cdot Z_4} \cdot N. \tag{4}$$

indiferent de fază.

Pragul relativ de sensibilitate va fi

$$\delta = \frac{\Delta Z_1}{Z_1} = \frac{\Delta I_{g\,min}}{U Z_1 Z_4} \cdot N. \tag{5}$$

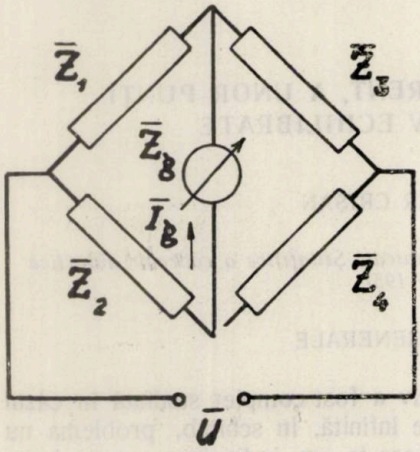


Fig. 1.

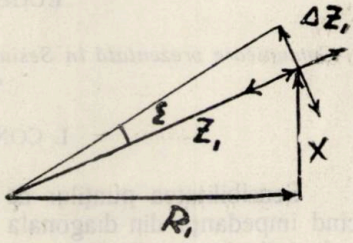


Fig. 2.

Din observaţia făcută mai sus, relativă la faza lui $\Delta\bar{Z}_1$, rezultă posibilitatea existenţei a două cazuri limită (fig. 2):

a) cînd $\Delta\bar{Z}_1$ este perpendicular pe $\bar{Z}_1$. In acest caz rezultă o eroare de unghiu ε, dată de

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\Delta Z_1}{Z_1} = \delta. \tag{6}$$

b) cînd $\Delta\bar{Z}_1$ este în fază (sau contrafază) cu $\bar{Z}_1$. In acest caz eroarea de determinare a modulului este maximă şi are valoarea relativă δ.

Prin urmare, pragul relativ de sensibilitate caracterizează atît erorile de modul cît şi cele de fază. Dacă ne impunem erorile limită datorită insensibilităţii punţii, deci pe ε şi pe $\frac{\Delta Z_1}{Z_1}$, pentru calculul punţii va trebui să considerăm valoarea minimă a lui δ rezultată din aceste condiţii.

Dacă ne interesează să determinăm separat rezistenţa şi reactanţa impedanţei, atunci observăm că în cel mai defavorabil caz

$$\Delta R_1 = \Delta Z_1$$

şi

$$\Delta X_1 = \Delta Z_1$$

deci

$$\delta_R = \frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta Z_1}{Z_1} \cdot \frac{Z_1}{R_1} = \frac{\delta}{\cos \varphi_1} \cdot \tag{7}$$

și

$$\delta_X = \frac{\Delta X_1}{X_1} = \frac{\Delta Z_1}{Z_1} \cdot \frac{Z_1}{X_1} = \frac{\delta}{\sin \varphi_1} \cdot \tag{8}$$

II. DETERMINAREA CONDIȚIILOR DE SENSIBILITATE MAXIMĂ

Această problemă se reduce de fapt la determinarea condițiilor în care δ este minim. In acest scop se va alege tensiunea de alimentare U, cît mai mare posibilă.

Notînd

$$\frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1} = \overline{m} = m e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)}; \quad \frac{\overline{Z}_3}{\overline{Z}_1} = \overline{n} = n e^{j(\varphi_3 - \varphi_1)}; \quad \frac{\overline{Z}_g}{\overline{Z}_1} = \overline{p} = \overline{p} \cdot e^{j(\varphi_g - \varphi_1)};$$

și deci și

$$\frac{\overline{Z}_4}{\overline{Z}_1} = \overline{m} \cdot \overline{n}$$

obținem

$$\frac{N}{Z_1 Z_4} = Z_1 \left| (1+\overline{n}) \left\{ 1 + \overline{m} + \overline{p} \left(1 + \frac{1}{\overline{n}} \right) \right\} \right| = Z_1 \cdot A. \tag{9}$$

Minimul pentru factorul A, definit de relația (9), este foarte dificil de determinat în cazul general, în afară de două cazuri de rezonanță care rezultă simplu din (9) și anume:

a) $1 + \overline{n} = 0.$

adică

$$n = 1 \quad \text{și} \quad \varphi_3 - \varphi_1 = -180°$$

deci

$$\varphi_3 = -90° \quad \text{și} \quad \varphi_1 = 90°$$

și atunci rezultă puntea din fig. 3

b) $1 + \overline{m} + \overline{p} \left(1 + \frac{1}{\overline{n}} \right) = 0,$

care reprezintă de fapt condiția de rezonanță a indicatorului și a impedanței echivalente exterioare lui.

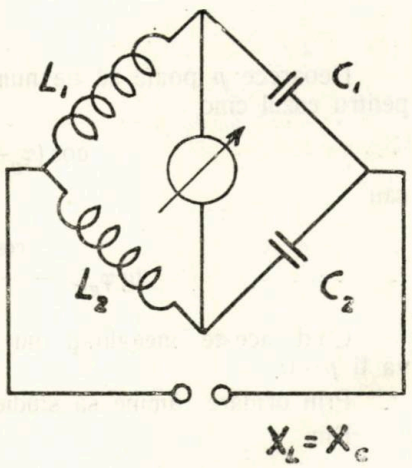


Fig. 3.

Cu toate că există lucrări [5], [6], care aparent tratează problema sub aspect general, din cauza metodei pe care o folosesc, concluziile deduse nu sînt valabile decît pentru cazul punților de curent continuu.

In această lucrare ne vom limita la două tipuri de punţi care sînt cele mai răspîndite şi anume la punţile care au două din braţe formate din rezistenţe.

1. Punţi cu rezistenţele în braţe alăturate.

In acest caz $\overline{Z}_3=R_3$ şi $\overline{Z}_4=R_4$, deci $\varphi_2=\varphi_1$ şi

$$\overline{m}=m, \quad \overline{n}=ne^{-j\varphi_1}, \quad \overline{p}=pe^{j(\varphi_g-\varphi_1)}.$$

Cu acestea A, devine

$$A=\sqrt{1+2n\cos\varphi_1+n^2}\times$$

$$\times\sqrt{(1+m)^2+p^2\left(1+\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n}\cos\varphi_1\right)+2(1+m)p\left[\cos(\varphi_g-\varphi_1)+\frac{1}{n}\cos\varphi_g\right]} \tag{10}$$

In general p şi φ_g trebuiesc considerate ca mărimi date, deoarece, în cazul măsurătorilor în curent alternativ, nu dispunem de indicatoare mult diferite unul de altul. Pentru galvanometre vibratoare obişnuit $Z_g\simeq 100\,\Omega$ şi $\varphi_g\simeq 70°$ iar pentru căşti de măsură $Z_g\simeq 160\,\Omega$ şi $\varphi_g\simeq 0°$.

Totuşi, pentru a putea scoate în evidenţă influenţa impedanţei indicatorului asupra sensibilităţii, vom determina şi valoarea optimă a lui p. Din $\frac{\partial A}{\partial p}$, rezultă

$$p=-\frac{(1+m)\left[\cos(\varphi_g-\varphi_1)+\frac{1}{n}\cos\varphi_g\right]}{1+\frac{1}{n^2}+\frac{2\cos\varphi_1}{n}}. \tag{11}$$

Deoarece p poate să fie numai pozitiv, condiţia (11) este valabilă numai pentru cazul cînd

$$\cos(\varphi_g-\varphi_1)+\frac{1}{n}\cos\varphi_g<0$$

sau

$$\operatorname{tg}\varphi_g>-\frac{\cos\varphi_1+\frac{1}{n}}{\sin\varphi_1} \quad \text{şi} \quad \sin\varphi_1<0. \tag{12}$$

Cînd aceste inegalităţi nu sînt satisfăcute, valoarea optimă a lui p va fi $p=0$.

Prin urmare rămîne să studiem variaţia lui A cu m şi n.

Din

$$\frac{\partial A}{\partial m}=0$$

rezultă

$$m=-\left[p\cos(\varphi_g-\varphi_1)+\frac{p}{n}\cos\varphi_g+1\right]. \tag{13}$$

Deoarece m nu poate fi negativ, rezultă că relația (13) nu determină condiția de minim, decît în cazul cînd paranteza este negativă, deci numai dacă $|\varphi_g - \varphi_1| > 90°$ și numai pentru anumite valori, destul de mari ale lui p. (De exemplu pentru $\varphi_g - \varphi_1 = 180°$, rezultă că relația (13) este valabilă numai pentru $p > 1$).

In toate celelalte cazuri, m trebuie să fie cît mai mic posibil, adică teoretic $m = 0$.

Pentru determinarea lui n optim, relațiile care rezultă sînt foarte greoaie. De aceea ele nu sînt redate aici. Influența lui n apare însă clar din curbele care dau variația pragului relativ de sensibilitate în funcție de diferiți parametrii (fig. 4, 5, 6). Se observă că în majoritatea cazurilor obținem valoarea minimă a lui A pentru $n = 1$. De asemenea reiese și influența unghiului de fază al impedanței de măsurat și a indicatorului asupra sensibilității.

2) Punți cu rezistențe în brațe opuse.

In acest caz $\bar{Z}_3 = R_3$ și $\bar{Z}_2 = R_2$, deci $\varphi_4 = -\varphi_1$ și

$$\bar{m} = me^{-j\varphi_1}, \quad \bar{n} = ne^{-j\varphi_1}, \quad \bar{p} = p \cdot e^{j(\varphi_g - \varphi_1)}.$$

Cu acestea, A devine

$$A = \sqrt{1 + 2n\cos\varphi_1 + n^2} \cdot \sqrt{1 + m^2 + p^2\left(1 + \frac{1}{n^2}\right) + 2p\cos\varphi_g\left(\frac{1}{n} + m\right) + \\ + 2m\cos\varphi_1 + 2p \cdot \cos(\varphi_g - \varphi_1) + \frac{2p^2}{n}\cos\varphi_1 + \frac{2mp}{n}\cos(\varphi_g - \varphi_1)} \qquad (15)$$

Ca și în cazul precedent, vom deduce valorile optime pentru p și m.

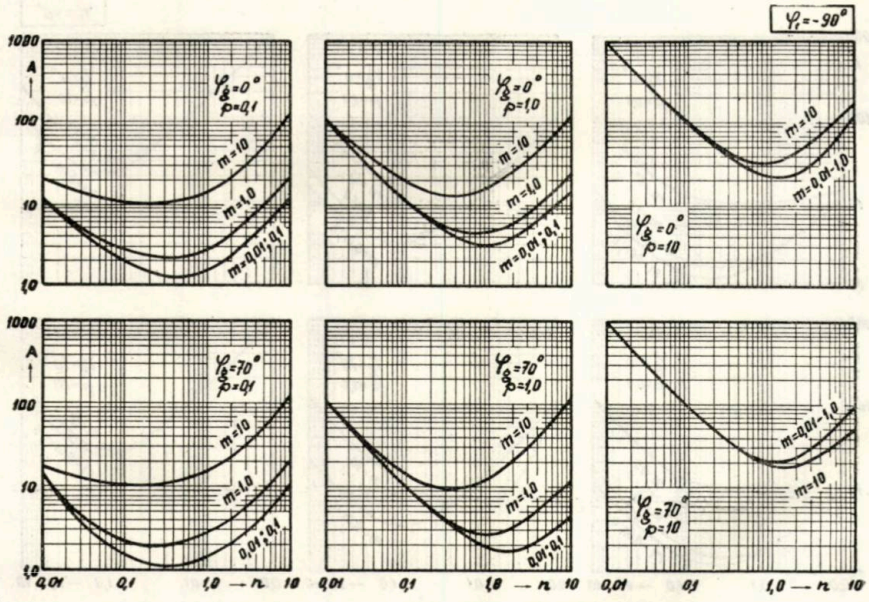


Fig. 4.

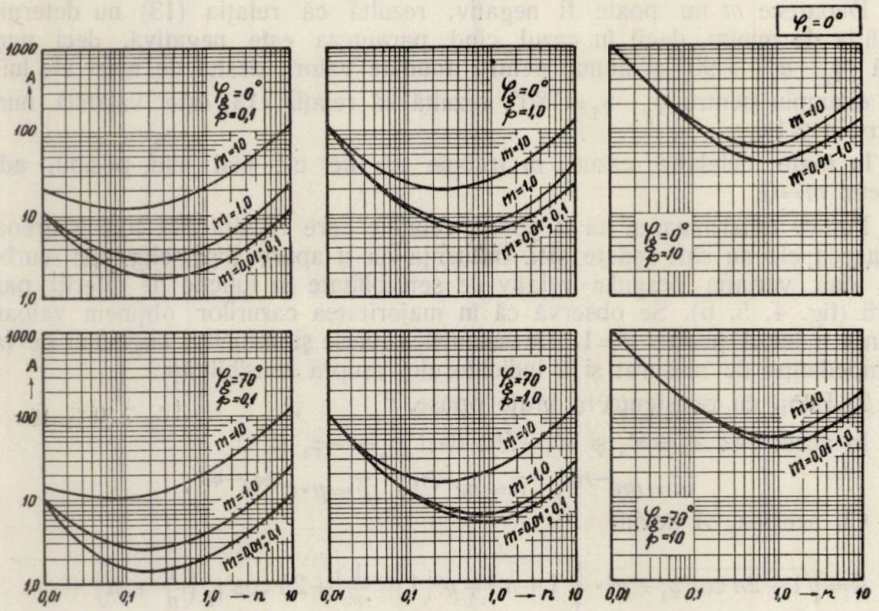

φ1 = 0°
A
1000
100
10
1,0
φg=0°
p=0,1
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φg=0°
p=1,0
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φg=0°
p=10
m=10
m=0,01÷1,0
φg=70°
p=0,1
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φg=70°
p=1,0
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φg=70°
p=10
m=10
m=0,01÷1,0
0,01
0,1
1,0
n
10

Fig. 5.

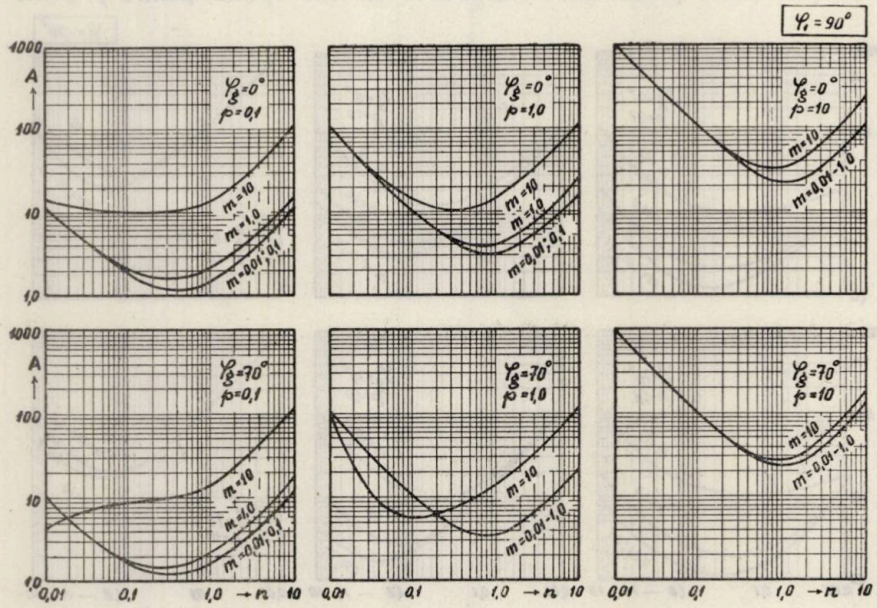

φ1 = 90°
A
1000
100
10
1,0
φg=0°
p=0,1
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φg=0°
p=1,0
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φg=0°
p=10
m=10
m=0,01÷1,0
φg=70°
p=0,1
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φg=70°
p=1,0
m=10
m=0,01÷1,0
φg=70°
p=10
m=10
m=0,01÷1,0
0,01
0,1
1,0
n
10

Fig. 6.

Din $\frac{\partial A}{\partial p} = 0$ rezultă

$$p = -\frac{\left(1+\frac{m}{n}\right)\cos(\varphi_g-\varphi_1)+\left(m+\frac{1}{n}\right)\cos\varphi_g}{1+\frac{1}{n^2}+\frac{2\cos\varphi_1}{n}} \tag{16}$$

relație valabilă numai în cazul cînd numărătorul este negativ, deci

$$\operatorname{tg}\varphi_g > -\frac{m+\frac{1}{n}+\left(1+\frac{m}{n}\right)\cos\varphi_1}{\left(1+\frac{m}{n}\right)\sin\varphi_1}$$

și

$$\sin\varphi_1 < 0. \tag{17}$$

Dacă condițiile (17) nu sînt îndeplinite, va rezulta ca și mai înainte $p=0$.

Pentru m, deducem din $\frac{\partial A}{\partial m}=0$, valoarea

$$m = -p\left[\cos\varphi_g+\frac{1}{n}\cos(\varphi_g-\varphi_1)\right]-\cos\varphi_1 \tag{18}$$

Relația (18) este valabilă numai dacă este îndeplinită condiția

$$-p\left[\cos\varphi_g+\frac{1}{n}\cos(\varphi_g-\varphi_1)\right] > \cos\varphi_1.$$

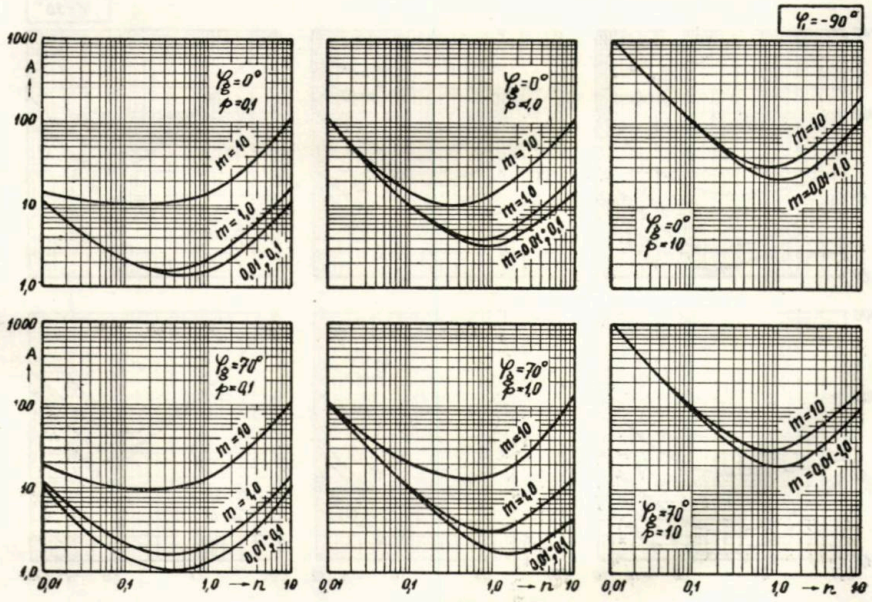


Fig. 7.

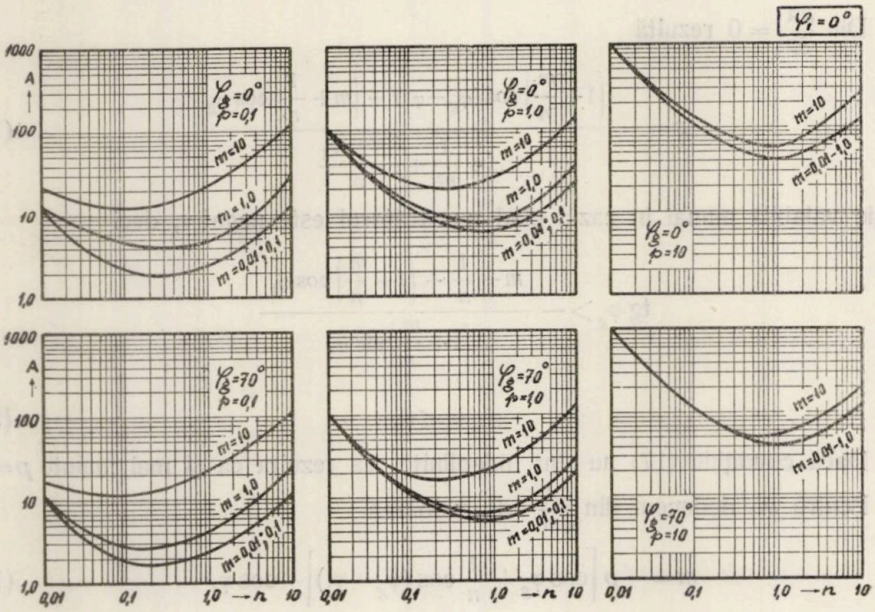

φ1=0°
1000
A
100
10
1,0
φ2=0°
p=0,1
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φ2=0°
p=1,0
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φ2=0°
p=10
m=10
m=0,01-1,0
φ2=70°
p=0,1
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φ2=70°
p=1,0
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φ2=70°
p=10
m=10
m=0,01-1,0
0,01
0,1
1,0
n
10

Fig. 8.

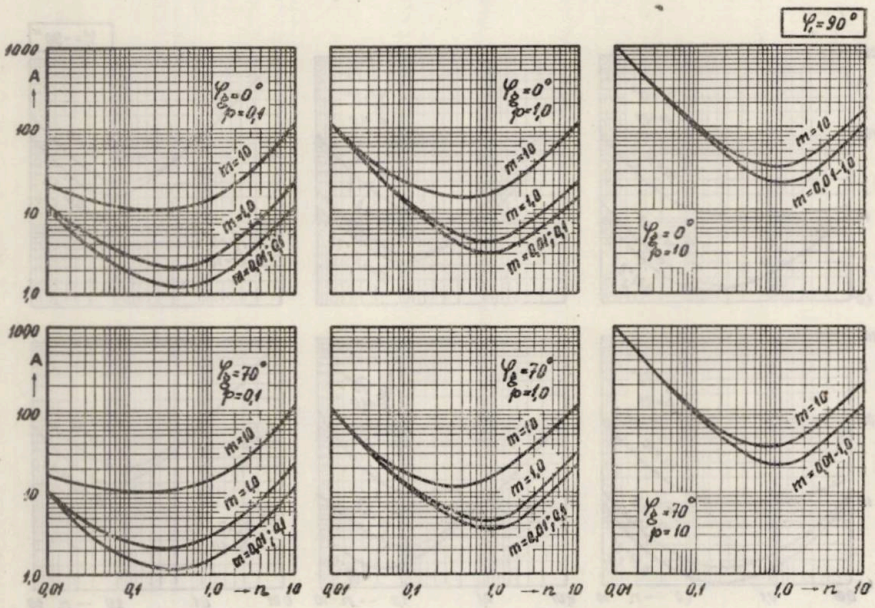

φ1=90°
1000
A
100
10
1,0
φ2=0°
p=0,1
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φ2=0°
p=1,0
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φ2=0°
p=10
m=10
m=0,01-1,0
φ2=70°
p=0,1
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φ2=70°
p=1,0
m=10
m=1,0
m=0,01÷0,1
φ2=70°
p=10
m=10
m=0,01-1,0
0,01
0,1
1,0
n
10

Fig. 9.

Se vede că este neapărată nevoie ca $|\varphi_g - \varphi_1| > 90°$, iar n să fie relativ mic și p mare. In caz contrar este valabilă aceeași condiție $m = 0$.

Influența celorlalți factori asupra sensibilității poate fi urmărită în fig. 7, 8, 9.

III. CONCLUZII

Din cele de mai sus rezultă că determinarea pe cale analitică, a condițiilor de sensibilitate maximă pentru punțile de curent alternativ, este foarte dificilă. In schimb din curbele prezentate, putem să stabilim ușor valorile optime elementelor punții pentru fiecare caz în parte. In acest mod s-a creiat posibilitatea dimensionării unei punți, spre deosebire de situația de pînă acum, cînd nu era posibilă decît verificarea din punct de vedere a sensibilității, a unei scheme date.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Krönert, *Messbrücken und Kompensatoren*, R. Oldenburg, 1935.
2. W. Schwerdtfeger, *Elektrische Messtechnik*, C. Winter, 1939, v. II.
3. K. B. Karandeev, *Metodî elektriceschih izmerenii*, Gosenergoizdat, 1952.
4. K. B. Karandeev, *Mostovîe metodî izmerenii*, Gostehizdat Ukrainskoi S.S.R., Kiev, 1953.
5. A. D. Nesterenco, *Osnovî rasceta elektroizmeritelnîh schem uravnoveșivania*, Izd. Akad. Nauk Ukrainskoi S.S.R., Kiev, 1953.
6. I. N. Krotkov, Elektricestvo, 1951, nr. 10, p. 59.

LA SENSIBILITÉ AU COURANT DE CERTAINS PONTS DE COURANT ALTERNATIF EQUILIBRÉS

(RÉSUMÉ)

Après avoir précisé la notion de sensibilité au courant alternatif on détermine les erreurs limites de phase et de module qui peuvent apparaître lorsq'on mesure les impédances.

On établit ensuite les conditions de sensibilité limite aux ponts à deux bras formés par des résistences.

La variation de la sensibilité par rapport aux divers paramètre est présentée dans les diagrammes.

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ К ТОКУ НЕКОТОРЫХ УРАВНОВЕШЕННЫХ МОСТОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

После уточнения понятия чувствительности к переменному току, определяются предельные ошибки по фазе и модулю, которые могут иметь место при измерении полных сопротивлений. Затем определяются условия максимальной чувствительности для мостов в которых два плеча состоят из сопротивлений.

Вариация чувствительности в зависимости от различных параметров дается в диаграммах.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

ASUPRA DETERMINĂRII FORMEI OPTIME A DINŢILOR GENERATOARELOR DE MEDIE FRECVENTĂ DE TIP OMOPOLAR

DE

OPRENDECK BERNARD

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

Alegerea justă a formei dinţilor la generatoare de medie frecvenţă este una din problemele fundamentale ale proiectării maşinilor de tip inductor.

Forma dinţilor influenţează în mare măsură toate proprietăţile electrice ale maşinii, avînd însă rol determinant în ceea ce priveşte următorii factori:

1. Mărimea şi forma tensiunii induse la mersul în gol.
2. Mărimea reactanţei de dispersie.
3. Mărimea şi forma fluxului de reacţie.

In cele ce urmează ne vom limita la studiul formei optime a dinţilor din punctul de vedere a mărimii şi a formei tensiunii induse la mersul în gol.

Această problemă, fiind de importanţă mare, a fost deja abordată în 1915 de Schmidt (ETZ), în 1927 de Wiesemann (AIEE) şi recent în 1955 de Asztalos (Elektrotehnika). Schmidt a cercetat dinţii cu laturi paralele şi pe baza observaţiei, că maximul de variaţie a fluxului se obţine la egalitatea între suprafaţa S_1, corespunzătoare fluxului dintelui Φ_d şi suprafaţă S_2 corespunzătoare ancoşei (fig. 1), determină destul de aproximativ forma optimă a dintelui.

Pentru a se apropia de realitate, Schmidt îşi corectează calculele prin factori obţinuţi prin măsurători făcute la maşini existente.

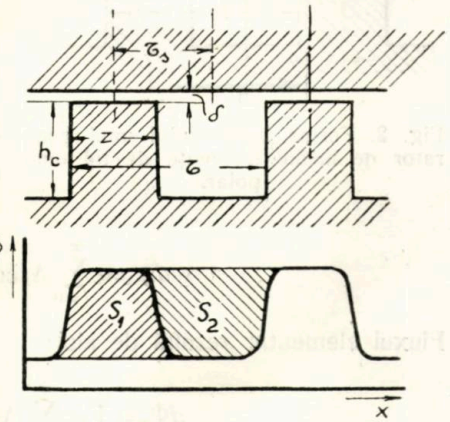


Fig. 1. Determinarea formei optime a dintelui după metoda Schmidt.

Wiesemann reia problema, însă pleacă la rezolvarea ei construind pentru fiecare caz aparte spectrul tuburilor de cîmp după metoda Lehmann. Asztalos completează calculele lui Wiesemann, cercetînd cu aceeaşi metodă şi ancoşele semicirculare.

Aceste metode prezintă unele deficienţe: sînt relativ greoaie, destul de aproximative şi stabilesc forma optimă a dintelui avînd în vedere obţinerea unei tensiuni efective maximale la mersul în gol.

In realitate trebuie să determinăm forma dintelui, astfel, încît să obţinem maximul pentru armonica de bază a tensiunii, deoarece armonicile superioare dispar la mersul în sarcină din cauza scurtcircuitării lor de către capacitatea compensatoare, pusă în paralel cu generatorul.

In cele ce urmează vom determina forma optimă a dintelui cu laturi paralele astfel, încît armonica de bază a tensiunii induse la mersul în gol să fie maximală.

TENSIUNEA INDUSĂ LA GENERATOARE DE MEDIE FRECVENŢĂ DE TIPUL OMOPOLAR

Tensiunea indusă în înfăşurările generatoarelor de medie frecvenţă de tip omopolar poate fi determinată pornind de la expresia fluxului pe pas polar statoric Φ_p. Acest flux se poate determina în felul următor:

Fie V_H — tensiunea magnetomotoare a întrefierului şi $\Lambda_\delta = f(x,t)$ permeanţa întrefierului. Se observă că permeanţa tuburilor de cîmp din întrefierul maşinii este faţă de rotor o funcţie periodică de x avînd periodicitatea τ şi poate fi deci descompusă într-o serie Fourier. Din cauza simetriei faţă de axa ordonatelor, adică funcţia fiind pară, seria va avea numai termeni în cosinus

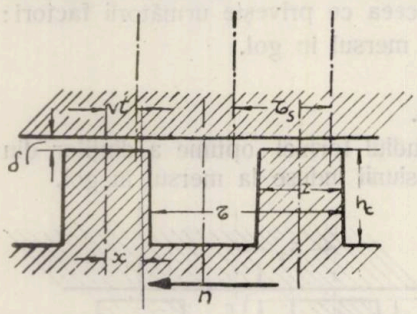


Fig. 2. Forma întrefierului unui generator de medie frecvenţă de tip omopolar.

$$d\Lambda_x = \sum_{i=0}^{\infty} \Lambda_i \cos i \frac{2\pi}{\tau} x \cdot dx. \qquad (1)$$

Rotorul se roteşte cu o viteză unghiulară de $\Omega = \frac{\omega}{N}$ unde N este numărul dinţilor rotorici. Se vede că în acest caz, expresia permeanţei tuburilor faţă de stator devine:

$$d\Lambda_x = \sum_{i=0}^{\infty} \Lambda_i \cos\left[i\left(\frac{2\pi}{\tau} x - \omega t\right)\right] \cdot dx. \qquad (2)$$

Fluxul elementar rezultă de aici:

$$d\Phi_x = V_{H\delta} \sum_{i=0}^{\infty} \Lambda_i \cos\left[i\left(\frac{2\pi}{\tau} x - \omega t\right)\right] \cdot dx. \qquad (3)$$

Fluxul pe pasul polar statoric devine:

$$\Phi_p = \int_{-\frac{\tau_s}{2}}^{+\frac{\tau_s}{2}} d\Phi_x = V_{H\delta} \frac{\tau}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i} \Lambda_i \sin i \frac{\pi}{2} \cos i\omega t$$

unde s-a notat $\tau = 2\tau_s = \tau_r$.

Observînd că $\sin i \frac{\pi}{2} = 0$ pentru $i = 2$ rezultă pentru expresia fluxului pe pas polar statoric:

$$\Phi_p = V_{H\delta} \frac{\tau}{\pi} \left\{ \Lambda_0 + \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^{\lambda+1} \frac{1}{2\lambda+1} \Lambda_{2\lambda-1} \cos [(2\lambda-1)\omega t] \right\} \quad (4)$$

Tensiunea indusă într-o spiră va apare sub forma:

$$u_{e_{sp}} = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d\Phi_p}{dt} = \omega V_{H\delta} \frac{\tau}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-1)^{\lambda+1} \Lambda_{2\lambda-1} \sin [(2\lambda-1)\omega t]. \quad (5)$$

Pentru tensiunea indusă la borne rezultă deci:

$$u_e = \frac{W}{a} u_{e_{sp}}$$

unde W = numărul total de spire a maşinii

a = numărul de căi în paralel.

Tensiunea indusă va avea formula finală:

$$u_e = \omega \frac{W}{a} V_{H\delta} \frac{\tau}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{\lambda+1} \Lambda_{2\lambda-1} \sin [2\lambda-1)\omega t]. \quad (6)$$

Pentru armonica de ordinul $2\lambda-1$ vom primi:

$$u_{e_{2\lambda-1}} = (-1)^{\lambda+1} \omega \frac{W}{a} V_{H\delta} \frac{\tau}{\pi} \Lambda_{2\lambda-1} \sin [(2\lambda-1)\omega t]. \quad (7)$$

Iar pentru armonica de bază $(2\lambda-1)=1$ rezultă:

$$u_{e_1} = \omega \frac{W}{a} V_{H\delta} \frac{\tau}{\pi} \Lambda_1 \sin \omega t. \quad (8)$$

Pentru a duce calculul mai departe, trebuie să determinăm expresia permeanţei tuburilor de cîmp.

DETERMINAREA PERMEANŢEI TUBURILOR DE CIMP DIN INTREFIER

Pentru a putea cuprinde fenomenul în expresii analitice sîntem nevoiţi să facem cîteva aproximaţii. Presupunem:

— Permeabilitatea fierului infinită şi deci conturele trec drept linii echipotenţiale. Ipoteza este motivată de faptul că de obicei inducţiile maximale nu depăşesc 1 Wb/m^2.

— Presupunem că în dreptul dinţilor cîmpul este plan paralel iar în dreptul ancoşelor, liniile de cîmp au o aliură circulară (fig. 3). Aceasta impune ca înălţimea crestăturii să satisfacă relaţia $\infty > hc > \approx z$.

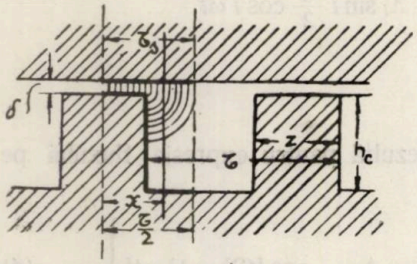


Fig. 3. Aspectul liniilor de cîmp din întrefier.

In baza acestor ipoteze rezultă:

$$\begin{cases} d\Lambda_x = \mu_0 \dfrac{l dx}{\delta} \\ 0 < x < \dfrac{z}{2} \end{cases}$$

şi

$$\begin{cases} d\Lambda_x = \mu_0 \dfrac{l dx}{\delta + \dfrac{\pi}{2}\left(x - \dfrac{z}{2}\right)} \\ \dfrac{z}{2} < x < \dfrac{\tau}{2} \end{cases}$$

unde l reprezintă lungimea ideală, aproximativ egală cu lungimea fierului.

Observînd că funcţia este pară şi are perodicitatea τ, o putem descompune într-o serie Fourier avînd termeni numai în cosinus.

$$d\Lambda_x = \sum_{i=0}^{\infty} \Lambda_i \cos i \frac{2\pi}{\tau} x \cdot dx.$$

Coeficienţii seriei Fourier se obţin din:

$$\Lambda_0 = \frac{2}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} f(x)\, dx = \frac{2}{\tau} \left\{ \int_0^{\frac{z}{2}} \frac{\mu_0 l}{\delta} dx + \int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \mu_0 \frac{l dx}{\delta + \frac{\pi}{2}\left(x - \frac{z}{2}\right)} \right\} =$$

$$= \frac{\mu_0 l}{\tau} \left\{ \frac{z}{\delta} + \frac{4}{\pi} \ln \left[1 + \frac{\pi}{4} \left(\frac{\tau}{\delta} - \frac{z}{\delta} \right) \right] \right\} \tag{9}$$

iar

$$\Lambda_i = \frac{4}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} f(x) \cos i \frac{2\pi}{\tau} x \cdot dx =$$

$$= \frac{4\mu_0 l}{\tau} \left\{ \frac{1}{\delta} \int_0^{\frac{z}{2}} \cos i \frac{2\pi}{\tau} x \cdot dx + \int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{\cos i \frac{2\pi}{\tau} x}{\delta + \frac{\pi}{2}\left(x - \frac{z}{2}\right)} dx \right\} \tag{10}$$

Calculăm fiecare integrală separat:

$$\frac{1}{\delta} \int_0^{\frac{z}{2}} \cos i \frac{2\pi}{\tau} x \cdot dx = \frac{\tau}{2\pi i \delta} \left| \sin i \frac{2\pi}{\tau} x \right|_0^{\frac{z}{2}} = \frac{1}{2\pi i} \frac{\tau}{\delta} \sin i \pi \frac{z}{\tau}. \tag{11}$$

Integrala doua este expresia cosinusului integral. Pentru rezolvarea ei este util dezvoltarea în serie a funcţiei trigonometrice, urmînd ca în calculul numeric să considerăm atîţi termeni, cîţi ne impune gradul de exactitate dorit.

Deci

$$\int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{\cos i\frac{2\pi}{\tau}x}{\delta+\frac{\pi}{2}\left(x-\frac{z}{2}\right)}dx=\int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\frac{\cos cx}{ax+b}dx \tag{12}$$

unde:

$$a=\frac{\pi}{2}$$

$$b=\delta-\frac{\pi}{4}z \tag{13}$$

$$c=i\frac{2\pi}{\tau}.$$

Dezvoltînd $\cos(cx)$ într-o serie Mac-Laurin rezultă:

$$\cos(cx)=1+\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{c^{2\xi}x^{2\xi}}{(2\xi)!}. \tag{14}$$

Inlocuind în formula (12) primim:

$$\int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\frac{\cos dx}{ax+b}=\int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\frac{1+\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{c^{2\xi}x^{2\xi}}{(2\xi)!}}{ax+b}dx=\int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\frac{dx}{ax+b}+\int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\frac{\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{c^{2\xi}x^{2\xi}}{(2\xi)!}}{ax+b}dx. \tag{15}$$

Ţinînd cont că

$$\frac{x^n}{ax+b}=(-1)^n\left(\frac{b}{a}\right)^n\frac{1}{ax+b}+\frac{1}{a}\sum_{K=1}^{n}(-1)^{K+1}\left(\frac{b}{a}\right)^{K-1}x^{n-K}.$$

In cazul nostru $n=2\xi$ şi deci:

$$\frac{x^{2\xi}}{ax+b}=\frac{\left(\frac{b}{a}\right)^{2\xi}}{ax+b}+\frac{1}{a}\sum_{K=1}^{2\xi}(-1)^{K+1}\left(\frac{b}{a}\right)^{K-1}x^{2\xi-K} \tag{16}$$

Introducînd relaţia (16) în (15) rezultă:

$$\int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{\cos cx}{ax+b}\cdot dx = \int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{dx}{ax+b} + \int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \sum_{\xi=1}^{\infty} (-1)^{\xi} \frac{c^{2\xi}}{(2\xi)!} \left[\frac{\left(\frac{b}{a}\right)^{2\xi}}{ax+b} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{a} \sum_{K=1}^{2\xi} (-1)^{K+1} \left(\frac{b}{a}\right)^{K-1} x^{2\xi-K} \right] dx.$$

Deoarece $2\xi - K \geqslant 0$ seria este uniform convergentă şi deci se poate integra termen cu termen. Reîntroducînd relaţiile (13) rezultă:

$$\int_{\frac{z}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{\cos cx}{ax+b}\, dx = \frac{2}{\pi} \cos\left[4i\left(\frac{\delta}{\tau} - \frac{\pi}{4}\frac{z}{\tau}\right)\right] \ln\left[1 + \frac{\pi}{4}\left(\frac{\tau}{\delta} - \frac{z}{\delta}\right)\right] +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \sum_{\xi=1}^{\infty} (-1)^{\xi} \frac{(i\pi)^{2\xi}}{(2\xi)!} \sum_{K=1}^{2\xi} \left[\frac{4}{\pi}\left(\frac{\pi}{4}\frac{z}{\tau} - \frac{\delta}{\tau}\right)\right]^{K-1} \frac{1-\left(\frac{z}{\tau}\right)^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}.$$

Revenind la formula (10) expresia coeficientului Λ_1 devine:

$$\Lambda_i = \frac{4\mu_0 l}{\tau} \left\{ \frac{1}{2\pi i} \frac{\tau}{\delta} \sin i\pi \frac{z}{\tau} + \frac{2}{\pi} \cos\left[4i\left(\frac{\delta}{\tau} - \frac{\pi}{4}\frac{z}{\tau}\right)\right] \ln\left[1 + \frac{\pi}{4}\left(\frac{\tau}{\delta} - \frac{z}{\delta}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{\xi=1}^{\infty} (-1)^{\xi} \frac{(i\pi)^{2\xi}}{(2\xi)!} \sum_{K=1}^{2\xi} \frac{1-\left(\frac{z}{\tau}\right)^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1} \left[\frac{4}{\pi}\left(\frac{\pi}{4}\frac{z}{\tau} - \frac{\delta}{\tau}\right)\right]^{K-1} \right\} \qquad (17)$$

Notăm cu

$$x = \frac{z}{\tau}$$

$$y = \frac{\delta}{\tau}.$$

Ţinînd cont că ne interesează numai termenul $i = 2\lambda - 1$ expresia rezultantă este:

$$\Lambda_{2\lambda-1} = \frac{8\mu_0 l}{\pi\tau} \left\{ \frac{1}{4(2\lambda-1)y} \sin[(2\lambda-1)x] + \cos[(2\lambda-1)(\pi x - 4y)] \ln\left[1 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\pi}{4y}(1-x)\right] + \sum_{\xi=1}^{\infty} (-1)^{\xi} \frac{[(2\lambda-1)\pi]^{2\xi}}{(2\xi)!} \sum_{\xi=1}^{2\xi} \frac{1-x^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1} \left[\frac{1}{\pi}(\pi x - 4y)\right]^{K-1} \right\} \qquad (18)$$

EXPRESIA TENSIUNII INDUSE

Introducînd relația (18) în formula tensiunii (7) rezultă formula finală pentru armonica de ordinul $2\lambda-1$ a tensiunii induse;

$$U_{e_{2\lambda-1}}=(-1)^{\lambda+1}\mu_0\frac{8}{\pi^2}\omega\frac{W}{a}V_{H\delta}l\left\{\frac{1}{4(2\lambda-1)y}\sin[(2\lambda-1)\pi x]+\cos[(2\lambda-1)(\pi x-4y)]\ln\left[1+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{\pi}{4y}(1-x)\right]+\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{[(2\lambda-1)\pi]^{2\xi}}{(2\xi)!}\sum_{K=1}^{2\xi}\frac{1-x^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}\left[\frac{1}{\pi}(\pi x-4y)\right]^{K-1}\right\}\sin[(2\lambda-1)\omega t]. \tag{19}$$

Amplitudinea fundamentalei reiese ușor:

$$u_{e_{1max}}=\frac{8\omega}{\pi^2}\mu_0\frac{w}{a}V_{H\delta}\left\{\frac{1}{4y}\sin\pi x+\cos(\pi x-4y)\ln\left[1+\frac{\pi}{4y}(1-x)\right]+\right.$$
$$\left.+\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{\pi^{2\xi}}{(2\xi)!}\sum_{K=1}^{2\xi}\frac{1-x^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}\left[\frac{1}{\pi}(\pi x-4y)\right]^{K-1}\right\} \tag{20}$$

DETERMINAREA RAPORTULUI $x=\frac{z}{\tau}$ OPTIM.

Pentru a obține maximul curbei $u_{e_{1max}}=f(x)$ cu y ca parametru constant anulăm derivată în raport cu x a amplitudinii fundamentalei;

$$\frac{d}{dx}u_{e_{1max}}=0$$

simplificînd toți termenii posibili rezultă:

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{1}{4y}\sin\pi x+\cos(\pi x-4y)\ln\left[1+\frac{\pi}{4y}(1-x)\right]+\right.$$
$$\left.+\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{\pi^{2\xi}}{(2\xi)!}\sum_{K=1}^{2\xi}\frac{1-x^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}\left[\frac{1}{\pi}(\pi x-4y)\right]^{K-1}\right\}=0. \tag{21}$$

Derivăm fiecare termen în parte

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{4y}\sin\pi x\right)=\frac{\pi}{4y}\cos\pi x$$

$$\frac{d}{dx}\left\{\cos(\pi x-4y)\ln\left[1+\frac{\pi}{4y}(1-x)\right]\right\}=$$

$$=-\pi\sin(\pi x-4y)\ln\left[1+\frac{\pi}{4y}(1-x)\right]-\frac{\frac{\pi}{4y}\cos(\pi x-4y)}{1+\frac{\pi}{4y}(1-x)}$$

$$\frac{d}{dx}\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{\pi^{2\xi}}{(2\xi)!}\sum_{K=1}^{2\xi}\frac{1-x^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}\left[\frac{1}{\pi}(\pi x-4y)\right]^{K-1}=\frac{\pi}{4y}\cos(\pi x-4y)-\frac{\pi}{4y}\cos\pi x+$$
$$+\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{\pi^{2\xi}}{(2\xi)!}\sum_{K=2}^{2\xi}(K-1)\frac{1-x^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}\left[\frac{1}{\pi}(\pi x-4y)\right]^{K-2}$$

Revenind la expresia (21) rezultă

$$\frac{\pi}{4y}\cos\pi x-\pi\sin(\pi x-4y)\ln\left[1+\frac{\pi}{4y}(1-x)\right]-\frac{\frac{\pi}{4y}\cos(\pi x-4y)}{1+\frac{\pi}{4y}(1-x)}+$$

$$+\frac{\pi}{4y}\cos(\pi x-4y)-\frac{\pi}{4y}\cos\pi x+$$

$$+\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{\pi^{2\xi}}{(2\xi)!}\sum_{K=2}^{2\xi}(K-1)\frac{1-x^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}\left[\frac{1}{\pi}(\pi x-4y)\right]=0.$$

Restrîngînd termenii şi notînd cu

$$\varphi=\pi x-4y$$

$$\psi=1+\frac{\pi}{4y}(1-x) \tag{22}$$

rezultă:

$$\Theta=\frac{1}{2y}\cos\varphi-\frac{\frac{1}{2y}\cos\varphi}{\psi}-2\sin\varphi\ln\psi+$$

$$+\frac{2}{\pi}\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{\pi^{2\xi}}{(2\xi)!}\sum_{K=2}^{2\xi}(K-1)\left(\frac{\varphi}{\pi}\right)^{K-2}\frac{1-x^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}=0. \tag{23}$$

Rezolvarea acestei ecuaţii este destul de anevoiasă şi se face prin metoda aproximaţiilor succesive. Punînd condiţia ca eroarea cu care se determină rădăcinile să fie în jurul erorilor riglei de calcul, adică în jurul $(1-3)\,^0/_0$ rezultă că este suficient de a calcula seria pînă la termenul $2\xi=8$.

Prin metoda aproximărilor succesive s-au obţinut astfel următoarele rezultate trecute în tabloul de calcul nr. 1.

Cu $\varepsilon\,^0/_0$ s-a notat eroarea procentuală raportată la media aproximativă a termenilor mai importanţi ca valoare.

In tabloul de calcul nr. 2 prezentăm calculul sumei

$$\frac{2}{\pi}\sum_{\xi=1}^{\infty}(-1)^{\xi}\frac{\pi^{2\xi}}{(2\xi)!}\sum_{K=2}^{2\xi}(K-1)\left(\frac{\varphi}{\pi}\right)^{K-2}\frac{1-x^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}.$$

In fig. 4 se pot vedea rezultatele obţinute prin metodele enunţate. In această diagramă curba (1) este trasată cu ajutorul metodei descrise, (2a) şi (2b) sînt curbele determinate de Schmidt (2a) prin calcule aproximative, (2b) cu corectări prin factori obţinuţi prin încercări la maşini existente. Curba (3) este determinată de Wiesemann pe dinţi cu laturi paralele cu metoda tuburilor de cîmp Lehmann, iar curba (4), calculată de Asztalos cu aceeaşi metodă, se referă la ancoşe semicirculare. Limitele pentru care rezultatele obţinute analitic rămîn valabile sînt: $\infty > h_c > \approx z$.

Tabloul de calcul nr. 1

Nr. crt.	x	y	φ	ψ	$\frac{1}{2y}\cos\varphi$	$-\frac{1}{2y\psi}\cos\varphi$	$-2\sin\varphi\ln\psi$	$+\frac{2}{\pi}\sum_{l=1}^{\infty}$	Θ	$\varepsilon\%$
1	0,483	0,0036	1,5056	113,6	+9,04	−0,0744	−9,195	+0,2516	+0,0222	+0,22%
2	0,47	0,00815	1,4434	52,1	+7,75	−0,1492	−7,855	+0,215	+0,039	+0,5 %
3	0,44	0,02225	1,295	20,8	+6,1	−0,293	−5,84	+0,0190	−0,0140	+0,35%
4	0,42	0,035	1,18	14,05	+5,43	−0,386	−4,91	−0,1088	+0,034	+0,65%
5	0,4	0,05	1,056	10,42	+4,923	−0,472	−4,07	−0,295	+0,086	+1,9 %
6	0,38	0,0685	0,92	8,11	+4,425	−0,545	−3,33	−0,482	+0,068	+2,0 %
7	0,36	0,088	0,78	6,72	+4,03	−0,6	−2,68	−0,682	+0,068	+2,0 %
8	0,35	0,1	0,7	6.115	+3,8242	−0,625	−2,33	−0,796	+0,063	+2 %
9	0,34	0,117	0,6	5,43	+3,53	−0,650	−1,905	−0,918	+0,057	+1,6 %
10	0,332	0,1385	0,49	4,695	+3,185	−0,6795	−1,455	−1,05	0,04	+1,2 %
11	0,33	0,159	0,4	4,305	+2,9	−0,6725	−1,098	−1,148	−0,0185	−0,65%

Tabloul de calcul nr. 2

Nr. crt.	x	y	$\sum_{K=2}^{2\xi}(K-1)\left(\frac{\varphi}{\pi}\right)^{K-2}\frac{1-X^{2\xi-K+1}}{2\xi-K+1}$					$(-1)^{\xi}\frac{\pi^{2\xi}}{(2\xi)!}\sum_{K=2}^{2\xi}[\ldots]$					$\frac{e}{\pi}\sum_{\xi=1}^{\infty}\{\cdots\}$
			$2\xi=2$	$2\xi=4$	$2\xi=6$	$2\xi=8$	$2\xi=10$	$2\xi=2$	$2\xi=4$	$2\xi=6$	$2\xi=8$	$2\xi=10$	
1	0,483	0,0036	0,517	1,0198	0,9411	0,7239	—	−2,588	+4,105	−1,29	+0,1685	—	+0,2516
2	0,47	0,00815	0,53	0,996	0,8713	0,6554	—	−2,644	+4,015	−1,193	+0,153	—	+0,215
3	0,44	0,02225	0,56	0,9226	0,7555	0,5377	0,398	−2,79	+3,74	−1,035	+0,1255	−0,0106	+0,019
4	0,42	0,035	0,58	0,8571	0,6413	0,45338	0,335744	−2,86	+3,47	−0,878	+0,1058	−0,00892	−0,1088
5	0,40	0,005	0,60	0,795	0,5658	0,393595	—	−2,99	+3,21	−0,776	+0,0917	—	−0,295
6	0,38	0,685	0,62	0,7245	0,4847	0,334815	—	−3,09	+2,92	−0,6625	+0,0778	—	−0,482
7	0,36	0,0880	0,64	0,6506	0,41832	0,28693	—	−3,19	+2,625	−0,573	+0,0672	—	−0,682
8	0,35	0,1	0,65	0,611	0,3807	0,263725	—	−3,24	+2,47	−0,535	+0,0615	—	−0,796
9	0,34	0,117	0,66	0,5622	0,34515	0,237916	—	−3,295	+2,27	−0,4725	+0,0555	—	−0,918
10	0,332	0,1385	0,668	0,5072	0,30798	0,21408	—	−3,33	+2,05	−0,4215	+0,04985	—	−1,05
11	0,33	0,159	0,67	0,4672	0,28437	0,197	0,1514	−3,34	+1,885	−0,39	+0,0459	−0,00403	−1,143

Se observă că, curba calculată analitic de Schmidt este destul de departe de realitate, prezentînd erori mari. Curba calculată prin metoda enunţată aproape coincide cu măsurătorile lui Schmidt făcute la maşini existente şi se înscrie foarte frumos între curbele determinate de Wiesemann şi Asztalos.

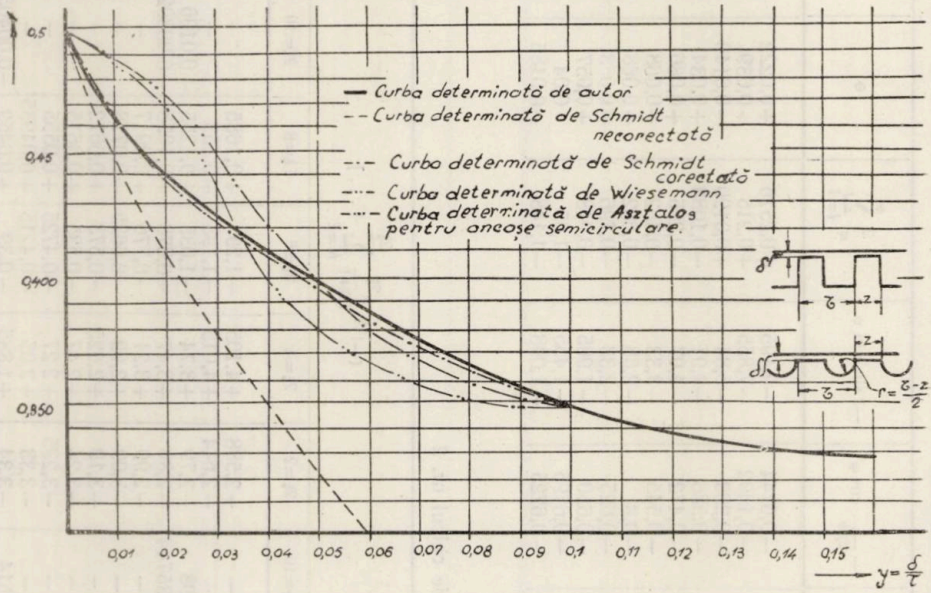


Fig. 4. Forma optimă a dintelui :

———— (1) Curba obţinută de autor pentru ancoşe cu laturi paralele. – – – – – – (2 *a*) Curba obţinută de Schmidt pe cale analitică. –.–.–. (2 *b*) Curba corectanţă de Schmidt prin încercări executate la maşini existente. –. .–. .– (3) Curba determinată prin metoda grafică de Wiesemann. – . . . – . . . (4) Curbă determinată de Asztalos pentru ancoşe semicirculare prin metoda grafică.

La un întrefier mic aceste curbe se abat relativ mult de la curba determinată. Aceasta se explică prin faptul că celelalte metode ţin cont şi de armonicele superioare care în acest domeniu au valori apreciabile. La valori mai mari ale intrefierului $\frac{\delta}{\tau} > 0{,}05$, armonicele au valori relativ mici, influenţa lor scade şi deci curbele determinate prin diferitele metode se apropie între ele.

Analizînd curbele trasate în diagrama din fig. 4 se poate constata că rezultatele obţinute pe cale analitică, prin metoda descrisă, coincid aproape cu rezultatele determinate experimental, fiind astfel mai exacte şi mai aproape de realitate decît cele calculate prin celelalte metode.

BIBLIOGRAFIE

1. K Schmidt, *Die günstigste Polform bei Hochfrequenzmaschinen.* E.T.Z., 1915, p. 283.
2. P. Wiesemann, Graphical Determination of Magnetic Fields, Journal of the A.I.E.E., 1927, p. 430.
3. P. Asztalos, Középfrekvenciás generátorok Elektrotehnica, 1953, nr. 6 şi 7.
4. P. Asztalos, Induktorgeneratorok tervezézének és elméletének néhany kérdése. Elektrotehnika, 1955, nr. 11.

UBER DIE BESTIMMUNG DER GÜNSTIGSTEN ZAHNFORM VON MITTELFREQUENZGENERATOREN HOMOPOLARER BAUART

(INHALT)

Es wird durch ein analytisches Verfahren die günstigste Läuferzahnform der Mittelfrequenzgeneratoren in Gleichpolausführung berechnet in dem man die Erreichhung eines Maximum der Grundwelle der Leerlaufspannung in Betracht zieht.

Die erreichten Ergebnisse sind durch an Maschinen ausgeführten Messungen bestätigt und sind genauer als die mit den bisherigen Metoden bestimmten Kurven.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ НАЙЛУЧШЕЙ ФОРМЫ ЗУБЬЕВ ГЕНЕРАТОРОВ СРЕДНЕЙ ЧАСТОТЫ ОМОПОЛЯРНОГО ТИПА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе определяется аналитичяски найлучшая форма зубьев генераторов средней частоты омополярного типа, имея в виду получение основной максимальной гармоники для индуктированного напряжения холостого хода. Рассматриваются имеющиеся методы и анализируются гипотезы стоящие в их основе.

Результаты полученные аналитическим путем были подтверждены измерениями произведенными на существующих машинах и являются более точными по сравнению с результатам полученными другим методами.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

ELEMENTE MIXTE DE PLANŞEU DIN BETON ŞI BETON PRECOMPRIMAT

DE

CONSTANTIN N. AVRAM şi IOAN PESCARU

Comunicarea prezentată la a V-a sesiune ştiinţifică a Institutului Politehnic Timişoara din 29—31 martie 1957

1. INTRODUCERE

Elementele mixte de construcţii sînt formate din materiale diferite, aşezate în mod obişnuit în straturi; aceste materiale pot fi: betonul, zidăria de cărămidă, betonul armat, betonul precomprimat, oţelul etc. Conlucrarea dintre materiale este asigurată prin aderenţă sau mijloace mecanice.

Elemente şi construcţii mixte din beton simplu sau beton armat şi beton precomprimat s-au experimentat şi realizat în ultimii ani în U.R.S.S., Germania, Polonia şi alte ţări, căpătînd o extindere din ce în ce mai mare datorită numeroaselor lor avantaje ([3], [6], [12], [13]). La noi în ţară, experimentările expuse aici sînt primele de acest fel.

În lucrarea de faţă ne ocupăm de elementele mixte din beton şi beton precomprimat folosite la realizarea planşeelor dintre etaje sau de acoperiş şi alcătuite din:

— elemente prefabricate din beton precomprimat, denumite *elemente de armare,* care preiau întinderea din încovoiere;

— beton simplu (greu sau uşor) turnat peste elementele de armare, denumit *beton de rezistenţă,* care preia compresiunea din încovoiere.

Elementele de armare sînt de fapt scînduri din beton precomprimat de 20—50 cm lăţime şi 2—6 cm grosime, armate cu corzi de oţel-carbon de 1,8—3 mm diametru. Corzile se pretensionează înainte de turnarea betonului şi se ancorează prin adeziune; ancorarea poate fi îmbunătăţită prin ondularea corzilor, prin împletirea lor cîte două, prin folosirea dispozitivelor de ancorare cu inele, în pieptene etc. Armătura se aşază la mijlocul grosimii scîndurii (precomprimare centrică); betonul folosit trebuie să aibă marca minimă B400.

Legătura monolită a elementelor de armare cu betonul de rezistență se asigură prin aderența dintre cele două betoane ; pentru aceasta, suprafața superioară a scîndurii precomprimate trebuie să fie cît mai rugoasă posibil ; cînd aderența nu este suficientă se pot prevede etrieri.

Planșeul se poate realiza din elemente prefabricate mixte, cînd betonul de rezistență se toarnă înainte de montare pe fiecare scîndură precomprimată în parte, sau se poate executa monolit, cînd elementele de armare servesc și drept cofraj pentru turnarea betonului de rezistență ; în acest caz se pot monta bare de repartiție din oțel beton peste scîndurile precomprimate, perpendicular pe lungimea lor. Ultima soluție este de preferat, căci prezintă toate avantajele construcțiilor monolite.

2. CALCULUL ELEMENTELOR MIXTE

Elementele geometrice ale secțiunii transversale sînt arătate în fig. 1, *a*. Pentru claritatea redactării, se notează cu indicele 1 mărimile referitoare la betonul elementului de armare și cu indicele 2 mărimile referitoare la betonul de rezistență.

2.1. **Eforturi unitare din precompresiune.** După [8], care dau valori mai exacte decît [4] în cazul armăturii preîntinse, avem, în *momentul precomprimării betonului :*

$$\sigma_{bk} = \frac{\mu_1 \sigma_{ak}}{1+n} \quad \text{și} \quad \sigma'_{ak} = \sigma_{ak} - n\sigma_{bk} \qquad \text{(1a și b)}$$

cu

$$n = \frac{E_a}{E_{b1}} \quad \text{și} \quad \mu_1 = \frac{A_a}{A_{b1}} = \frac{A_a}{bh_a} \qquad \text{(2a și b)}$$

unde tensiunea inițială (de control) în corzi trebuie să îndeplinească condiția :

$$\sigma_{ak} \leqq 0{,}65\, \sigma_r \,. \qquad (3)$$

Dacă $\sigma_p = 1\,500$ kg/cm² este pierderea de tensiune în coardă din contracția și curgerea lentă a betonului elementului de armare, atunci tensiunea din armătură, corespunzătoare efortului unitar $\sigma_b = 0$ în beton, are valoarea :

$$\sigma_{ap} = \sigma_{ak} - \sigma_p \,. \qquad (4)$$

Eforturile unitare *permanente* în beton și armătură, după scăderea tuturor pierderilor de tensiune, sînt (fig. 1, *b* și 2, *b*):

$$\sigma_{b1} = \frac{\mu_1 \sigma_{ap}}{1+n\mu_1} \text{ (compresiune)} \qquad \text{(5a)}$$

și

$$\sigma_{a1} = \sigma_{ap} - n\sigma_{b1} \text{ (întindere)} \qquad \text{(5b)}$$

2.2. Eforturi unitare din încărcări exterioare. Eforturile unitare din sarcini exterioare se determină după teoria corpului elastic, admiţînd ipoteza secţiunilor plane (Bernouilli) şi legea lui Hooke, şi presupunînd că nu se distruge aderenţa dintre elementul de armare şi betonul de rezistenţă.

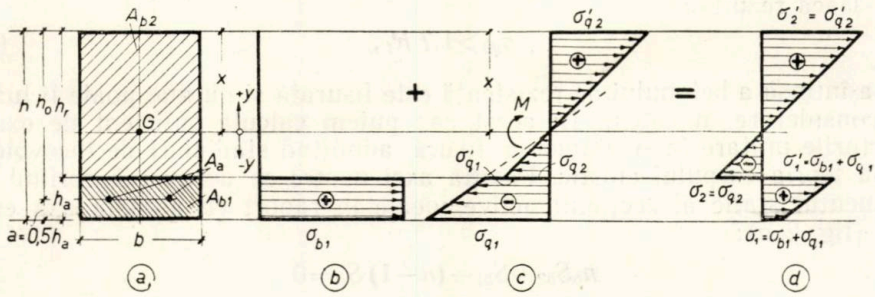


Fig. 1. Eforturile unitare din precompresiune şi sarcini exterioare (betonul de rezistenţă nefisurat).

Reducem secţiunea neomogenă a elementului mixt la betonul elementului de armare. Cu :

$$n=\frac{E_a}{E_{b1}}>1 \quad \text{şi} \quad n_b=\frac{E_{b2}}{E_{b1}}<1 \qquad \text{(6a şi b)}$$

avem :

$$A_{bi}=A_{b1}+n_bA_{b2}+(n-1)\,A_a=bh_a+n_bbh_r+(n-1)\,A_a; \qquad (7)$$

$$x=\frac{A_{b1}h_0+0{,}5n_bA_{b2}h_r+(n-1)\,A_ah_0}{A_{bi}} \qquad (8)$$

şi

$$I_{bi}=I_{b1}+n_bI_{b2}+(n-1)\,I_a=\left[\frac{1}{12}bh_a^3+bh_a\,(h_0-x)^2\right]+n_b\left[\frac{1}{12}bh_r^3+\right.$$

$$\left.+bh_r\left(x-\frac{1}{2}h_r\right)^2\right]+(n-1)\,A_a\,(h_0-x)^2. \qquad (9)$$

În formulele de mai sus se pot neglija termenii care cuprind pe A_a, eroarea comisă fiind mai mică decît 2%.

Eforturile unitare produse în beton de sarcinile exterioare de exploatare se determină cu formula lui Navier (fig. 1, *c*).

În fibra inferioară şi fibra superioară a betonului elementului de armare avem eforturile unitare de întindere :

$$\sigma_{q1}=\frac{M}{I_{bi}}(h-x) \quad \text{şi} \quad \sigma'_{q1}=\frac{M}{I_{bi}}(h_r-x). \qquad \text{(10a şi b)}$$

În fibra inferioară a betonului de rezistenţă (întindere):

$$\sigma_{q2}=\frac{n_bM}{I_{bi}}(h_r-x\,. \qquad \text{(11a)}$$

Idem în fibra superioară (compresiune):

$$\sigma'_{q2}=\frac{n_b M}{I_{bi}}x. \tag{11b}$$

Dacă rezultă:

$$\sigma_{q2}>1{,}7\,R_t, \tag{12}$$

zona întinsă a betonului de rezistenţă este fisurată şi nu mai poate fi luată în considerare în calcul. În acest caz putem calcula suficient de exact eforturile unitare în secţiunea cu fisură, admiţînd stadiul II de încovoiere după teoria corpului elastic. Poziţia axei neutre se determină scriind că momentul static al secţiunii active ideale în raport cu această axă este nul (fig. 2, *a*):

$$n_b S_{b2}+S_{b1}+(n-1)\,S_a=0$$

sau

$$\frac{1}{2}n_b b x^2-bh_a(h_0-x)-(n-1)\,A_a(h_0-x)=0. \tag{13}$$

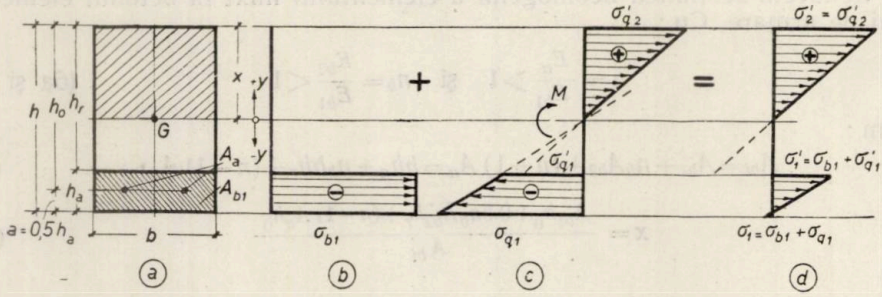


Fig. 2. Eforturile unitare din precompresiune şi sarcini exterioare (betonul de rezistenţă fisurat).

Cu valoarea lui x se calculează apoi momentul de inerţie al secţiunii în raport cu axa neutră:

$$I_{bi}=\frac{1}{3}n_b b x^3+\left[\frac{1}{12}bh_a^3+bh_a(h_0-x)^2\right]+(n-1)\,A_a(h_0-x)^2, \tag{14}$$

după care se determină eforturile unitare în beton cu formulele 10 şi 11 (fig. 2, *c*).

În fig. 1, *d* şi 2, *d* sînt reprezentate eforturile unitare totale din precomprimare şi sarcini exterioare.

Fisurile din zona întinsă a betonului de rezistenţă nu sînt periculoase, fiind izolate de mediul exterior prin elementele de armare. Totodată experienţele au arătat că aceste fisuri trebuie să fie foarte dese şi deci cu deschideri foarte mici, căci nu devin vizibile cu lupa şi cu ochiul liber decît după fisurarea elementelor de armare şi nu apar decît în dreptul fisurilor acestor elemente (fig. 7, 8 şi 10).

2.3. **Eforturi unitare din contracția betonului de rezistență.** Dacă notăm cu ε_{c2} deformația specifică produsă de contracția liberă a betonului de rezistență și cu $(\varepsilon_{c1}+\varepsilon_{p1})$ deformația specifică din contracția și curgerea lentă a betonului elementului de armare ce se produce după turnarea betonului de rezistență, atunci în secțiunea elementului mixt apar eforturi unitare din diferența :

$$\varepsilon'_{c2}=\varepsilon_{c2}-(\varepsilon_{c1}+\varepsilon_{p1}), \tag{15}$$

care reprezintă scurtarea specifică relativă liberă a betonului de rezistență față de elementul de armare. Acțiunea curgerii lente a betonului de rezistență asupra eforturilor unitare produse de contracția relativă ε'_{c2} se poate lua în considerare prin înlocuirea modulului de elasticitate E_{b2} cu modulul de elasticitate-plasticitate E_{t2} [2]. După [3] se poate lua :

$$E_{t2}=0{,}44\,E_{b2}. \tag{16}$$

Determinarea eforturilor unitare se face după teoria corpului elastic, admițînd aceleași ipoteze ca la pct. 2.2, și folosind teoria tensiunilor inițiale [1].

Scurtarea din contracție a betonului de rezistență este parțial împiedicată de elementul de armare, de care este legat prin aderență. Elementul de armare joacă aici rolul armăturii din elementele obișnuite de beton armat, așa încît rezultă eforturi unitare de compresiune în elementul de

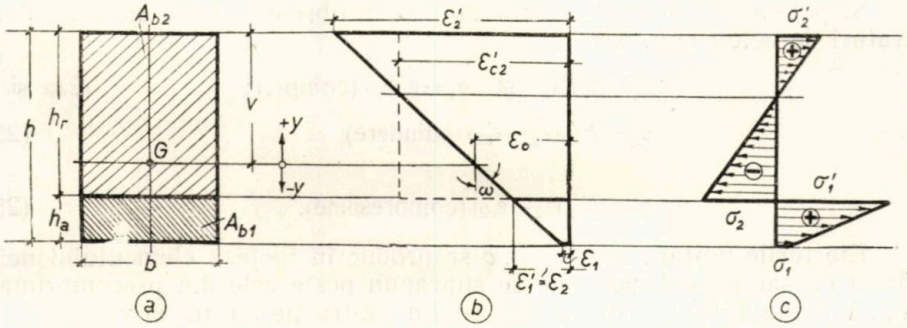


Fig. 3. Eforturi unitare din contracția betonului de rezistență.

armare și în fibrele superioare ale betonului de rezistență, și eforturi unitare de întindere în fibrele inferioare ale acestui beton (fig. 3, *c*). Secțiunea transversală suferă o rotire specifică ω și o translație ε_0 după axa centrului de greutate G al secțiunii ideale (fig. 3, *b*).

Neglijînd în calcule secțiunea de armătură și raportînd secțiunea neomogenă la secțiunea betonului de rezistență, avem (conform [1], pag. 131—135):

$$n_t=\frac{E_{b1}}{E_{t2}}; \tag{17}$$

$$A_{bi}=A_{b2}+n_tA_{b1}=bh_r+n_tbh_a; \tag{18}$$

$$v = \frac{0{,}5\, bh_r^2 + n_t bh_a (h_r + 0{,}5h_a)}{A_{bi}}; \tag{19}$$

$$S_{b2} = A_{b2}(v - 0{,}5h_r) = bh_r(v - 0{,}5h_r); \tag{20}$$

$$I_{bi} = I_{b2} + n_t I_{b1} = \left[\frac{1}{12} bh_r^3 + bh_r (v - 0{,}5h_r)^2\right] + n_t\left[\frac{1}{12} bh_a^3 + bh_a (h - 0{,}5h_a - v)^2\right]; \tag{21}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon'_{c2} A_{b2}}{A_{bi}} \quad \text{şi} \quad \omega = \frac{\varepsilon'_{c2} S_{b2}}{I_{bi}}. \tag{22a şi b}$$

Deformaţiile specifice au valoarea (fig. 3, *b*):

— în fibra inferioară:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + y\omega = \varepsilon_0 - (h - v)\,\omega; \tag{23a}$$

— în planul de separaţie dintre elementul de armare şi betonul de rezistenţă:

$$\varepsilon'_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0 - (h_r - v)\,\omega; \tag{23b}$$

— în fibra superioară:

$$\varepsilon'_2 = \varepsilon_0 + v\omega. \tag{23c}$$

Se pot calcula acum eforturile unitare în fibrele extreme ale celor două straturi de beton (fig. 3, *c*):

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 E_{b1} \quad \text{şi} \quad \sigma'_1 = \varepsilon'_1 E_{b1} \text{ (compr.)}; \tag{24a şi b}$$

$$\sigma_2 = E_{t2}(\varepsilon_2 - \varepsilon'_{c2}) \text{ (întindere)} \tag{25a}$$

şi

$$\sigma'_2 = E_{t2}(\varepsilon'_2 - \varepsilon'_{c2}) \text{ (compresiune)}. \tag{25b}$$

Eforturile unitare din fig. 3, *c* se produc în ipoteza elementului neîncărcat cu sarcini exterioare şi se suprapun peste cele din precomprimare (fig. 1, *b* sau 2, *b*); eforturile unitare din contracţie au iniţial valorile zero şi cresc în timp cu viteză din ce în ce mai mică, ajungînd în 2—4 ani la valorile finale date de formulele (24) şi (25) (în aceeaşi perioadă de timp eforturile unitare din precomprimare scad de la valoarea σ_{bk} la valoarea finală σ_{b1}).

Fisurile care apar în zona întinsă a betonului de rezistenţă sub acţiunea sarcinilor exterioare modifică procesul apariţiei eforturilor unitare din contracţia acestui beton. Totodată trebuie remarcat că eforturile unitare din contracţie şi din sarcini exterioare acţionează în acelaşi sens în betonul de rezistenţă, aşa încît contracţia grăbeşte fisurarea.

2.4. **Calculul de rezistenţă după stadiul de rupere.** Se face ipoteza, confirmată de experienţe, că aderenţa dintre elementul de armare şi betonul de rezistenţă se păstrează pînă la ruperea elementului mixt; totodată, procentul de armare fiind mic, ruperea va începe prin cedarea armăturii

întinse. Se pot deci aplica formulele cunoscute (fig. 4); din ecuaţia de proiecţii se obţine înălţimea zonei comprimate :

$$x = \frac{\sigma_r A_a}{bR_{i2}}, \qquad (26)$$

apoi braţul de pîrghie al cuplului interior :

$$z = h_0 - 0{,}5x \qquad (27)$$

şi în sfîrşit momentul încovoietor de rupere :

$$M_r = cM = zN_a = \sigma_r A_a (h_0 - 0{,}5x). \qquad (28)$$

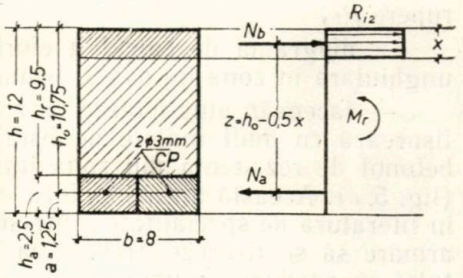


Fig. 4. Calculul după stadiul de rupere.

2.5. **Calculul după starea limită de apariţie a fisurilor.** Calculul propus în articolul polonez [6] nu îl considerăm corespunzător, căci deşi se admite pentru zona întinsă stadiul I-a de încovoiere, în zona comprimată se consideră aceeaşi diagramă a eforturilor unitare ca în stadiul III de rupere, ceea ce constituie o contradicţie.

In literatura sovietică N. A. Calasnicov [3] indică de asemenea o metodă de calcul la apariţia fisurilor al elementelor mixte de beton şi beton precomprimat pornind de la teoria corpului elastic (stadiul I de încovoiere) şi admiţînd că fisurarea se produce atunci cînd în fibra cea mai întinsă a elementului de armare se atinge rezistenţa de rupere la întindere din încovoiere $R_{ti1} = \gamma R_{t1}$ (cu $\gamma = 1{,}7$ pentru secţiuni dreptunghiulare). Acest calcul este convenţional şi dacă dă rezultate oarecum acceptabile pentru elementele cu armătură postîntinsă, nu mai este suficient de exact pentru elementele cu armătură preîntinsă (corzi ancorate prin adeziune).

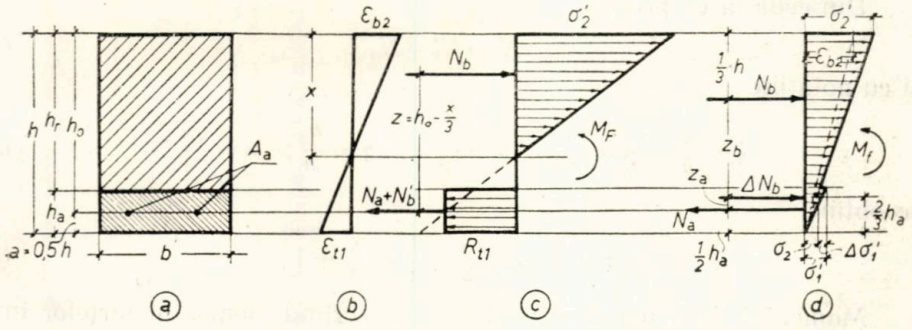


Fig. 5. Calculul după stările limită de fisurare şi refisurare.

Propunem un calcul după stadiul I-a de încovoiere care corespunde momentului apariţiei fisurilor (fig. 5, *b* şi *c*), unde în afară de ipotezele cunoscute :

— valabilitatea ipotezei secţiunilor plane,

— zona întinsă se fisurează atunci cînd deformaţia specifică a betonului întins atinge valoarea limită ε_t, iar efortul unitar rezistenţa de rupere R_t,

— diagrama de calcul a eforturilor unitare din beton se ia dreptunghiulară în zona întinsă şi triunghiulară în zona comprimată,

— facem în plus ipoteza că zona întinsă a betonului de rezistenţă se fisurează cu mult înainte de fisurarea elementului de armare, aşa încît betonul de rezistenţă din zona întinsă nu se ia în considerare în calcul (fig. 5, *c*). Această ultimă ipoteză ar corespunde realităţii şi este confirmată în literatura de specialitate; într-adevăr, pentru ca betonul elementului de armare să se fisureze, trebuie ca încărcările exterioare aplicate elementului să producă în fibra inferioară întinsă un efort unitar de întindere egal cu $(\sigma_{b1}+R_{t1})$, în timp ce în betonul de rezistenţă, care nu are tensiuni iniţiale din precomprimare, fisurarea se produce cînd efortul unitar de întindere devine $R_{t2}<R_{t1}$.

Cu notaţiile din fig. 5, *b* şi *c* avem:

$$\varepsilon_{t1}=\frac{2R_{t1}}{E_{b1}}; \quad \varepsilon_{b2}=\varepsilon_{t1}\frac{x}{h-x}=\frac{2R_{t1}}{E_{b1}}\cdot\frac{x}{h-x}; \tag{29a şi b}$$

$$\sigma_2'=2R_{t1}\frac{E_{b2}}{E_{b1}}\cdot\frac{x}{h-x}=2n_bR_{t1}\frac{x}{h-x}; \tag{30}$$

$$\sigma_{aF}\cong(\sigma_{ap}+300)\ \text{kg/cm}^2 \quad \text{pentru} \quad \varepsilon_{t1}\cong 0{,}00015; \tag{31}$$

$$N_b=\frac{1}{2}bx\left(2n_bR_{t1}\frac{x}{h-x}\right)=n_bR_{t1}\frac{bx^2}{h-x}; \tag{32}$$

$$N_b'=bh_aR_{t1}; \quad N_a=\sigma_{aF}A_a. \tag{33a şi b}$$

Din ecuaţia de proiecţii:

$$N_b=N_b'+N_a \tag{34}$$

şi cu notaţiile:

$$\xi=\frac{x}{h}; \quad \mu=\frac{A_a}{bh}; \quad \beta=\frac{\sigma_{aF}}{R_{t1}}; \quad \gamma=\frac{h_a}{h}; \quad \alpha=\frac{\gamma+\beta\mu}{n_b} \tag{35}$$

se obţine:

$$\xi=\frac{x}{h}=-\frac{\alpha}{2}+\sqrt{\alpha\left(\frac{\alpha}{4}+1\right)}. \tag{36}$$

Momentul de fisurare se poate obţine scriind momentul forţelor interioare în raport cu N_b:

$$M_F=c_FM=\left(h_0-\frac{x}{3}\right)(N_a+N_b'). \tag{37}$$

2.6. **Calculul după stadiul limită de refisurare.** Dacă elementul mixt se încarcă pînă ce apar fisurile $(M>M_F)$ şi apoi se descarcă, fisurile se închid complet; la o nouă încărcare fisurile apar la o sarcină mai mică, de-

oarece betonul întins a fost scos din lucru. Starea limită de refisurare corespunde momentului redeschiderii fisurii, cînd în fibra inferioară de beton a elementului de armare deformația specifică este nulă și efortul unitar este nul ($\varepsilon_{t1}=0$ și $\sigma_1=0$ — fig. 5, *d*), cînd deci $x=h$.

Luăm ca necunoscute efortul unitar σ_2' și momentul de refisurare M_f; avem:

$$\sigma_{af} \cong \sigma_{ap}=\sigma_{ak}-\sigma_p; \tag{38}$$

$$\sigma_2=\sigma_2'\frac{h_a}{h}=\gamma\sigma_2'; \quad \sigma_1'=\frac{\sigma_2}{n_b};$$

$$\Delta\sigma_1'=\delta\sigma_2' \quad \text{cu} \quad \delta=\frac{1-n_b}{n_b}\gamma; \tag{39a și b}$$

$$N_a=\sigma_{ap}A_a; \quad N_b=\frac{1}{2}bh\sigma_2'; \quad \Delta N_b=\frac{1}{2}bh_a\delta\sigma_2'. \tag{40}$$

Din ecuația de proiecții obținem:

$$\sigma_2'=\frac{2\mu\sigma_{ap}}{1+\gamma\delta}, \tag{41}$$

cu care se pot apoi calcula rezultantele N_b și ΔN_b; momentul încovoietor de refisurare are valoarea:

$$M_f=c_fM=z_aN_a+z_bN_b \tag{42}$$

cu

$$z_a=\frac{1}{6}h_a \quad \text{și} \quad z_b=\frac{2}{3}h_r. \tag{43a și b}$$

Pentru $\gamma=h_a/h\leq 0{,}25$ nu se comite o eroare mai mare de 5% dacă se admite $\Delta\sigma_1'=0$; în acest caz momentul încovoietor de refisurare are o expresie mai simplă, care permite un calcul direct:

$$M_f=c_fM=\frac{1}{6}\sigma_{ap}A_ah(4-3\gamma). \tag{42a}$$

2.7. **Verificarea eforturilor unitare principale și tangențiale.** În general nu este necesară verificarea eforturilor unitare principale de întindere în placa mixtă, aceste eforturi fiind mici. Totuși, dacă s-ar considera necesară această verificare, calculul se poate face cu formulele cunoscute ([4], [8]), considerînd secțiunea omogenă redusă la betonul elementului de armare (formulele 6—9, sau 13—14, după caz).

În schimb este necesară verificarea efortului unitar tangențial (de lunecare) la suprafața de contact dintre betonul de rezistență și elementul de armare, această suprafață constituind un rost de lucru.

Plecăm de la elementele secțiunii neomogene cu care s-a calculat diagrama din fig. 1, *c*; efortul unitar tangențial are valoarea:

$$\tau=\frac{TS_2}{bI_{bi}} \tag{44}$$

unde T este forţa tăietoare dată de încărcările exterioare, I_{bi} momentul de inerţie dat de formula (9) sau formula (14), după caz, iar :

$$S_2 = n_b b h_r (x - 0{,}5 h_r), \tag{45 a}$$

respectiv :

$$S_2 = \frac{1}{2} n_b b x^2 \tag{45 b}$$

momentul static al suprafeţei care lunecă (bh_r în cazul fig. 1, *a*, respectiv bx în cazul fig. 2, *a*), în raport cu axa lui G.

Efortul unitar tangenţial de lunecare este maxim la reazem. Experienţele au arătat că simpla aderenţă dintre betonul de rezistenţă şi betonul elementului de armare este suficientă pentru a împiedica lunecarea dintre cele două straturi pînă la ruperea elementului. Cînd această aderenţă nu ar fi suficientă, rezistenţa la lunecare se poate mări cu ajutorul etrierilor din fier-beton, care traversează suprafaţa de contact, montaţi spre capetele elementului de armare la execuţia lui, sau presărînd şi îndesînd pe suprafaţa elementului de armare, la execuţia lui, granule din roci dure de 4—10 mm, care rămîn parţial în relief, pentru a mări rugozitatea suprafeţei de contact.

În afară de sarcinile exterioare, în planul de contact apar eforturi unitare tangenţiale şi din contracţia betonului de rezistenţă a cărui scurtare liberă este parţial împiedicată de elementul de armare prin aderenţa dintre cele două materiale. Eforturile unitare tangenţiale produse de contracţie sînt însă de sens contrar celor provocate de sarcinile exterioare şi de aceea ele se reduc unele pe altele. Sub acest aspect, acţiunea contracţiei este favorabilă.

Spre mijlocul grinzii, unde zona întinsă a betonului de rezistenţă este fisurată, pe o jumătate a intervalului dintre două fisuri consecutive eforturile unitare τ din contracţie sînt de sens contrar celor din încărcări şi pe cealaltă jumătate de acelaşi sens, deci se adună ; în această regiune însă eforturile unitare τ din încărcări sînt foarte mici.

3. CERCETĂRI EXPERIMENTALE

În cadrul laboratorului comun de beton armat al Bazei Experimentale I.C.S.C.-Timişoara şi al catedrei de Beton Armat I.P.T. s-a propus experimentarea unui planşeu mixt de 3,8 m deschidere, folosind scînduri precomprimate de 4,15 m lungime din beton B400 cu $h_a = 2{,}5$ cm, $b = 25$ cm şi $A_a = 6 \varnothing 3$ mm din oţel C.P. cu $\sigma_r = 19\,700$ kg/cm^2, peste care se toarnă beton B200 cu $h_r = 9{,}5$ cm, aşa încît $h = 12$ cm.

Pista de precomprimare nefiind terminată şi pusă în funcţiune, în perioada oct. 1956—ian. 1957 s-au executat şi încercat 4 grinzi de 3,8 m lungime cu secţiunea arătată în fig. 4, pentru care s-au putut precomprima elemente de armare în formă de şipci de 2,5 · 4,0 cm secţiune, folosind pentru pretensionarea corzilor un aparat pentru studiul fluajului sîrmelor din oţel dur sub lungime constantă ; fiecare grindă este armată cu 2 şipci.

3.1. **Elemente de calcul.** Betonul de rezistenţă are marca B 200, iar cel al elementului de armare marca B 600 (încercările pe cuburi au dat $R_2 = 205$ kg/cm², respectiv $R_1 = 608$ kg/cm²). Avem: $R_{i2} = 180$ kg/cm², $R_{t2} = 17$ kg/cm², $E_{b2} = 290\,000$ kg/cm², respectiv $R_{i1} = 440$ kg/cm², $R_{t1} = 35$ kg/cm², $E_{b1} = 430\,000$ kg/cm²; $n_b = E_{b2} / E_{b1} = 0{,}675$.

Fiecare şipcă este armată cu o coardă C.P. $\varnothing 3$ mm cu $\sigma_r = 19\,700$ kg/cm² şi $E_a = 1\,800\,000$ kg/cm²; $n = E_a / E_{b1} = 4{,}2$. Tensiunea iniţială în coardă s-a luat $\sigma_{ak} = 12\,800$ kg/cm² $= 0{,}65\,\sigma_r$.

Conform fig. 4 avem: $b = 8$ cm; $h_a = 2{,}5$ cm; $h_r = 9{,}5$ cm; $h = 12$ cm; $a = 1{,}25$ cm; $h_0 = 10{,}75$ cm; $A_{b1} = 20$ cm²; $A_{b2} = 76$ cm²; $A_a = 0{,}141$ cm².

Deschiderea grinzii este $l = 3{,}5$ m şi sarcina exterioară totală $q = 70$ kg/m (care corespunde la o încărcare de 875 kg/m² de planşeu). Rezultă $M = 107$ kgm şi $T = 123$ kg.

3.1.1. Eforturi unitare din precompresiune. La transfer: $\sigma_{bk} = 87{,}2 < 0{,}75\,R_{i1} = 330$ kg/cm² (1a); $\sigma'_{ak} = 12\,435$ kg/cm² (1b).

Eforturi permanente: $\sigma_{ap} = 11\,300$ kg/cm² (4); $\sigma_{b1} = 77 < 0{,}50\,R_{i1} = 220$ kg/cm² (5a); $\sigma_{a1} = 10\,980$ kg/cm² (5b).

3.1.2. Eforturi unitare din încărcări exterioare. Betonul întins B 200 nefisurat: $x = 6{,}4$ cm (8); $I_{bi} = 913$ cm⁴ (9); $\sigma_{q1} = -67{,}5$ kg/cm²; $\sigma'_{q1} = -37{,}4$ kg/cm² (10); $\sigma_{q2} = -25{,}2$ kg/cm²; $\sigma'_{q2} = +52{,}1$ kg/cm² (11); $\sigma_1 = +9{,}5$ kg/cm²; $\sigma'_1 = +39{,}6$ kg/cm²; $\sigma_2 = -25{,}2$ kg/cm²; $\sigma'_2 = +52{,}1$ kg/cm² (fig. 1).

Betonul întins B 200 fisurat: $x = 6$ cm (13); $I_{bi} = 850$ cm⁴ (14); $\sigma_{q1} = -77{,}8$ kg/cm²; $\sigma'_{q1} = -45{,}3$ kg/cm²; $\sigma'_{q2} = +55{,}7$ kg/cm²; $\sigma_1 = -0{,}8$ kg/cm²; $\sigma'_1 = +31{,}7$ kg/cm²; $\sigma'_2 = +55{,}7$ kg/cm² (fig. 2).

3.1.3. Eforturi unitare din contracţia betonului de rezistenţă. Se admite $\varepsilon'_{c2} = 0{,}0002$. Rezultă: $E_{t2} = 127\,000$ kg/cm² (16); $n_t = 3{,}4$ (17); $A_{bi} = 144$ cm² (18); $v = 7{,}6$ cm (19); $S_{b2} = 216$ cm³ (20); $I_{bi} = 1\,898$ cm⁴ (21); $\varepsilon_0 = 1{,}06 \cdot 10^{-4}$ (22 a); $\omega = 0{,}227 \cdot 10^{-4}$ (22 b); $\varepsilon_1 = 0{,}06 \cdot 10^{-4}$ (23 a); $\varepsilon'_1 = \varepsilon_2 = 0{,}63 \cdot 10^{-4}$ (23 b); $\varepsilon'_2 = 2{,}79 \cdot 10^{-4}$ (23 c); $\sigma_1 = +2{,}6$ kg/cm² (24 a); $\sigma'_1 = +27{,}1$ kg/cm² (24 b); $\sigma_2 = -17{,}4$ kg/cm² (25 a); $\sigma'_2 = +10{,}1$ kg/cm² (25 b) (fig. 3).

3.1.4. Momentul încovoietor de rupere (fig. 4). Rezultă: $x = 1{,}93$ cm (26); $z = 9{,}78$ cm (27); $M_r = 272$ kgm (28). Coeficientul de siguranţă la rupere are valoarea:

$$c = \frac{M_r}{M} = \frac{272}{107} = 2{,}54 > 2{,}5.$$

3.1.5. Momentul încovoietor de fisurare (fig. 5). Avem: $\mu = 0{,}00\,147$; $\beta = 332$; $\gamma = 0{,}208$; $\alpha = 1{,}03$; $\xi = 0{,}625$; $x = 7{,}5$ cm (36); $N_b = 700$ kg; $N_a = 1\,635$ kg (33); $M_F = 193$ kgm (37).

Coeficientul de siguranţă la fisurare are valoarea:

$$c_F = \frac{M_F}{M} = \frac{193}{107} = 1{,}8 > 1{,}3.$$

3.1.6. Momentul încovoietor de refisurare (fig. 5 d). Întrucît $\gamma=0{,}208<0{,}25$, aplicăm formula (42 a); $M_f=107{,}5$ kgm. Coeficientul de siguranţă la refisurare are valoarea:

$$c_f=\frac{M_f}{M}=\frac{107{,}5}{107}\cong 1{,}0.$$

Avem apoi:

$$\frac{M_F}{M_r}=0{,}71\,;\quad \frac{M_f}{M_r}=0{,}40\,;\quad \frac{M_f}{M_F}=0{,}56.$$

3.1.7. Eforturi unitare de alunecare. Avem: $x=6{,}4$ cm (8); $I_{bi}=913$ cm^4 (9); $S_2=85$ cm^3 (45 a). Efortul unitar maxim de alunecare la suprafaţa de contact între cele două straturi are loc la reazem, unde $T=123$ kg; rezultă $\tau=1{,}43$ kg/cm^2 (44).

3.2. **Încercări la încovoiere.** Încercările s-au făcut pe 4 grinzi de 3,5 m deschidere şi pe tronsoane obţinute prin ruperea acestor grinzi la încovoiere.

Încercarea grinzilor s-a făcut cu un dispozitiv de încărcare cu discuri de fontă etalonate, încărcarea fiind transmisă la grindă ca două sarcini concentrate simetrice P la 0,40 m interval (fig. 6); reazemele, unul fix şi altul mobil, s-au realizat din rulouri de oţel de 20 mm diametru. Săgeţile s-au măsurat la mijlocul deschiderii, pornind de la axa deformată sub greutatea proprie şi folosind microcomparatoare 1/100, cum şi un dispozitiv de multiplicare 1 : 5 pentru săgeţile mari care au depăşit cursa microcomparatorului. Apariţia şi reapariţia fisurilor s-au determinat cu ochiul liber şi cu lupa, confruntîndu-se apoi cu curba caracteristică săgeţi-încărcări (fig. 6).

Încercarea tronsoanelor de grindă, de deschideri variabile (0,6—1,3 m), s-a făcut la presa Mohr u. Federhaff, încărcînd la mijlocul deschiderii cu o forţă concentrată P. În aceste cazuri s-au măsurat numai încărcările de fisurare şi rupere.

Rezultatele încărcărilor sînt trecute în tabela 1, unde sînt comparate cu valorile calculate ale aceloraşi mărimi (M_r, M_F şi M_f); s-au dat de asemenea cauzele ruperii din încovoiere.

Elementele mixte studiate fiind destinate planşeelor, este util să se cunoască ordinul de mărime al săgeţilor sub sarcinile de exploatare. Pentru schema de încărcare din fig. 6, sarcinile de serviciu corespund la $g=25$ kg/m (greutatea proprie) şi $2P=89$ kg, care dau:

$$M=\frac{1}{8}\,25\cdot 3{,}5^2+44{,}5\cdot 1{,}55=107\text{ kgm}.$$

Săgeata de calcul corespunzătoare acestor sarcini este:

$$f=f_g+f_P=\frac{5gl^4}{384\,EI}+\frac{Pa\,(3l^2-4a^2)}{24\,EI}=1{,}33+2{,}14=3{,}47\text{ mm},$$

cu $E=E_{b1}=430\,000$ kg/cm^2 şi $I=I_{bi}=850$ cm^4 (formula 14), reprezentînd:

$$\frac{f}{l}=\frac{3{,}47}{3\,500}\cong\frac{1}{1\,000}<\frac{1}{200}$$

(planşeul este foarte rigid).

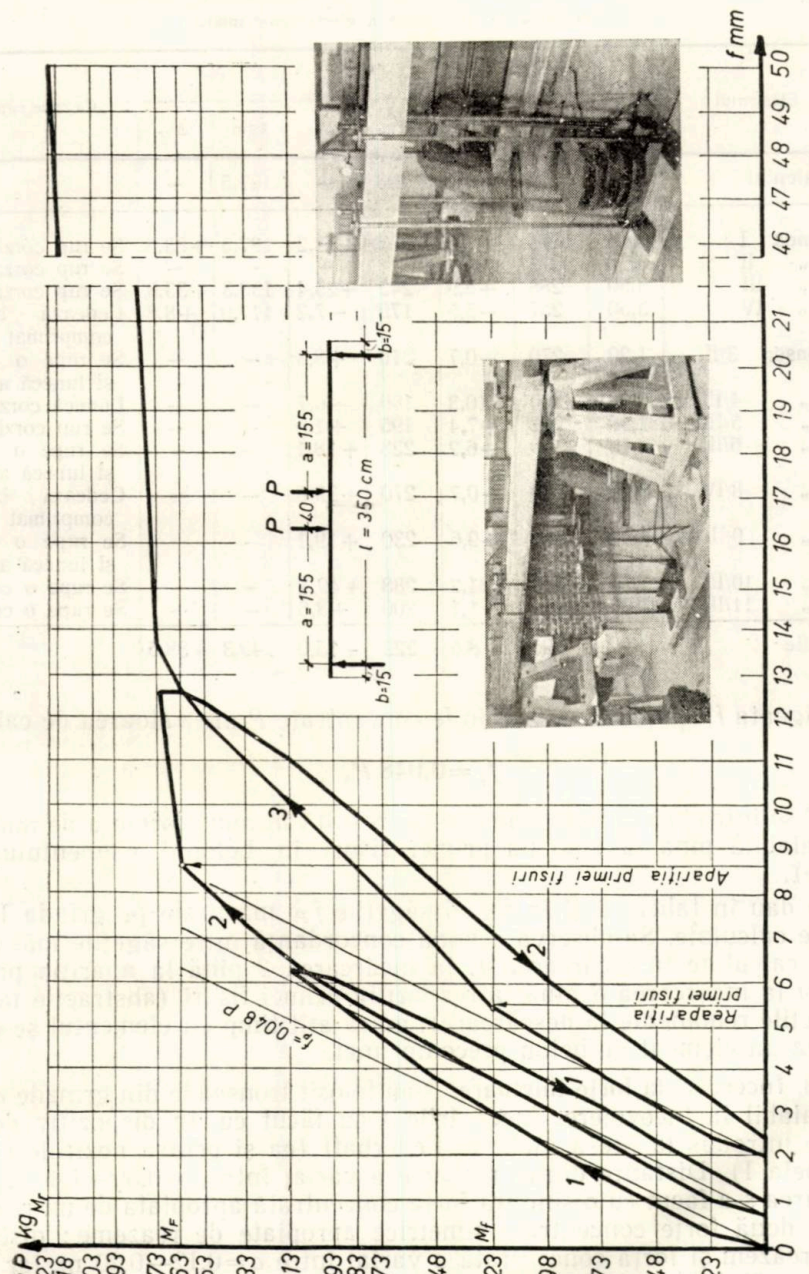


Fig. 6. Încercarea grinzii III la încovoiere.

Tabela 1

Incercarea la încovoiere a elementelor mixte

Nr.	Elementul	l m	M_r		M_F		M_f		Cauzele ruperii
			kgm	Δ%	kgm	Δ%	kgm	Δ%	
1	Calculat	—	272	—	193	—	107,5	—	
2	Grinda I	3,50	275	+1,1	228	+18,2	197,5	+83,6	Se rup corzile
3	„ II	3,50	273	+0,4	—	—	—	—	Se rup corzile
4	„ III	3,50	288	+5,9	242	+25,4	133,3	+33,3	Se rup corzile
5	„ IV	3,50	257	−5,5	179	−7,2	117,0	+8,8	Cedează betonul comprimat
6	Tronson 3/II	1,20	270	−0,7	210	+8,8	—	—	Se rupe o coardă şi lunecă alta
7	„ 4/III	0,60	300	+10,3	180	−6,7	—	—	Lunecă corzile
8	„ 5/III	1,30	292	+7,4	195	+1,0	—	—	Se rup corzile
9	„ 6/III	0,70	289	+6,2	228	+18,1	—	—	Se rupe o coardă şi lunecă alta
10	„ 8/IV	0,90	270	−0,7	270	+39,8	—	—	Cedează betonul comprimat
11	„ 9/III	0,92	298	+9,6	230	+19,1	—	—	Se rupe o coardă şi lunecă alta
12	„ 10/III	1,10	357	+31,2	288	+49,2	—	—	Se rupe o coardă
13	„ 11/III	1,00	275	+1,1	200	+3,6	—	—	Se rupe o coardă
14	Medie	—	295	+8,5	222	+15,0	149,3	+38,5	

Săgeata f_P produsă de sarcinile concentrate P are valoarea de calcul :

$$f_P = 0{,}048\, P,$$

unde P se introduce în kilograme şi f_P rezultă în mm (formula de mai sus este valabilă pînă la apariţia primei fisuri în betonul elementului de armare).

Se dau în tabela 2 şi în fig. 6 săgeţile f_P măsurate pe grinda III şi săgeţile calculate. Se observă o bună concordanţă între săgeţile măsurate şi cele calculate la încărcarea *1*, la încărcarea *2* pînă la apariţia primei fisuri şi la încărcarea *3* pînă la reapariţia primei fisuri (abstracţie făcînd de săgeţile remanente la descărcare), adică atît timp cît elementul se comportă ca un element de beton precomprimat.

3.3. **Încercări la forţe tăietoare.** S-au folosit tronsoane din grinzile rupte în prealabil la încovoiere. Încercările s-au făcut cu un dispozitiv de încărcare introdus la presa Mohr u. Federhaff (ca şi pentru poziţiile 6—13 din tabela 1). Distanţa dintre reazeme a variat între $l = 0{,}30$—$1{,}40$ m, iar încărcarea s-a făcut cu o singură forţă concentrată apropiată de un reazem sau cu două forţe concentrate simetrice apropiate de reazeme ; distanţa dintre reazem şi forţa concentrată a variat între $a = 0{,}12$—$0{,}20$ m, iar lungimea capătului grinzii peste reazem între $b = 0{,}05$—$0{,}20$ m. S-au măsurat sarcinile de fisurare P_F şi de rupere P_r ruperea putînd surveni prin lune-

Tabela 2

Săgeţile măsurate şi calculate ale grinzii III

Nr.	2P kg	Săgeata f_P în mm: Inc. *1*	De c. *1*	Inc. *2*	Desc. *2*	Inc. *3*	Calculat	Observaţii
1	0	0,00	1,02	0,00	1,77	0,00	0,00	
2	23	0,25	1,67	0,28	2,57	0,54	0,55	
3	48	0,86	2,38	1,00	3,46	1,07	1,15	Nota 2
4	73	1.53	3,13	1,68	4,42	1,77	1,75	
5	98	2.26	3,77	2,35	5,32	2,56	2,35	
6	123	3,06	4,43	3,04	6,35	3,23	2,95	Nota 3
7	148	3,87	5,04	3,80	7,42	4,69	3,55	
8	173	4,88	5,68	4 50	8,55	5,91	4,15	
9	183	5,24	5,90	4,78	9,01	6,44	4,38	
10	193	5,62	6,14	5,08	9,40	6,90	4,62	
11	213	6,44		5,72	10,26	7,97	5,12	
12	233			6,59	10,96	8,84	5,58	
13	253			7,53	11,63	9,86	6 08	
14	263			7,95	11,91	10,52	6,32	Nota 1
15	273			11,95		11,54		Nota 4
16	293							
17	303					44,00		
18	318					50,00		
19	323							Nota 5

Notă: 1) Apare prima fisură la încărcarea *2*, la 179 cm de la reazemul drept. 2) Se închide prima fisură la descărcarea *2*. 3) Se redeschide prima fisură la încărcarea *3*. 4) Apare a doua şi a treia fisură la încărcarea 3. 5) Se rupe grinda în secţiunea primei fisuri prin ruperea corzilor.

Tabela 3

Incercarea la forţe tăietoare a elementelor mixte

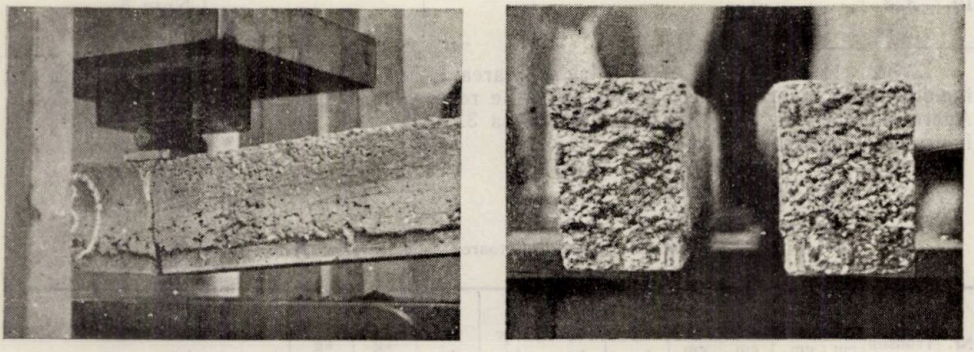
Nr.	Tronson	l cm	a cm	b cm	c cm	P_F kg	P_r kg	T_F kg	T_r kg	τ_{ad} kg/cm²	τ kg/cm²	
1	12/III	70	20	8	16	1 600	2 000	1 140	1 430	61	—	1 coardă lunecă 1 coardă se rupe
2	13/III	40	15	10	13	2 600	3 200	1 625	2 000	59	—	lunecă corzile
3	14/III	30	15	5	11	2 500	3 400	1 250	1 700	72	—	lunecă corzile
4	15/III	130	12	10	0	—	1 800	—	900	56	—	lunecă o coardă, apoi apare fisura
5	16/II	140	12	14	0	2 600	3 600	1 300	1 800	67	—	lunecă corzile
6	17/I	90	15	9	0	2 400	—	1 200	—	>73	—	—
7	18/IV	120	12	5	0	1 700	1 700	850	850	>90	—	cedează betonul comprimat
8	19/IV	110	12	9	11	1 000	1 200	500	600	—	5,8	lunecă cele două straturi
9	20/II	120	12	5	9	2 700	4 100	1 350	2 050	76	—	1 coardă lunecă 1 coardă se rupe

carea corzilor, prin ruperea lor, prin cedarea betonului comprimat sau prin distrugerea aderenţei dintre elementul de armare şi betonul de rezistenţă (un singur caz). Fisurile au apărut între reazem şi forţa concentrată şi în majoritatea cazurilor au avut direcţia oblică faţă de axul elementului.

Se dau în tabela 3 rezultatele încercărilor pe 9 tronsoane de grindă; primele 3 tronsoane s-au încărcat cu o singură forţă concentrată asimetrică, iar restul de tronsoane cu două forţe concentrate simetrice. În tabelă s-a notat cu c distanţa de la reazem pînă la fisură (măsurată la faţa inferioară a elementului), cu T_F forţa tăietoare de fisurare, cu T_r forţa tăietoare de rupere, cu τ_{ad} efortul unitar de aderenţă între corzi şi betonul elementului de armare şi cu τ efortul unitar de aderenţă (alunecare) dintre betonul de rezistenţă şi elementul de armare în momentul ruperii elementului.

4. OBSERVAŢII ŞI CONCLUZII GENERALE

4.1. **Momentul încovoietor de rupere** M_r calculat coincide destul de bine cu valorile determinate experimental, ultimile depăşind, în medie, cu 8,5% valoarea calculată (tab. 1); diferenţele sînt şi mai mici în cazul grinzilor de 3,5 m deschidere. Metoda de calcul după stadiul de rupere este deci corectă.



a *b*

Fig. 7. Ruperea la încovoiere prin ruperea casantă a corzilor.

Cauza ruperii din încovoiere este ruperea casantă a corzilor (fig. 7), ceea ce corespunde ipotezei de calcul (procent mic de armare); face excepţie grinda IV, la care ruperea s-a produs prin cedarea betonului de rezistenţă comprimat; aici însă betonul de rezistenţă a fost de calitate inferioară mărcii B200, aşa cum rezultă din tab. 1, poz. 5 şi 10 şi tab. 3, poz. 7 (cele 4 grinzi au fost turnate separat la date diferite, căci nu se puteau comprima mai mult de 3 şipci deodată).

La tronsoanele de grinzi la care deschiderile sînt mai mici şi lungimea de ancorare a armăturii de la fisură pînă la capătul elementului este redusă, ruperea se produce şi prin lunecarea corzilor.

4.2. **Momentul încovoietor de fisurare** M_F determinat pe probe este, în medie, cu 15% mai mare decît cel calculat. Cauzele acestor diferenţe, care sînt totuşi în limite acceptabile, pot fi multiple :

— calitatea betonului din elementul de armare poate fi superioară betonului din cuburile de probă de 20 cm latură, datorită influenţei efectului de cofraj (şipca precomprimată are secţiunea transversală de 2,5 · 4 cm);

— pierderile de tensiune în armătură din contracţia şi curgerea lentă a betonului s-au luat global cu valoarea lor finală $\sigma_p = 1\,500$ kg/cm² (după 2—4 ani), ori elementele s-au încercat la 2—2,5 luni de la confecţionare, cînd aceste pierderi au fost mai mici ; pe de altă parte şi contracţia betonului de rezistenţă introduce o mică compresiune în betonul elementului de armare ;

— momentul apariţiei primei fisuri s-a considerat acela cînd fisura a fost observată cu ochiul liber şi cu lupa ; totuşi aici eroarea de observaţie este mică, fiindcă această indicaţie a fost observată în acelaşi moment şi pe curba caracteristică (fig. 6).

In concluzie, metoda de calcul la fisurare preconizată poate fi considerată satisfăcătoare, dînd rezultate acoperitoare ; mai sînt însă necesare încercări sistematice pentru a preciza mai bine fenomenul.

Valoarea de calcul a coeficientului de siguranţă la fisurare este 1,8, iar cea efectivă 222/107 = 2,05. Aceste valori sînt cu mult prea mari faţă de valoarea normată (1,2—1,3) şi elementele rezultă prea casante (raportul M_F/M_r mare); este deci indicat să se ia o tensiune iniţială σ_{ak} mai mică în armătură pentru a micşora valoarea coeficientului de siguranţă la fisurare.

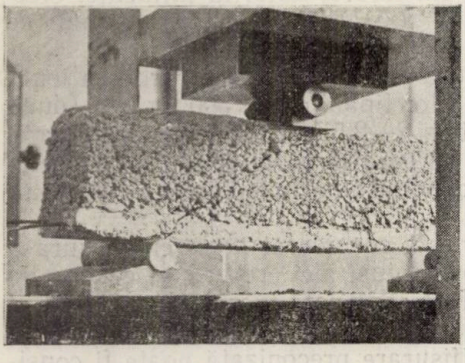
4.3. **Momentul încovoietor de refisurare** M_f determinat pe probe este, în medie, cu 38,5% mai mare decît cel calculat. Rezultatele nu sînt însă de loc concludente, numărul de încercări fiind prea redus şi împrăştierea prea mare ; sînt necesare încercări sistematice.

4.4. **Săgeţile** calculate şi cele măsurate pînă la apariţia fisurilor sau pînă la reaparaţia lor coincid satisfăcător (tab. 2 şi fig. 6). Săgeata produsă de sarcinile de exploatare este mică, elementul fiind mai rigid decît un element obişnuit din beton armat.

4.5. **Ruperea la forţe tăietoare** se produce după fisuri oblice caracteristice acestei solicitări, cauza fiind aproape totdeauna alunecarea corzilor (fig. 8). Forţele tăietoare de fisurare şi de rupere au valori foarte mari faţă de forţa tăietoare din sarcinile de serviciu ($T = 123$ kg), chiar în cazurile anormale corespunzătoare poziţiilor 7 şi 8 din tab. 3, aşa în cît o verificare după secţiuni oblice nu apare necesară.

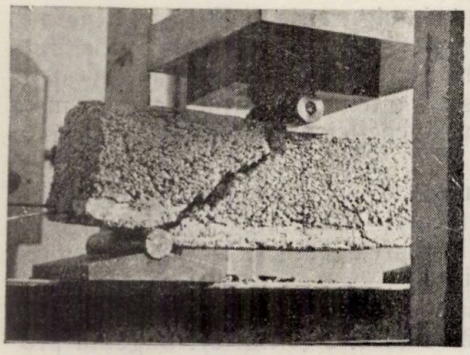
4.6. **Aderenţa** dintre corzile de oţel şi betonul precomprimat, pentru sîrme rotunde netede de ∅3 mm şi beton marca B600, este foarte bună (în medie 69 kg/cm²); lunecarea corzilor nu s-a produs decît la eforturi unitare în armătură apropiate sau egale cu rezistenţa de rupere şi la lungimi de ancorare mici (5—24 cm). Marca betonului elementului de armare poate fi micşorată pînă la B400, urmînd ca eventual să se onduleze corzile de oţel pentru mărirea aderenţei.

4.7. **Aderenţa** dintre cele două straturi de beton este foarte bună, caracterul monolit al elementului păstrîndu-se pînă la rupere, atît în cazul ruperii din încovoiere, cît şi în cel al ruperii din forţe tăietoare. A făcut excepţie tronsonul 19/IV (poz. 8, tab. 3), la care alunecarea s-a datorit unui defect de execuţie, elementul de armare fiind sclivisit (fig. 9); şi în acest caz însă efortul unitar de rupere ($\tau = 5{,}8$ kg/cm^2) este de 4 ori mai mare decît cel produs de sarcinile de exploatare ($\tau = 1{,}43$ kg/cm^2).



a

4.8. **Betonul de rezistenţă,** conform ipotezelor de calcul, ar fi trebuit să se fisureze cu mult înaintea betonului precomprimat, căci $R_{t2} < R_{t1} + \sigma_{b1}$ Totuşi aceste fisuri nu au putut fi observate, chiar cu lupa, nici la încărcările de rupere ; fisuri vizibile în be-



b

c

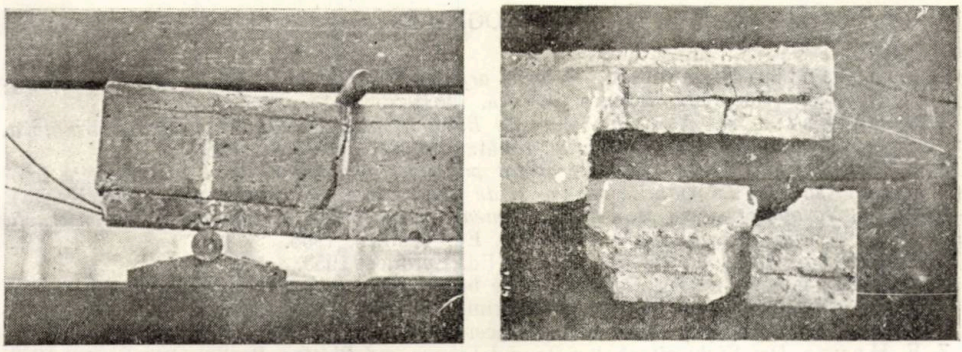
Fig. 8. Ruperea la forţe tăietoare prin alunecarea corzilor.

tonul de rezistenţă nu au apărut decît în secţiunile unde s-a fisurat şi betonul precomprimat şi numai după fisurarea acestuia (fig. 10), numărul acestor fisuri fiind de 1—3 pe lungimea întregului element.

Aceste constatări ridică următoarea problemă : sau fisurile în betonul de rezistenţă au fost atît de dese şi de fine încît nu a fost posibilă observarea lor, sau extensibilitatea betonului de rezistenţă a fost modificată de legătura monolită cu elementul de armare pe întreaga suprafaţă a fibrei celei mai întinse a betonului de rezistenţă.

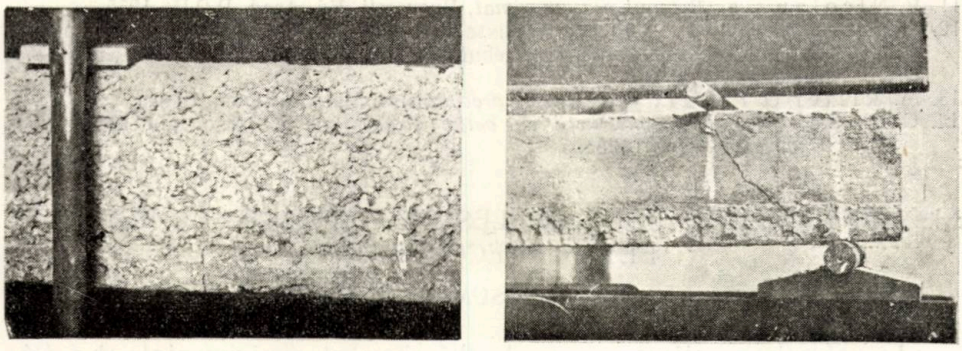
Aici se pune de altfel o problemă nouă. Pînă în prezent s-a studiat formarea şi apariţia fisurilor la elementele încovoiate de beton armat la care armătura este aşezată în masa betonului (V. I. Muraşev etc.), iar fisurarea începe de la fibra extremă întinsă a betonului de acoperire, pro-

gresînd apoi spre interior. În cazul elementelor mixte, fisurarea betonului de rezistenţă trebuie să înceapă de la suprafaţa de contact cu elementul de armare, „armătura" aflîndu-se nu în masa betonului, ci în afara lui; această situaţie modifică probabil procesul formării şi apariţiei fisurilor. Această problemă rămîne deschisă, urmînd a fi studiată în mod special.



a *b*

Fig. 9. Ruperea la forţe tăietoare prin alunecarea celor două straturi.



a *b*

Fig. 10. Fisurarea celor două straturi.

4.9. **Confecţionarea elementelor mixte** trebuie să se facă cu respectarea unui proces tehnologic riguros, pentru a se asigura calitatea cerută; aceasta se referă în special la centrarea corzilor de oţel în elementele de armare şi la turnarea betonului de rezistenţă.

4.10. **Experienţele efectuate** reprezintă numai o parte din programul preconizat. S-au mai făcut încercări folosind „beton de rezistenţă" uşor marca B110 şi $\gamma_a = 1\,800$ kg/m^3 din zgură de furnal expandată (agregate mari) şi granulată (agregate mici). Ruperea s-a produs prin lunecarea corzilor, deoarece întărirea betonului elementului de armare s-a făcut la temperaturi

scăzute şi aderenţa a fost redusă. Aderenţa între cele două straturi a fost însă foarte bună şi elementul şi-a păstrat caracterul monolit pînă la rupere ; s-a ajuns de asemenea la concluziile arătate la 4.8.

Urmează să se facă încercări cu elemente de armare din scînduri de 25 cm lăţime şi cu beton de rezistenţă de diferite calităţi.

BIBLIOGRAFIE

1. Constantin N. Avram, *Betonul armat. Proiectarea şi dimensionarea secţiunilor* (Bucureşti, Editura Tehnică, 1952).
2. Constantin N. Avram, *Curs de Beton Armat.* Partea I: *Betonul, armătura, betonul armat* (Litografia Învăţămîntului, Timişoara, 1957).
3. N. A. Calasnicov, *Betonul armat precomprimat combinat şi posibilităţile folosirii lui la podurile urbane şi de şosea* (Moscova, 1952, trad. Acad. R.P.R.).
4. CSAC, *Normativ pentru proiectarea elementelor din beton precomprimat la construcţii civile şi industriale,* Bucureşti, Ed. Tehnică, 1956.
5. Y. Guyon, *Béton precontraint,* Paris, Ed. Eyrolles, 1953.
6. W. Grzegorzewski, Construcţii de beton armat cu armături complexe alcătuite din piese de beton precomprimat, Varşovia, Inzynieria i Budownictwo, nr. 10/1953, p. 303—309, traducere IDT.
7. E. Hoyer, *Der Stahlseitenbeton-Band I-Träger und Platten,* Berlin, Otto Elsner, 1939.
8. * * * *Instrucţiuni pentru proiectarea elementelor de construcţii din beton precomprimat I—148—52,* trad. din limba rusă, Bucureşti, ESAC, 1954.
9. G. Kani, *Spannbeton in Entwurf und Ausführung,* Stuttgart, Konrad Wittwer, 1955.
10. Fr. Leonhardt, *Spannbeton für die Praxis,* Berlin, Wilhelm Ernst, 1955.
11. V. Nicolau ş. a., *Betonul precomprimat,* Bucureşti, Ed. Acad. R.P.R., 1955.
12. Plutarh Niculescu, Elemente mixte din beton precomprimat, ICSC, Studii şi Cercetări pentru introducerea tehnicii noi în construcţii, vol. I, 1957, p. 64—77, Bucureşti.
13. M. Ritter et P. Lardy, *Le béton precontraint,* Paris, Dunod, 1948.
14. C. V. Sahnovski, *Construcţii de beton armat,* vol. II, trad. din limba rusă, Bucureşti, ESAC, 1954.

ÉLÉMENTS MIXTES POUR DALLES DE PLANCHER EN BÉTON ET BÉTON PRECONTRAINT

(RÉSUMÉ)

Le mémoire contient une étude théorique et expérimentale des éléments mixtes en béton et béton precontraint utilisés pour la réalisation des dalles de plancher préfabriquées ou monolithes et comprenant :

— des éléments préfabriqués en béton precontraint, dénommés *éléments d'armature,* qui supportent les tractions dues à la flexion et qui sont, à vrai dire, des planches en béton de 20—50 cm de largeur et 2—6 cm d'épaisseur, precontraintes par des fils d'acier dur de 1,8—3,0 mm de diamètre tendus d'avance et ancrés par adhèrence ;

— du béton simple (lourd ou léger) coulé sur les éléments d'armature, dénommé *béton de résistance,* qui supporte les compressions dues à la flexion.

Le caractère monolithe des éléments mixtes este dû à l'adhèrence entre les deux couches de béton ; on peut aussi prévoir des étriers.

Les résultats des essais coïncident d'une maniére satisfaisante avec les valeurs théoriques (moments fléchissants de fissuration, de rupture, flèches etc.) et l'élément mixte conserve son caractère monolithe jusqu'à la rupture ; les coefficients de sécurité réels sont un peu plus grands que les coefficients calculés.

СМЕШАННЫЕ ПЕРЕКРЫТИЯ ИЗ БЕТОНА И НАПРЯЖЕННО АРМИРОВАННОГО БЕТОНА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Работа содержит в себе теоретическое и экспериментальное исследование смешанных элементов из бетона и напряженно армированного бетона, которые используются для осуществления сборных или монолитных перекрытий, состоящих из :

— сборных элементов из предварительно напряженных элементов, называемых *арматурными элементами,* которые принимают на себя растяжение от изгиба и имеют форму бетонных досок шириной 20—50 см и толщиной 2—6 см, армированных предварительно натянутыми струнами из твердой стали, диаметром 1,8—3 мм, закрепленными путем схватывания,

— простого бетона (тяжелого или легкого) влитого поверх арматуры, называемого *сопротивляющимся бетоном,* который принимает сжатие от изгиба.

Монолитный характер смешанного элемента осуществляется путем слипания обоих слов бетона ; могут быть предусмотрены и хомуты.

Результаты опытов удовретворительно совпадают с теоретическими величинами (моментов изгиба на трещеобразование, моментов разрыва, прогибов, и т. д.) и смешанный элемент сохраняет монолитный характер вплоть до разрыва ; реальные коэффициенты сопротивления несколько выше вычисленных.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

CONSIDERAŢII ASUPRA SOLUŢIILOR ENERGETICE ALE MECANICII CONSTRUCŢIILOR

DE

APPELTAUER IOSIF şi ANASTASESCU DECEBAL

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

1. Calculul static şi dinamic al structurilor compuse din bare, precum şi verificarea stabilităţii echilibrului static, se efectuează prin metodele: eforturilor, deplasărilor şi mixtă. Obişnuit ecuaţiile de condiţie ale acestor metode se formulează pe cale analitică şi anume: prin aspectul geometric în metoda eforturilor, prin aspectul static în metoda deplasărilor şi prin ambele aspecte în metoda mixtă. (Aspectul fizic se bazează pe valabilitatea legii lui Hooke).

Lucrul mecanic de deformaţie fiind prin definiţie sinteza celor trei aspecte, metodele de calcul menţionate mai sus se pot deduce într-o formă unitară din principiul deplasărilor virtuale.

2. PRINCIPIILE ENERGETICE ALE MECANICII CONSTRUCŢIILOR

2.1. Pentru elementele de construcţie (bare, plăci, masive) soluţiile energetice se utilizează frecvent; în schimb în cazul structurilor compuse, ele se cunosc sub forme disparate. Astfel I. P. Prokofiev [1] deduce ecuaţiile de condiţie ale celor trei metode de calcul din teorema lucrului mecanic echivalent (Betti), care derivată fiind din principiul deplasărilor virtuale, are un caracter indirect. In schimb O. Luetkens [2] îşi limitează raţionamentul energetic la metoda eforturilor. In domeniul calculelor dinamice, V. Kolouŝek dezvoltă pe cale energetică metoda deplasărilor [3].

2.2. Cel mai general principiu energetic al Mecanicii construcţiilor este principiul lui Hamilton. Imprimînd unei structuri deplasări virtuale variabile cu timpul, principiul lui Hamilton serveşte la studiul proceselor dinamice. Formularea generală

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_n \vec{P} \cdot \vec{\delta d} \cdot dt - \int_{t_0}^{t_1} \int_V \rho \frac{\partial^2 \vec{d}}{\partial t^2} \vec{\delta d} \cdot dV \cdot dt - \int_{t_0}^{t_1} \int_V (\sigma \cdot \delta \varepsilon + \tau \cdot \delta \gamma)\, dV \cdot dt = 0 \qquad (1)$$

se poate transforma în cazul sarcinilor ce derivă dintr-un potenţial, în modul următor:

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta L \cdot dt + \int_{t_0}^{t_1} \delta W_c \cdot dt - \int_{t_0}^{t_1} \delta W_d \cdot dt = 0 \tag{2}$$

unde L este lucrul mecanic de intensitate finală, W_c energia cinetică şi W_d energia de deformaţie. Dacă energia potenţială a sistemului elastic se notează prin

$$\Pi = W_d - L \tag{3}$$

expresia (2) devine:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (\Pi - W_c)\, dt = 0. \tag{4}$$

2.3. In cazul sarcinilor statice se pot neglija forţele de inerţie, respectiv energia cinetică, iar deplasarea virtuală constantă în timp, se imprimă structurii din poziţia ei de echilibru static. Astfel principiul lui Hamilton trece în principiul deplasărilor virtuale (Lagrange):

$$\sum_n \vec{P} \cdot \delta \vec{d} - \int_V (\sigma \cdot \delta \varepsilon + \tau \cdot \delta \gamma) \cdot dV = 0 \tag{5}$$

respectiv

$$\delta_d \Pi \equiv \delta_d (W_d - L) = 0 \tag{6}$$

(δ_d înseamnă varierea în raport cu factorii de deformaţie).

2.4. Principiul deplasărilor virtuale se poate aplica indiferent de mărimea deformaţiei prin care sistemul ajunge în echilibru static, precum şi de natura legăturii fizice dintre deformaţii şi eforturi. Limitîndu-ne la deformaţii mici (caracteristice teoriei de ordinul întîi) şi la valabilitatea legii lui Hooke, principiul deplasărilor virtuale poate fi transformat pe cale matematică în principiul forţelor virtuale, sub forma lui curentă.

$$\sum_n \delta \vec{P} \cdot \vec{d} - \int_V (\delta\sigma \cdot \varepsilon + \delta\tau \cdot \gamma)\, dV = 0 \tag{7}$$

respectiv

$$\delta_f \Pi \equiv \delta_f (W_d - L) = 0 \tag{8}$$

(δ_f înseamnă varierea în raport cu factorii de forţă).

Variind potenţialul II în raport cu o singură forţă P_i, expresia (8) este cunoscută sub denumirea de teorema lui Castigliano:

$$\frac{\partial W_d}{\partial P_i} = d_i \tag{9}$$

(Intr-o aserţiune generală d_i înseamnă fie deplasarea după direcţia forţei, fie rotirea după axa momentului).

Aplicarea teoremei lui Castigliano la calculul structurilor static nedeterminate, sub forma teoremei lucrului minim de deformaţie, se va discuta la capitolul 3.

2.5. In problemele curente, Mecanica construcțiilor utilizează atît principiul deplasărilor virtuale cît și cel al forțelor virtuale, sub forma formulei energetice a lui Mohr.

$$\sum_n P \cdot d - \int_V (\sigma \cdot \varepsilon + \tau \cdot \gamma)\, dV = 0 \tag{10}$$

Din aplicarea succesivă a formulei lui Mohr rezultă teorema lucrului mecanic echivalent (Betti) și în particular teorema reciprocității deformațiilor (Maxwell).

3. STATICA STRUCTURILOR ALCĂTUITE DIN BARE

3.1. Metoda eforturilor

Metoda eforturilor transpune pe structura static nedeterminată raționamentul formal al teoremei lucrului minim de deformație. Dacă în (8) nu variem decît eforturile din legăturile suplimentare ale sistemului, atunci

$$\delta_f L \equiv 0 \quad \text{și} \quad \delta W_d = \frac{\partial W_d}{\partial X_1}\delta X_1 + \ldots + \frac{\partial W_d}{\partial X_n}\delta X_n = 0,$$

ceea ce aduce după sine

$$\frac{\partial W_d}{\partial X_1} = \ldots = \frac{\partial W_d}{\partial X_n} = 0. \tag{11}$$

Ecuațiile (11) exprimă teorema lucrului minim de deformație.

Deoarece varierea arbitrară a eforturilor static nedeterminate, în înțelesul principiului forțelor virtuale, nu respectă continuitatea geometrică a structurii, trebuiesc îndepărtate parțial sau total legăturile suplimentare. Aceasta revine la a înlocui structura inițială printr-una de calcul, numită sistem primitiv. Aplicînd principiul forțelor virtuale asupra eforturilor variate din structura inițială, se reface în fond continuitatea sistemului primitiv.

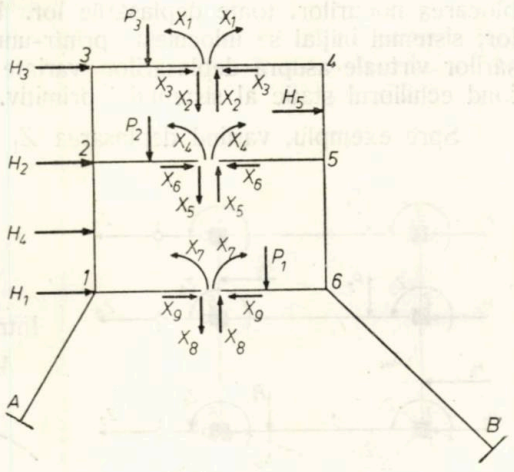


Fig. 1.

Spre exemplu, variind efortul X_1 cu $\overline{X}_1 = 1$, rezultă din (10):

$$\sum_{A,B} \overline{R} \cdot d = \int_S \overline{M}_1 \cdot d\varphi = \int_S \overline{M}_1 \frac{M_t}{EJ}\, dx \tag{12}$$

unde în virtutea principiului suprapunerii efectelor:

$$M_t = M_P + X_1 \cdot \overline{M}_1 + \ldots + X_9 \cdot \overline{M}_9 \tag{13}$$

(d reprezintă cedarea reazemului în sensul reacțiunii respective $\overline{R}$).

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

Dacă se înlocuieşte (13) în (12), se obţine ecuaţia de condiţie corespunzătoare legăturii suprimate (după X_1):

$$\sum \bar{R} \cdot d = \int_S \frac{\bar{M}_1 \cdot M_P}{EJ} dx + X_1 \int_S \frac{\bar{M}_1^2}{EJ} dx + \ldots + X_9 \int_S \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_9}{EJ} dx \qquad (12')$$

sau

$$\sum \bar{R} \cdot d = \Delta_{1P} + X_1 \cdot \delta_{11} + \ldots + X_9 \cdot \delta_{19}. \qquad (12'')$$

In cazul cînd reazemele sînt rigide, ecuaţia (12″) se simplifică la:

$$0 = \Delta_{1P} + X_1 \cdot \delta_{11} + \ldots + X_9 \cdot \delta_{19}. \qquad (14)$$

3.2. Metoda deplasărilor

3.2.1. In metoda deplasărilor, se variază arbitrar în înţelesul principiului deplasărilor virtuale, deplasări, adică rotiri şi translaţii de noduri. Deoarece această variere nu respectă condiţiile de echilibru static al structurii, precum şi pentru a putea varia independent cîte o singură deplasare, se anulează prin blocarea nodurilor, toate deplasările lor. Prin urmare şi în metoda deplasărilor, sistemul iniţial se înlocuieşte printr-unul primitiv. Aplicînd principiul deplasărilor virtuale asupra deplasărilor variate din structura iniţială, se reface în fond echilibrul static al sistemului primitiv.

Spre exemplu, variind deplasarea Z_1 cu $\bar{Z}_1 = 1$, rezultă din (6):

$$\sum P_1 \cdot \delta_{P_1} + \sum H_4 \delta_{H_4} = \int_S M_t \cdot d\bar{\varphi}_1 =$$

$$= \int_S M_t \frac{\bar{M}_1}{EJ} dx. \qquad (15)$$

Introducînd în (15)

$$M_t = M_P + Z_1 \cdot \bar{M}_1 + \ldots + Z_9 \cdot \bar{M}_9 \qquad (16)$$

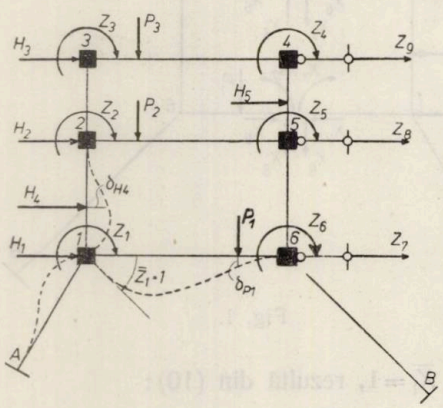


Fig. 2.

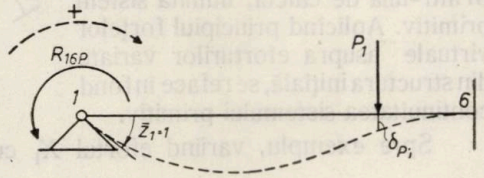


Fig. 3.

rezultă

$$\sum P_1 \cdot \delta_{P_1} + \sum H_4 \cdot \delta_{H_4} = \int_S \frac{M_P \bar{M}_1}{EJ} dx + Z_1 \int_S \frac{\bar{M}_1^2}{EJ} dx + \ldots + Z_9 \int_S \frac{\bar{M}_9 \bar{M}_1}{EJ} dx. \qquad (15')$$

Pentru a aduce ecuația (15′) la forma canonică, se aplică principiul deplasărilor virtuale grupului de bare, care aduc termeni în lucrul mecanic virtual al forțelor exterioare.

$$-(-R_{16P})\cdot\bar{1}+\sum P_1\cdot\delta_{P_1}=$$

$$=\int_1^6\frac{M_P\cdot\bar{M}_1}{EJ}\,dx \qquad (17)$$

respectiv

$$-(-R_{12H})\cdot\bar{1}+\sum H_4\cdot\delta_{H_4}=$$

$$=\int_1^2\frac{M_P\bar{M}_1}{EJ}\,dx. \qquad (17')$$

De aici rezultă:

$$R_{1P}\equiv R_{16P}+R_{12H}=$$

$$=\int_S\frac{M_P\bar{M}_1}{EJ}dx-\sum P_1\cdot\delta_{P_1}-\sum H_4\cdot\delta_{H_4}. \qquad (17'')$$

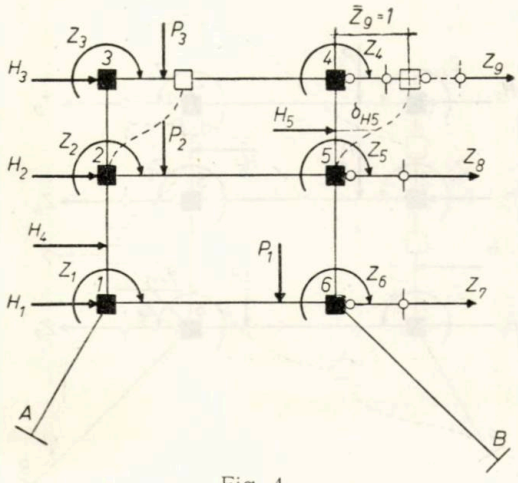


Fig. 4.

Ținînd cont de (17″), ecuația (15′) devine:

$$0=R_{1P}+r_{11}\cdot Z_1+\ldots+r_{19}Z_9. \qquad (15'')$$

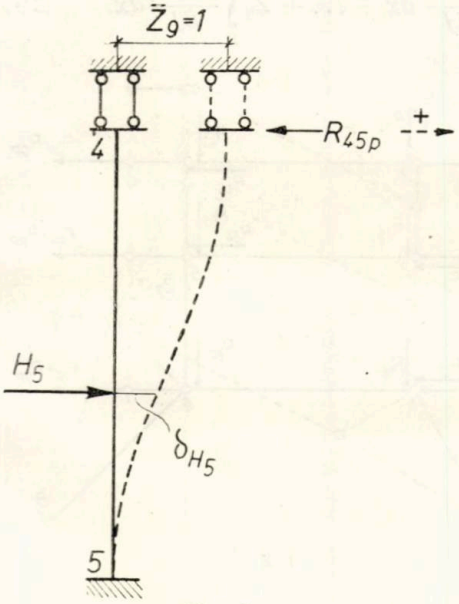


Fig. 5.

În mod similar se obține corespunzător deplasării Z_9:

$$\sum H_5\delta_{H_5}=\int_S M_t\cdot d\bar{\varphi}_9=$$

$$=\int_S\frac{M_P\bar{M}_9}{EJ}\,dx+Z_1\int_S\frac{\bar{M}_1\bar{M}_9}{EJ}\,dx+\ldots$$

$$\ldots+Z_9\int_S\frac{\bar{M}_9^2}{EJ}\,dx. \qquad (18)$$

Procedînd ca mai sus cu grupul de bare, care aduc termeni în lucrul mecanic virtual al forțelor exterioare, se găsește:

$$0=R_{9P}+r_{91}\cdot Z_1+\ldots+r_{99}\cdot Z_9 \qquad (18')$$

unde

$$R_{9P}\equiv R_{45P}+H_3=\int_S\frac{M_P\cdot\bar{M}_9}{EJ}\,dx-\sum H_5\cdot\delta_{H_5}.$$

Pentru a putea formula o concluzie generală, se deduce şi ecuaţia de condiţie referitoare la legătura Z_7.

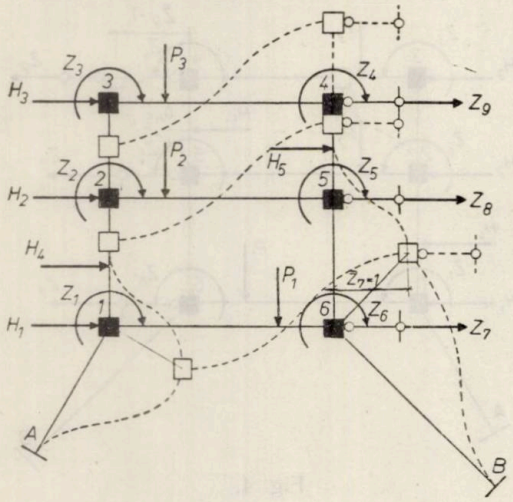


Fig. 6 *a*.

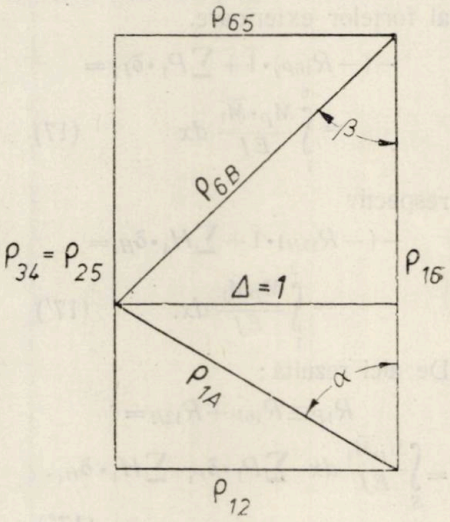


Fig. 6 *b*.

$$\sum P \cdot \delta_P + \sum H \cdot \delta_H = \int_S \frac{M_P \cdot \overline{M}_7}{EJ}\, dx + Z_1 \int_S \frac{\overline{M}_1 \cdot \overline{M}_7}{EJ}\, dx + \ldots + Z_9 \int_S \frac{\overline{M}_9 \cdot \overline{M}_7}{EJ}\, dx. \qquad (19)$$

Principiul deplasărilor virtuale aplicat barei *ik* din grupul de bare semnificativ în formarea membrului întîi al ecuaţiei (19), conduce prin însumare la:

$$\sum R_{ik} \cdot \rho_{ik} = = \int_S \frac{M_P \cdot \overline{M}_7}{EJ}\, dx - \sum P \cdot \delta_P - \sum H \cdot \delta_H. \qquad (20)$$

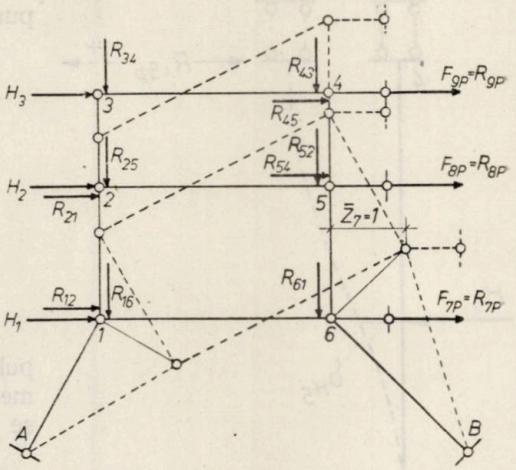


Fig. 7.

Pentru a demonstra că expresia (20) reprezintă tocmai forţa de fixare după direcţia legăturii Z_7, se transformă sistemul din figura 6 *a* într-unul cu nodurile articulate. Aceasta este posibil, deoarece după deplasarea virtuală $\overline{Z}_7 = 1$, nodurile cadrului ajung în poziţia lor finală din plan, indiferent dacă sînt blocate sau articulate[1]). Astfel sistemul este în exterior în echilibru static; în consecinţă i se poate aplica principiul deplasărilor virtuale întocmai ca unui corp rigid.

[1]) In mod convenţional şi în poziţia deformată s-a păstrat orizontalitatea legăturilor liniare.

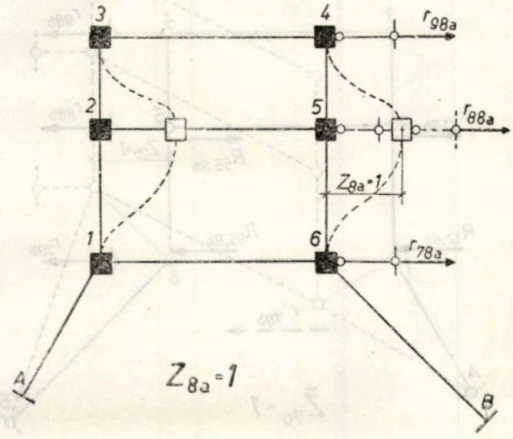


Fig. 8 *a*.

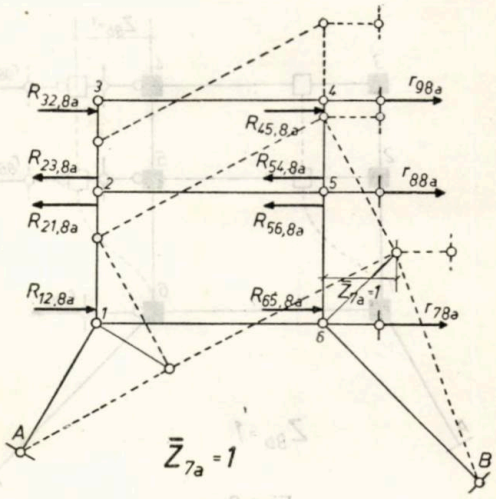


Fig. 8 *b*.

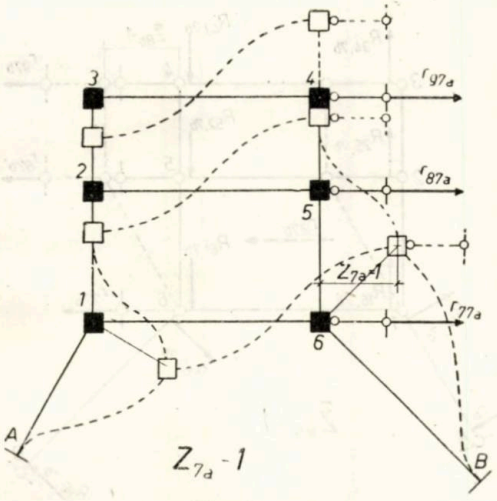


Fig. 8 *c*.

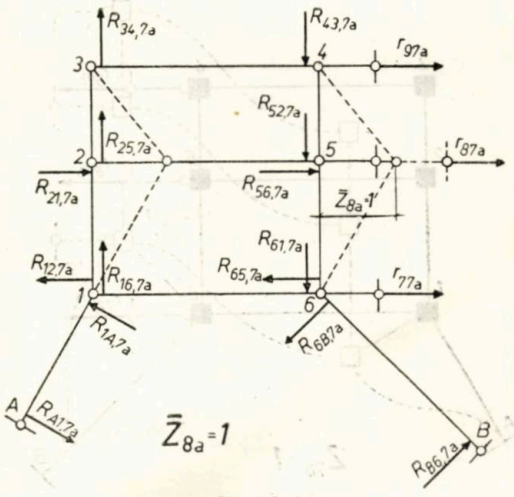


Fig. 8 *d*.

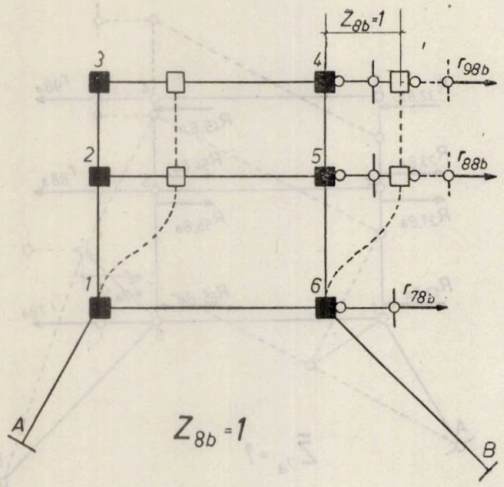


Fig. 9 *a*.

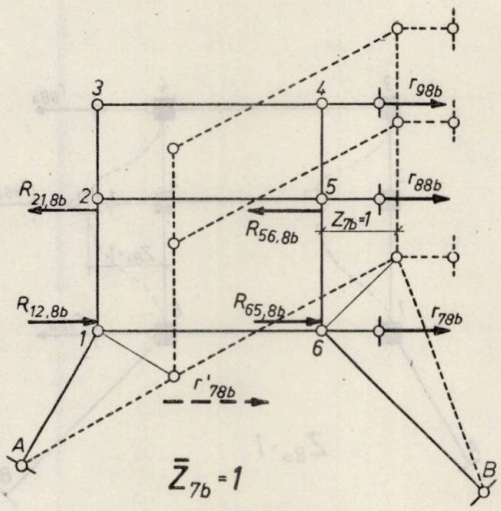


Fig. 9 *b*.

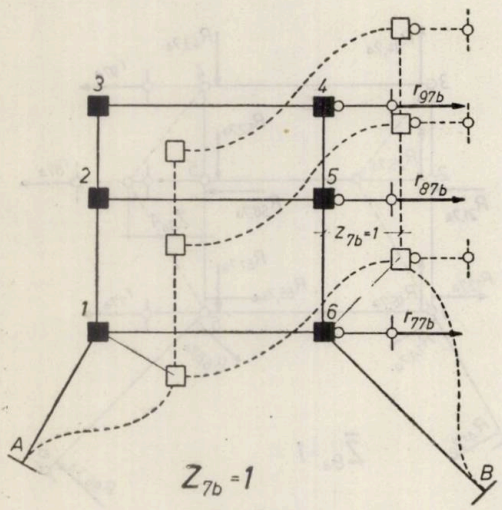


Fig. 9 *c*.

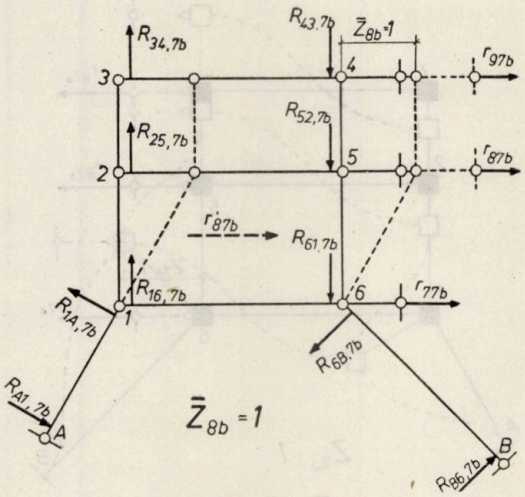


Fig. 9 *d*.

$$F_{7P}\cdot\overline{Z}_7+\sum(-R_{ik})\cdot\rho_{ik}=0$$

(unde sensul pozitiv al forţei de fixare s-a considerat convenţional de la stînga la dreapta).

$$F_{7P}=\sum R_{ik}\cdot\rho_{ik}=L_{7P}=R_{7P}. \tag{21}$$

Se justifică astfel pe cale energetică determinarea statică a forţelor de fixare pe sistemul cu nodurile articulate (metoda secţiunilor sau a izolării nodurilor).

De asemenea rezultă că pentru aplicarea principiului deplasărilor virtuale la stabilirea ecuaţiilor de condiţie după direcţia legăturilor liniare, este suficient echilibrul exterior al cadrului cu nodurile blocate, adică cu rotirile neechilibrate.

(Lucrurile mecanice virtuale de tipul (21) pot fi scrise bineînţeles fie în momente încovoitoare fie în forţe tăietoare) [8].

Cu (20) şi (21) ecuaţia de condiţie (19) devine:

$$0=R_{7P}+r_{71}\cdot Z_1+\ldots+r_{79}\cdot Z_9. \tag{22}$$

Deşi ecuaţiile (15″), (18′) şi (22) au fost obţinute pentru capetele de bară concurente în noduri, ele pot reprezenta deopotrivă acţiunea barelor asupra nodurilor propriu-zise.

3.2.2. Cu ajutorul principiului deplasărilor virtuale se poate demonstra, că forţele de deviaţie corespunzătoare deformaţiilor unitare după direcţia legăturilor liniare, sînt reciproce pentru deplasări virtuale imprimate într-un anumit fel.

Se dă o deformaţie după direcţia unei legături, menţinînd celelalte legături fixe şi se asociază cu o deplasare virtuală (de aceeaşi mărime) după direcţia unei alte legături, menţinînd de asemenea celelalte legături fixe.

$$r_{87a}\cdot\overline{1}=\int_S\frac{M_{7a}\cdot\overline{M}_{8a}}{EJ}\,dx \tag{23}$$

$$r_{78a}\cdot\overline{1}=\int_S\frac{M_{8a}\cdot\overline{M}_{7a}}{EJ}\,dx. \tag{24}$$

In a doua instanţă, deformaţia după direcţia unei legături antrenează toate legăturile superioare şi în consecinţă se asociază cu o deplasare virtuală similară, imprimată în dreptul altei legături.

$$(r_{87b}+r_{97b})\cdot\overline{1}=r'_{87b}\cdot\overline{1}=\int_S\frac{M_{7b}\overline{M}_{8b}}{EJ}\,dx \tag{25}$$

$$(r_{78b}+r_{88b}+r_{98b})\cdot\overline{1}=r'_{78b}\cdot\overline{1}=\int_S\frac{M_{8b}\overline{M}_{7b}}{EJ}\,dx. \tag{26}$$

Din relaţiile (23—24) respectiv (25—26) rezultă:

$$r_{87a}=r_{78a} \tag{23″}$$

$$r'_{87b}=r'_{78b}. \tag{25′}$$

In concluzie, dacă deplasările unitare se imprimă după direcţia unei singure legături, reciprocitatea se referă la forţele de deviaţie din dreptul planşeelor respective. Dacă în schimb deplasările unitare constau în translaţia paralelă a etajelor superioare, reciprocitatea se extinde la forţele de deviaţie dintre planşee (dedesubtul legăturii semnificative).

Intocmai ca în paragraful precedent, această concluzie este valabilă atît în metoda deplasărilor clasică cît şi în cazul rezolvărilor iterative, cînd sistemele sînt echilibrate interior.

Concluziile enunţate mai sus, generalizează sub o formă completă, prezentările parţiale ale diferiţilor autori din literatura de specialitate, în legătură cu această problemă [5÷11].

Pentru a lămuri şi mai bine cele expuse, se prezintă în continuare un exemplu practic de calcul.

Se dau pe rînd deformaţii unitare după direcţiile legăturilor liniare şi se echilibrează momentele de încastrare perfectă, ce acţionează asupra nodurilor, prin metoda Cross. (Pentru $6E$ s-a luat valoarea arbitrară $6E=10\,000$).

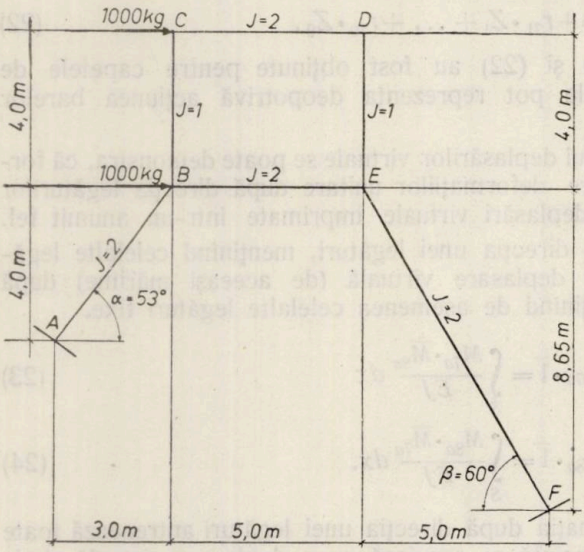


Fig. 10.

După direcţia legăturii 1 se imprimă :

1) o deformaţie $\triangle=1$, menţinînd pe loc legătura superioară şi

2) o deformaţie $\triangle=1$, deplasînd cu aceeaşi valoare, paralel şi legătura superioară (2).

Deoarece cadrul ales nu are decît două caturi, după direcţia legăturii 2 nu se mai poate imprima decît o singură deformaţie $\triangle=1$.

Pentru a obţine coeficienţii C_1, C_2 de corecţie ai deformaţiilor arbitrare (unitare) după direcţia 1 şi 2, se scriu condiţiile de echilibru ale forţelor de deviaţie după aceste direcţii. In funcţie de modul cum se grupează deformaţiile după direcţiile 1 şi 2 şi de semnificaţia forţei de deviaţie, rezultă patru tipuri distincte de sisteme de ecuaţii.

Astfel dacă se consideră grupul de deformaţii 1 b şi 2, ecuaţiile de condiţie pot reprezenta :

a) forţa de deviaţie după direcţia legăturilor 1 şi 2

$$910\,C_1-126\,C_2-1000=0$$
$$285\,C_1+412\,C_2-1000=0 \qquad \text{(I)}$$

rezultă

$$C_1=1{,}315 \qquad C_2=1{,}525$$

b) forţa de deviaţie dintre planşee

$$1195\,C_1+286\,C_2-2000=0$$
$$285\,C_1+412\,C_2-1000=0 \qquad \text{(II)}$$

rezultă

$$C_1=1{,}315 \qquad C_2=1{,}525$$

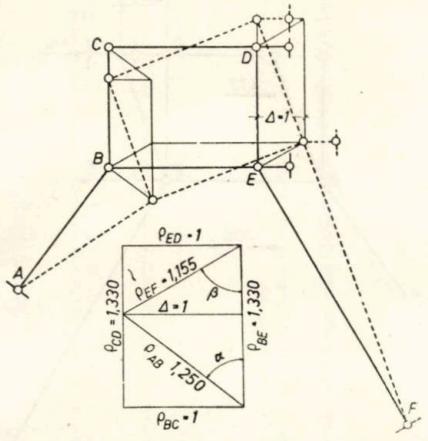


Fig. 11 *a*

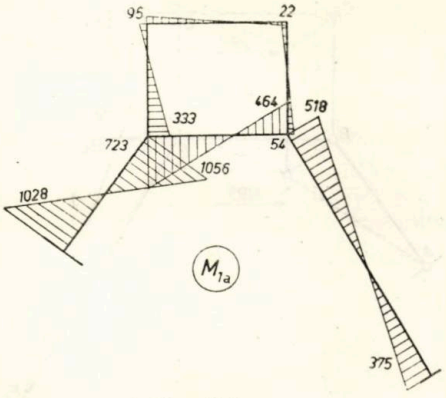


Fig. 11 *b*.

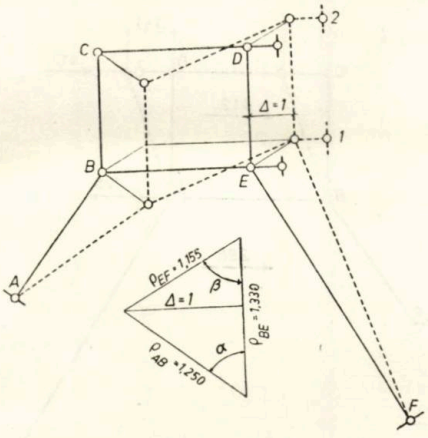


Fig. 12 *a*.

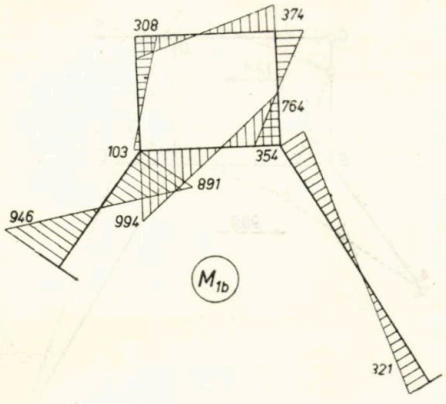


Fig. 12 *b*.

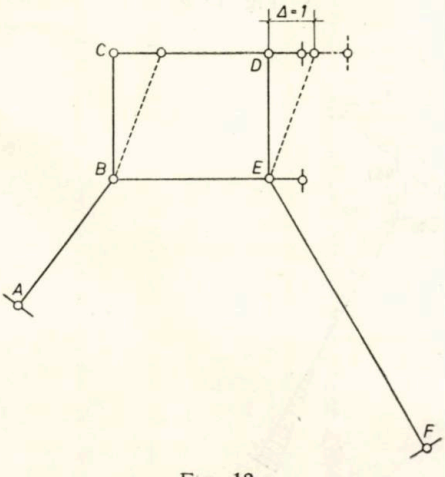


Fig. 13 *a*.

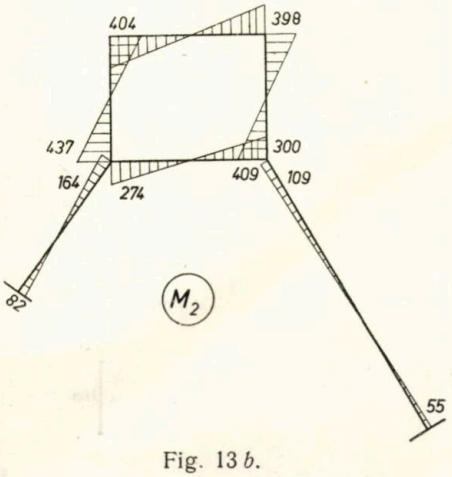


Fig. 13 *b*.

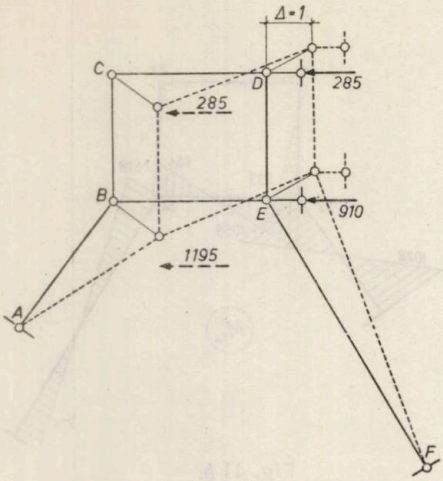


Fig. 14 *a*.

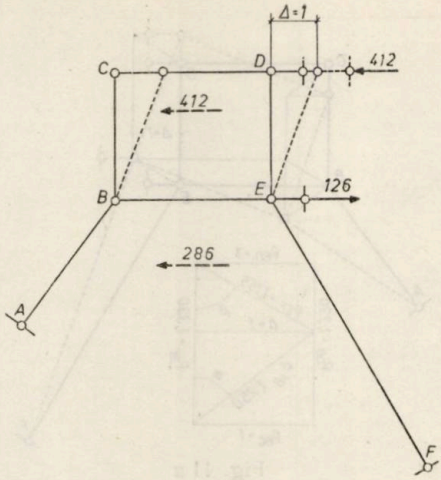


Fig. 14 *b*.

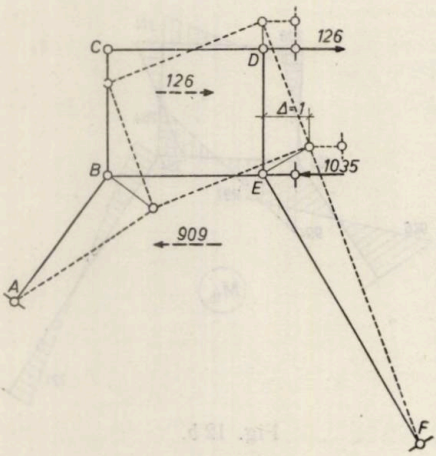


Fig. 15 *a*.

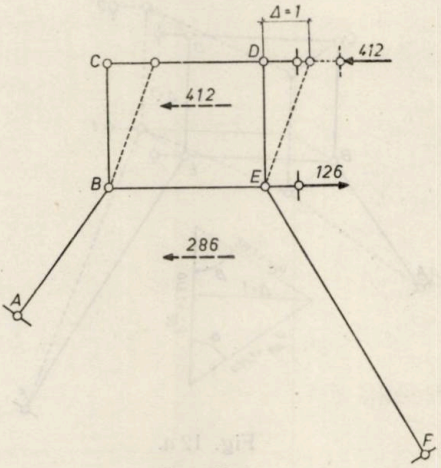


Fig. 15 *b*.

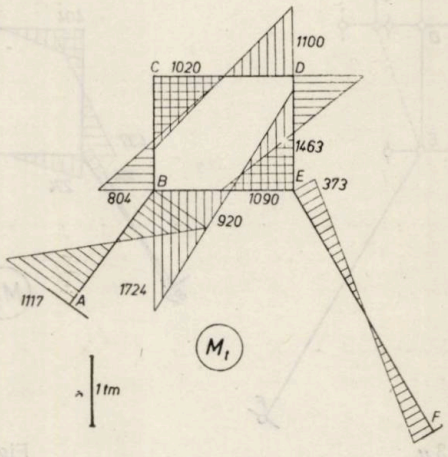


Fig. 16.

Dacă se consideră acum grupul de deformații 1 a și 2, ecuațiile de condiție devin:

a)
$$\begin{aligned} 1035\,C_1 - 126\,C_2 - 1000 &= 0 \\ -126\,C_1 + 412\,C_2 - 1000 &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(III)}$$

rezultă

$$C_1 = 1{,}315 \qquad C_2 = 2{,}830$$

b)
$$\begin{aligned} 909\,C_1 + 286\,C_2 - 2000 &= 0 \\ -126\,C_1 + 412\,C_2 - 1000 &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(IV)}$$

rezultă

$$C_1 = 1{,}315 \qquad C_2 = 2{,}830$$

Conform considerațiilor teoretice premergătoare, egalitățile (23′) și (25′) sînt satisfăcute în ecuațiile (II) și (III).

3.3. Metoda mixtă.

Ecuațiile de condiție din metoda mixtă se obțin din ambele principii energetice (principiul deplasărilor virtuale și al forțelor virtuale). In cazul varierii eforturilor, continuitatea se restabilește prin principiul forțelor virtuale, în care deplasările nodurilor blocate, adiacente sistemului secționat, pot fi echivalate cu cedări de reazeme.

$$Z_2 \cdot r_{27} + Z_3 \cdot r_{37} + Z_6 \cdot r_{67} = \int_S \overline{M}_7 \frac{M_t}{EJ}\, dx$$

unde

$$M_t = M_P + X_7\overline{M}_7 + X_8\overline{M}_8 + X_9\overline{M}_9 .$$

Rezultă prin urmare:

$$Z_2 \cdot r_{27} + Z_3 \cdot r_{37} + Z_6 \cdot r_{67} = \Delta_{7P} + X_7\delta_{77} + X_8\delta_{78} + X_9\delta_{79} . \qquad (27)$$

Dacă în relația (17) se ia $P=1$, se obțin egalități de forma

$$r_{ik} = -\delta_{ik}. \qquad (28)$$

Cu (28), ecuația (27) devine:

$$\Delta_{7P} + Z_2\delta_{72} + Z_3\delta_{73} + Z_6\delta_{76} + X_7\delta_{77} + X_8\delta_{78} + X_9\delta_{79} = 0. \qquad (27')$$

In cazul varierii deplasărilor, echilibrul static al nodurilor se restabilește prin principiul deplasărilor virtuale, în care eforturile static nedeterminate din sistemul secționat, apar ca forțe exterioare.

$$\sum P \cdot \delta_p + \sum H \cdot \delta_H + X_7 \cdot \delta_{72} + X_8 \cdot \delta_{82} + X_9\delta_{92} = \int_S M_t \frac{\overline{M}_2}{EJ}\, dx$$

unde

$$M_t = M_p + Z_1\overline{M}_1 + Z_2\overline{M}_2 + Z_3\overline{M}_3 + Z_4\overline{M}_4 + Z_5\overline{M}_5 + Z_6\overline{M}_6 .$$

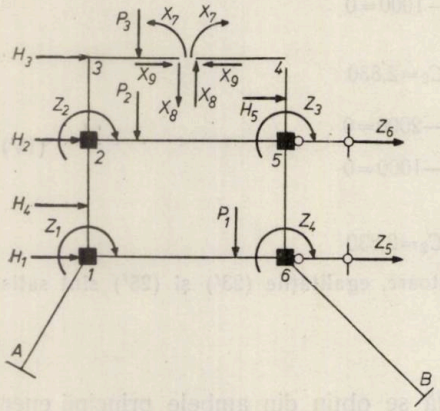


Fig. 17.

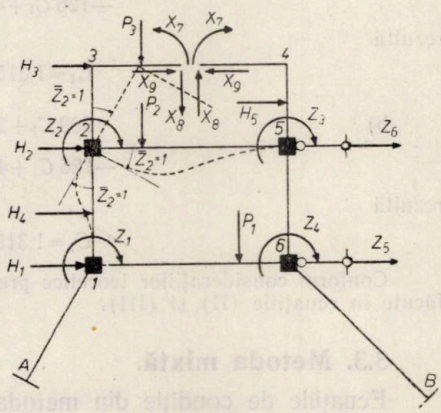


Fig. 18.

Rezultă prin urmare:

$$X_7 \cdot \delta_{72} + X_8 \cdot \delta_{82} + X_9 \cdot \delta_{92} = R_{2P} + Z_1 r_{21} + \ldots + Z_6 r_{26} . \qquad (29)$$

Cu relațiile de tip (28) se obține:

$$R_{2P} + Z_1 r_{21} + \ldots + Z_6 r_{26} + X_7 r_{27} + X_8 r_{28} + X_9 r_{29} = 0. \qquad (29')$$

4. STABILITATEA STRUCTURILOR ALCĂTUITE DIN BARE

4.1. Ca orice problemă de deviație de la poziția de echilibru stabil, flambajul general al structurilor din bare, cunoaște sub încărcarea critică apariția unei deformații calitativ noi. De aceea pînă la echilibrul indiferent, barele sistemului nu sînt decît comprimate.

4.2. **Metoda eforturilor.**

In poziția încovoiată a sistemului ajuns în echilibru indiferent, se variază necunoscutele static nedeterminate, obținîndu-se ecuații de forma

$$0 = \int_S \overline{M}_i \frac{M_t}{EJ} dx$$

unde s-au exclus cedările reazemelor. In virtutea celor spuse la 4.1.

$$M_t = X_1\overline{M}_1 + \ldots + X_9\overline{M}_9 . \qquad (30)$$

Deoarece studiul stabilității echilibrului static este o problemă de ordinul doi, trebuie să se țină seama de acțiunea deformării barelor supuse la compresiune cu încovoiere, asupra diagramelor de momente virtuale.

Forma ecuației de condiție este prin urmare:

$$0 = X_1\delta_{11} + \ldots + X_9\delta_{19}. \tag{31}$$

4.3. Metoda deplasărilor.

Rămîn valabile ecuațiile de condiție de tipul (15″), (18′) și (22), în care

$$R_{ip} = 0.$$

4.4. Metoda mixtă.

In baza celor precedente, metoda mixtă se aplică ca și în cazul calculelor statice, anulînd termenii din încărcare.

DINAMICA STRUCTURILOR ALCĂTUITE DIN BARE

5.1. Dacă se neglijează amortizarea oscilațiilor armonice forțate, se poate renunța la aplicarea principiului lui Hamilton, deoarece atît sarcinile periodice, cît și eforturile structurii ating amplitudinile în același timp. In acest moment, deformația structurii fiind maximă, energia cinetică este nulă. De aceea se lucrează cu principiile energetice cunoscute din considerațiile statice.

5.2. Metoda eforturilor.

In momentul elongațiilor maxime, se variază eforturile static nedeterminate. Principiul forțelor virtuale conduce la ecuații de forma

$$0 = \int_S \overline{M}_i \frac{M_t}{EJ}\, dx$$

unde

$$M_t = M_P + X_1\overline{M}_1 + \ldots + X_9\overline{M}_9.$$

In calculul momentului M_P se ține seamă de încărcarea dinamică a barelor în sistemul primitiv, precum și de distribuția maselor pe barele sistemului elastic, deoarece forțele elastice, care duc la oscilația sistemului, se înlocuiesc echivalent cu forțe de inerție distribuite ori concentrate.

Ecuațiile de condiție devin:

$$0 = \Delta_P + X_1\delta_{11} + \ldots + X_9\delta_{19}. \tag{32}$$

5.3. Metoda deplasărilor și cea mixtă.

Ecuațiile de condiție se obțin ca și în calculele statice, cu observația că atît coeficienții necunoscutelor, cît și termenii liberi rezultă dintr-un calcul dinamic aplicat asupra barelor dublu încastrate.

Cu precizările de mai sus, s-a elucidat și aplicarea metodei mixte la calculele dinamice.

BIBLIOGRAFIE

1. I. P. Prokofiev, *Statica construcţiilor* (Trad. din l. rusă), OPED CFR, 1950, II.
2. O. Luetkens, *Die Methoden der Rahmenstatik*, Berlin, 1949.
3. V. Kolousek, *Baudynamik der Durchlaufträger und Rahmen*, Fachbuchverlag Leipzig, 1953.
4. I. P. Prokofiev, A. F. Smirnov, *Statica construcţiilor* (Trad. din l. rusă), OPED CFR, 1951.
5. P. Charon, *La méthode de Cross, théorie et applications*, Paris, 1953.
6. R. Guldan, *Die Cross-Methode*, Springer Wien, 1955.
7. V. Kupferschmied, *Ebene und räumliche Rahmentragwerke*, Wien, 1952.
8. P. Mazilu, *Calculul cadrelor — Deplasări şi lucrul mecanic virtual în metoda Cross*, Bucureşti, 1946.
9. L. Palotás, *A keretek elmélete és számitása*, Közlekedés- és mélyépitéstudományi könyv- és folyóiratkiadó vállalat, Budapest, 1951.
10. A. Pucher, *Lehrbuch des Stahlbetonbaues*, Wien, 1953.
11. Th. Titze, *Momentenausgleichsverfahren*, Wien, 1948.
12. K. Zweiling, *Gleichgewicht und Stabilität*, Technik, Berlin, 1953.

ENERGETISCHE BETRACHTUNGEN IN DER BAUMECHANIK

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der vorliegenden Arbeit leitet man das Kräfte-, Formänderungs- und Kräfte-Formänderungsverfahren zur statischen und dynamischen Berechnung der ebenen Stabwerke, wie auch zum Stabilitätsnachweis, mittels energetischer Betrachtungen ab. Die aus dem Hamiltonschen Prinzip erhaltenen Prinzipien der virtuellen Verrückungen und virtuellen Kräfte, erlangen in der Baumechanik die Form der Mohrschen Arbeitsgleichung. Die praktisch wichtige Gegenseitigkeit der Verschiebungskräfte erweist sich als allgemeingültig, falls nur die virtuellen Verrückungen folgerichtig erteilt werden.

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ РАЗРЕШЕНИИ ВОПРОСОВ МЕХАНИКИ СТРОИТЕЛЬСТВА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе рассматривается метод усилий, метод перемещений и смешанный метод для статического и динамического расчета плоскостного балочного строения, а также для проверки устойчивости статического равновесия энергетическим путем. Для этого исходим из принципа Гамильтона, откуда, путем последовательных приведений к частным случаям, получается принцип виртуальных перемещений и виртуальных сил, употребляемых в строительной механике в виде энергетической формулы Мора.

Указывается, что для виртуальных перемещений выраженных соответствующим образом, силы уклона будут всегда взаимными, что упрощает расчеты.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

APLICAREA METODEI DISTRIBUIRII MOMENTELOR LA CALCULUL SUPRAFEŢELOR DE REVOLUŢIE

DE

TOMA BARTA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic Timişoara din 29—31 martie 1957

1. GENERALITĂŢI

Calculul construcţiilor compuse din două sau mai multe suprafeţe de revoluţie solidarizate între ele de-a lungul unui cerc paralel, se face în mod curent cu ajutorul metodei eforturilor aplicînd necunoscutele X_i în rost, şi scriind ecuaţiile de continuitate. In cazul contactului între două suprafeţe de revoluţie (sau suprafeţe de revoluţie cu centură), apar două necunoscute, iar în cazul general al contactului între n elemente apar $2(n-1)$ necunoscute, respectiv ecuaţii.

Numărul ecuaţiilor se reduce la două, dacă se aplică metoda deformaţiilor.

Ca şi în alte probleme din statica construcţiilor, metoda distribuirii momentelor, utilizată pe scară largă în practica proiectării, reduce în cazul general numărul ecuaţiilor la una singură. In unele cazuri particulare, ca de exemplu rezervoarele cu fundul plan sau fundul rezervoarelor lntze, nu apare nici o ecuaţie. Aceste cazuri particulare au fost tratate de Belluzzi [1]. Oravas [6] a rezolvat alte cazuri. In cele ce urmează ne vom ocupa de rezolvarea cazului general.

2. EXPUNEREA METODEI

Metoda este analoagă cu cea folosită în cazul structurilor plane formate din bare. Se determină rigidităţile suprafeţelor de revoluţie, definind drept *rigiditate* k, momentul de încastrare produs de o rotire φ. Admiţînd pentru produsul $E\varphi$ o valoare convenabilă pentru calcule numerice se obţine *coeficientul de rigiditate* k.

Coeficientul de repartiţie al suprafeţei i, r_i, se obţine împărţind coeficientul de rigiditate al suprafeţei i cu suma coeficienţilor de rigiditate ai elementelor ce se intersectează după acelaşi cerc paralel.

Se calculează momentele de încastrare perfectă din încărcarea exterioară pentru toate elementele şi se împarte rezultanta lor proporţional cu rigidităţile pentru a realiza echilibrul rostului.

Variaţia momentelor pe meridianul suprafeţei are caracterul unei oscilaţii amortizate, şi în cazul unor construcţii de proporţii obişnuite nu se mai produce o transmitere a momentelor aşa încît nu apar repetatele transmiteri de momente ca în cazul barelor. Metoda îşi pierde astfel caracterul iterativ.

Se calculează împingerile suprafeţelor considerate perfect încastrate din încărcare şi împingerile produse de momentul repartizat. Dacă rezultanta împingerilor este nulă, calculul este terminat, aflîndu-ne în cazul particular tratat de Belluzzi.

In cazul general va exista însă o împingere rezultantă, care la rîndul ei produce o deplasare radială a suprafeţelor. Vom da deci suprafeţelor în a doua treaptă de calcul o deplasare radială arbitrară Δ, care va da naştere unor momente ce se repartizează proporţional cu coeficienţii de repartiţie. Se determină apoi împingerile din deplasare şi din momentele repartizate. Scriind condiţia că împingerea rezultantă din treapta I-a şi a II-a de calcul să fie nulă, se găseşte valoarea deplasării Δ. Momentele şi împingerile finale se obţin însumînd valorile din prima treaptă de calcul cu cele din treapta doua înmulţite cu Δ.

3. DETERMINAREA VALORILOR DE CALCUL

Vom considera o suprafaţă de revoluţie cu meridian oarecare (fig. 1). Sistemul canonic de ecuaţii din metoda eforturilor este:

$$X_1\delta_{11}+X_2\delta_{22}+\delta_{10}=0$$
$$X_1\delta_{21}+X_2\delta_{22}+\delta_{20}=0$$

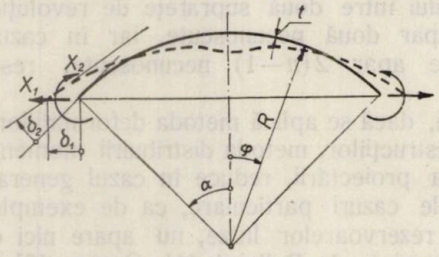


Fig. 1.

cu soluţiile:

$$X_1=\frac{\delta_{10}\delta_{22}-\delta_{20}\delta_{12}}{\delta_{12}^2-\delta_{11}\delta_{12}} \quad \text{şi} \quad X_2=\frac{\delta_{20}\delta_{11}-\delta_{10}\delta_{12}}{\delta_{12}^2-\delta_{11}\delta_{22}}$$

pentru prescurtare vom nota

$$D=\delta_{12}^2-\delta_{11}\delta_{22}$$

iar:

$$\delta_{10}=\bar{\delta}_{10}+\delta'_{10} \quad \text{şi} \quad \delta_{20}=\bar{\delta}_{20}+\delta'_{20}$$

unde: $\bar{\delta}_{10}$ = deformaţia membranei din încărcare

δ'_{10} = deformaţia datorită componentei orizontale a lui (n).

Cazul 1. *Se dă suprafeţei o rotire, împiedecîndu-i deplasarea* (fig. 2).

$$\delta_{20}=-\varphi \quad \delta_{10}=0$$

de aici rezultă

rigiditatea

$$\boxed{\bar{k}=-\varphi\frac{\delta_{11}}{D}}$$

împingerea datorită momentului repartizat

$$\boxed{H_M=-\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}}M}.$$

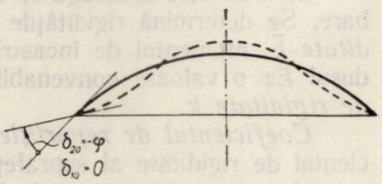


Fig. 2.

Cazul 2. *Se dă suprafeţei o deplasare împiedecîndu-i rotirea* (fig. 3).

$$\delta_{10} = -\Delta \quad \delta_{20} = 0$$

de aici rezultă:

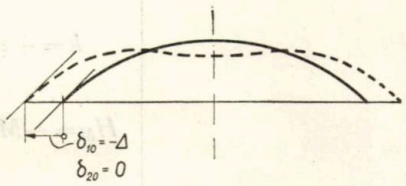


Fig. 3.

Momentul din deplasare $\boxed{M_\Delta = +\Delta \frac{\delta_{12}}{D}}$

Impingerea din deplasare $\boxed{H_\Delta = -\Delta \frac{\delta_{22}}{D}}$

Observaţie: Expresiile sînt valabile şi pentru centuri şi plăci plane.

4. VALORILE DE CALCUL PENTRU SUPRAFEŢE DE REVOLUŢIE OARECARI

Belluzzi [1] arată că pentru calculul acţiunii unor forţe şi momente marginale asupra unei suprafeţe de revoluţie oarecari, i se poate substitui o „sferă echivalentă" tangentă la margină cu ea, şi avînd aceeaşi grosime (fig. 4). Pe

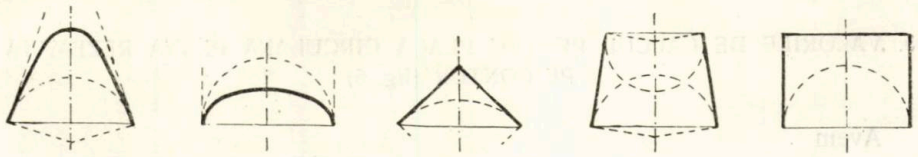


Fig. 4.

baza acestei observaţii va fi suficient să ne limităm la cazul sferei. Notînd coeficientul de amortizare

$$\boxed{\varkappa = \sqrt{\frac{R}{t}\sqrt{3(1-\mu^2)}}}$$

avem:

$$\delta_{11} = \frac{2\varkappa R}{Et}\sin^2\alpha = \delta_{12}\frac{R\sin\alpha}{\varkappa}$$

$$\delta_{12} = \frac{2\varkappa^2 \sin\alpha}{Et}$$

$$\delta_{22} = \frac{4\varkappa^3}{EtR} = \delta_{12}\frac{2\varkappa}{R\sin\alpha}$$

$$D = -\delta_{12}^2$$

deci:

$$k = +\varphi \frac{\delta_{11}}{\delta_{12}^2} = +\varphi E \frac{Rt}{2\varkappa^3}$$

$$H_M = -M \frac{\delta_{12}}{\delta_{11}} = -M \frac{\varkappa}{R \sin \alpha}$$

$$M_\Delta = -\Delta \frac{1}{\delta_{12}} = -\Delta E \frac{t}{2\varkappa^2 \sin \alpha}$$

$$H_\Delta = +\Delta \frac{\delta_{22}}{\delta_{12}^2} = +\Delta E \frac{t}{R\varkappa \sin^2 \alpha}$$

Expresiile coeficienților δ fiind calculate pe baza teoriei simplificate a lui Geckeler [3] [2] [4] ele nu mai sînt valabile pentru valori mici ale unghiului α, adică la suprafețe foarte turtite sau pentru regiuni apropiate de creștet. Din comparația cu expresiile corespunzătoare ale plăcii plane rezultă de fapt că prin trecerea la limită a suprafeței sferice nu obținem aceleași valori.

5. VALORILE DE CALCUL PENTRU PLACA CIRCULARĂ PLANĂ REZEMATĂ PE CONTUR (fig. 5)

Avem

$$\delta_{11} = \delta_{12} \simeq 0$$

$$\delta_{22} = \frac{12r(1-\mu)}{Et^3}$$

deci:

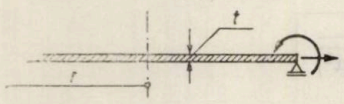


Fig. 5.

$$k = \varphi E \frac{t^3}{12r(1-\mu)}$$

$$H_M = H_\Delta = M_\Delta = 0.$$

6. VALORI DE CALCUL PENTRU PLACA CIRCULARĂ PLANĂ REZEMATĂ PE UN MEDIU RIGID (fig. 6)

Avem [4].

$$\delta_{11} = \delta_{12} \simeq 0$$

$$\delta_{22} = \frac{4(1-\mu^2)}{Et^3} \frac{1}{\sqrt{\sigma_t}}$$

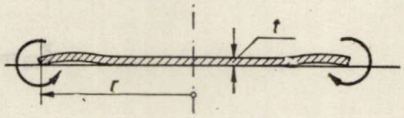


Fig. 6.

deci:

$$k = \varphi E \frac{t^3 \sqrt{\sigma_t}}{4(1-\mu^2)} \qquad H_M = H_\Delta = M_\Delta = 0$$

unde σ_t = presiunea pe teren.

7. VALORI DE CALCUL PENTRU INEL DE CENTURĂ (fig. 7)

$$\delta_{11} = \frac{r^2}{EA} \qquad \delta_{12} = 0 \qquad \delta_{22} = \frac{r^2}{EI}.$$

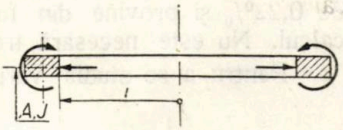


Fig. 7.

8. EXEMPLE DE CALCUL

8.1. Rezervor cilindric cu fund plan

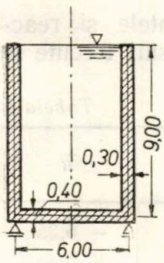


Fig. 8.

Se consideră rezervorul cilindric de beton armat (fig. 8) tratat de Kurt Beyer [2].

$$\mu = \frac{1}{6} \qquad \varkappa = 5{,}40 \qquad \gamma = 1{,}0 \text{ t/m}^3.$$

Calculul momentelor și reacțiunilor de încastrare perfectă nu prezintă dificultăți fiind tratat în toate lucrările de specialitate. Valorile de calcul și momentele și reacțiunile de încastrare perfectă ($\overline{M}$ și $\overline{R}$) sînt trecute în tabela 1.

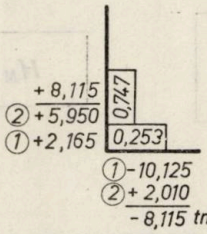
Tabela 1

	k	H_M	H_Δ	M_Δ	$\overline{M}$	$\overline{H}$
Cilindru	+1,325	−1,385M	+50,7Δ	−18,35Δ	+ 2,165	−6,25
Placă	+0,448	0	0	0	−10,125	0

Coeficienții de repartiție:

$$k_{cil} = 1{,}325 \qquad r_{cil} = 0{,}747$$
$$k_{pl} = 0{,}448 \qquad r_{pl} = 0{,}253$$
$$\sum k = 1{,}773 \qquad \sum r = 1{,}000$$

Repartizarea momentelor de încastrare



După Beyer momentul este de $-8{,}133$ tm/m ceea ce reprezintă o eroare de $0{,}22\%$ şi provine din faptul că toate calculele s-au efectuat cu rigla de calcul. Nu este necesară treapta doua de calcul datorită rigidităţii fundului.

Pentru a se studia variaţia lui m_y sau a celorlalte solicitări unitare de-a lungul directoarei se înmulţesc valorile liniilor de influenţă ale lui m_y din $X_1=1$ şi $X_2=1$ cu valorile rezultate din calcul (fig. 9).

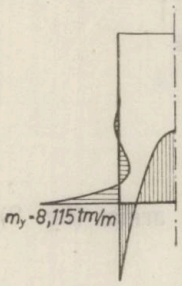


Fig. 9.

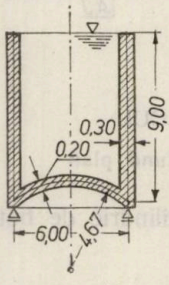


Fig. 10.

8.2. Rezervor cilindric cu fund sferic

Se consideră rezervorul cilindric cu fund sferic tratat deasemenea de Beyer (fig. 10) $\varkappa_{cil}=5{,}40$ $\varkappa_{sf}=6{,}32$.

Valorile de calcul, momentele şi reacţiunile de încastrare perfectă sînt trecute în tabela 2.

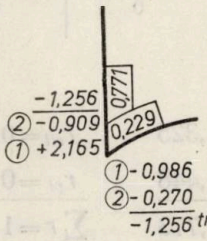
Tabela 2

	k	H_M	H_Δ	M_Δ	$\overline{M}$	$\overline{H}$
Cilindru	$+1{,}325$	$-1{,}385M$	$+50{,}7\Delta$	$-18{,}35\Delta$	$+2{,}165$	$-6{,}25$
Sferă	$+0{,}393$	$-2{,}108M$	$+34{,}6\Delta$	$-8{,}26\Delta$	$+0{,}986$	$-10{,}69$

Coeficienţii de repartiţie:

$$k_{cil}=1{,}325 \qquad r_{cil}=0{,}771$$
$$k_{sf}=0{,}393 \qquad r_{sf}=0{,}229$$
$$\sum k=1{,}718 \qquad \sum r=1{,}000$$

Repartizarea momentelor de încastrare



Impingerile

Cilindru

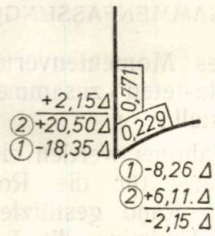
$$\overline{H} = -6,25$$
$$H_{\Delta M} = -1,385 \times -0,909 = +1,26$$
$$-4,99$$

Sfera

$$\overline{H} = -10,69$$
$$H_{\Delta M} = -2,108 \times -0,270 = +0,57$$
$$-10,12$$

$$H_I = -4,99 \times -10,12 = -15,11 \text{ t/m.}$$

Se dă o deplasare arbitrară



Impingerile

Cilindru

$$\overline{H} = +50,7\Delta$$
$$H_{\Delta M} = -1,385 \times 20,50 = -28,4\Delta$$
$$+22,3\Delta$$

Sfera

$$\overline{H} = +34,60\Delta$$
$$H_{\Delta M} = -2,108 \times 6,11 = -12,96\Delta$$
$$+21,64\Delta$$

$$H_{II} = \Delta(22,3 + 21,64) = +43,94\Delta.$$

Condiția de echilibru: $-15,11 + 43,94\Delta = 0$ deci

$$\Delta = \frac{15,11}{43,94} = 0,344$$

$$M_{cil\ I} = -4,99$$
$$M_{cil\ II} = 0,344 \times 22,3 = +7,66$$
$$M_{cil} = +2,67 \text{ tm/m.}$$

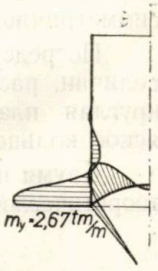


Fig. 11.

După Beyer momentul este 2,634 tm/m ceea ce reprezintă o eroare de 1,37%. Variația momentelor m_y respectiv m_φ este dată în fig. 11.

BIBLIOGRAFIE

1. O. Belluzzi, Metodi semplice per lo studio delle lastre curve. Giornale del Genio Civile 1948 fasc. 5, 6, 9 — 1949 fasc. 1, 2, 4.
2. K. Beyer, *Die Statik im Stahlbetonbau,* Springer, Berlin, 1956.
3. J. Geckeler, Über die Festigkeit achsensymmetrischer Schalen. Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens. 1926, Heft 276.
4. K. Girkmann, *Flächentragwerke,* Springer, Wien, 1956.
5. D. Mateescu, *Construcţii metalice speciale,* Ed. Tehnică, Bucureşti, 1956.
6. G. Oravas, Analysis of Continuous Conical Shells of Rotational Symmetry by the Method of Successive Approximations. Memoires de l'Assoc. Internat. des Ponts et Charpentes. Vol. XIV.

DIE ANWENDUNG DES MOMENTENVERTEILUNGSVERFAHRENS ZUR BERECHNUNG DER ROTATIONSSCHALEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wird die Anwendung des Momentenverteilungsverfahrens zur Berechnung von drehsymmetrisch belasteten zusammengesetzten Rotationsschalen, bzw. Platten und Ringen, dargestellt.

Mittels des Kraftgrössenverfahrens werden die allgemeinen Ausdrücke der Festwerte entwickelt und daraus für die Rotationsschale mit beliebiger Meridiankurve sowie für die am Rand gestützte oder auf starrer Unterlage aufliegende Kreisplatte und den Kreisring die betreffenden Werte abgeleitet.

Zwei Rechenbeispiele, der zylindrische Behälter mit ebenem und kugelförmigen Stützboden, ergänzen die theoretischen Darlegungen.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Излогается метод распределения моментов употребляющихся в расчете строений составленных из двух и более поверхностей вращения укрепленных между собой по параллельному кругу и нагруженных симметрично.

Посредством метода усилий находятся общие выражения расчетных величин, рассматривается частный случай любой поверхности вращения, круглая пластинка опирающаяся по контуру на твердую среду и поясное кольцо.

Двумя примерами бака с плоским и сферическим дном, пополняется теоретическое изложение.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA
Tomul 2 (16) Fascicola 2 — 1957

ÎNCERCĂRI ASUPRA DIATOMITULUI DE MINIŞ, TÎRNOVA-ARAD

DE

EMIL LAŢIU şi LUCIA METEŞ-CICOARE

Comunicare prezentată în Sesiunea V-a de Comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

Diatomitul, cum se cunoaşte, este o rocă silicioasă biogenă de precipitaţie, alcătuită din frustule de diatomee şi radiolari şi din spicule de spongieri, consolidate diagenetic ca diatomit, tripoli, kieselgur, radiolarit [1]. Prin diageneză ulterioară se formează concreţiuni şi straturi de silex. Diatomeele, radiolarii şi spongierii extrag silicea din apele mărilor, oceanelor şi a unor lacuri din regiunile reci, iar după moartea lor se depun sub forma de nămoluri pe fundul mărilor, care iniţial au caracter de depozite mobile şi pe urmă se consolidează. Aceste depozite silicioase conţin obişnuit peste 50% resturi din cochiliile vieţuitoarelor amintite, alături de sfărîmături argiloase şi calcaroase în cantităţi mai mari sau mai mici. În general, sînt roce puţin consistente, nefiind consolidate printr-un liant natural, de ex. silicios, ci sub acţiunea presiunii.

Ca aspect sînt poroase, fine şi uşoare, de culoare albă sau alb-gălbue.

Într-o fază avansată de diageneză diatomitul se transformă în şisturi silicioase foioase, iar radiolaritul în jaspuri conţinînd alături de sfărîmături foarte fin dispersate de cochilii şi substanţă argiloasă şi o pastă criptocristalină de calcedonie şi oxid de fier [2]. La noi în ţară se găsesc diatomite în oligocenul superior din flişul de la curbura Carpaţilor, cum este diatomitul de Pătîrlagele şi în Regiunea Arad la Tîrnova, iar jaspuri în Carpaţii Orientali şi în Munţii Apuseni, ca varietăţi dure de culoare roşie, brună, verde etc. Se semnalează de către unii autori şi prezenţa kieselgurului în Dobrogea [3].

* * *

În cazul diatomitului de Tîrnova după ce i-am făcut analiza chimică şi microscopică, a căror rezultate sînt consemnate în tabela de mai jos, am determinat proprietăţile sale adsorbante atît faţă de neelectroliţi cît şi faţă de electroliţi, avînd în vedere întrebuinţările sale industriale în acest scop.

Analiza chimică :

Pierderea la calcinare	SiO_2%	Al_2O_3%	Fe_2O_3%	CaO%	MgO%	Alcalii
8,00	72	13,2	4,70	0,30	1,30	0,50

Partea solubilă în soluţie de 1% NaOH la fierbere . . . . . 42%.

Analiza optică :	Aspectul macroscopic.	In lumină naturală la microscopul polarizant.	In lumină polarizată paralelă la microscopul polarizant.
	Masă afînată puţin consistentă, de culoare albă cu o uşoară nuanţă gălbue. Cu lupa nu se observă nici un element figurat.	Masă de culoare brunie-cenuşie deschisă, cu disiminări punctiforme negre, mai rare.	Masă amorfă cu elemente figurate de dimensiuni mici şi slab birefringente de formă baccilară şi mai rar prismatice.

De asemenea, am încercat să verificăm dacă are sau nu proprietăţi hidraulice, ţinînd seamă de faptul că silicea din compoziţia sa se găseşte în stare amorfă, reacţionabilă.

Diatomitul de Tîrnova constituie o masă afînată, puţin consistentă, uşoară, fină, de culoare albă cu o slabă nuanţă gălbuie, ce se prezintă în bulgări friabili cu textură pulverulentă.

Greutatea specifică a acestuia, determinată cu volumometrul, este egală cu 2,05 g/cmc, iar greutatea specifică în grămadă în stare îndesată 457 kg/m³ şi în stare afînată 209 kg/m³, determinată cu vasul Böhme şi pîlnia Gary.

Interpretînd datele de analiză din tabela precedentă se constată că diatomitul de Tîrnova are un conţinut mai scăzut de SiO_2 decît prevede STAS nr. 1427-50, faţă de 81% pentru calitatea I şi mai ridicat faţă de 68% pentru calitatea II, ceea ce indică că este impurificat într-o mai mare măsură cu argilă. În această privinţă este inferior diatomitului de Pătîrlagele, care conţine 82% SiO_2. Microstructura diatomitului de Tîrnova se caracterizează prin predominarea exclusivă a părţii amorfe din masa sa, ceea ce indică prezenţa silicei într-o stare mai reacţionabilă, şi deci probabilitatea de a face priză hidraulică cu varul în condiţii normale de temperatură.

Într-adevăr, preparînd două amestecuri de mortar din acest diatomit cu var şi nisip normal de Jupîneşti-Lugoj, în dozajul de o parte liant, alcătuit din 67 părţi diatomit şi 33 părţi var stins uscat, şi 1 parte nisip normal; resp. 1 parte liant de aceeaşi compoziţie şi 3 părţi nisip normal [4], s-au obţinut după 28 zile de păstrare în condiţiile prevăzute de STAS rezistenţele la tracţiune şi compresiune în kg/cm², ca medie a 6 probe, cuprinse în tabela următoare :

Amestecul de mortar	R_t	R_c
Amestecul 1 : 1	Media 11	Media 23,37
Amestecul 1 : 3	Media 8,5	Media 17,22

Interpretînd rezultatele încercărilor de rezistență la întindere și compresiune se remarcă de la început o discordanță între rezistența la întindere și compresiune, în sensul că ultima este cu mult mai mică decît în mod obișnuit, deoarece raportul între rezistența la compresiune și rezistența la întindere la astfel de mortare este aproximativ 4—6.

Această anomalie aparentă ne-a determinat să facem ulterior altă serie de amestecuri, presupunînd că eventual s-au făcut anumite greșeli în legătură cu operația de fasonare a probelor pentru încercări, însă și de astă dată am obținut aproape aceleași rezultate, cu toate măsurile de precauție luate.

Între timp, repetînd încercările, am constatat că unele probe în opt pentru rezistența la întindere încercate a doua și a treia zi prezentau rezistențe din ce în ce mai mici, scăzînd pînă la 5—6 kg/cm². În acest fel, am ajuns să facem ipoteza că anomalia precedentă se datorește microstructurii diatomitului și prezenței lamelelor și solzilor aproape submicroscopici de argilă din masa diatomitului, între care, cînd probele sînt umede se formează pelicule fine de apă ce măresc prin capilaritate aderența dintre ele, prezentînd astfel o rezistență la întindere mai mare la probele în stare umedă decît după ce se usucă progresiv, reducîndu-se astfel peliculele de apă prin evaporare.

O confirmare a acestei ipoteze am găsit chiar și în forma ruperii probelor pentru încercarea la compresiune, observînd că aproape toate probele încercate rămîneau întregi, apărînd numai ușoare fisuri după încercare, ceea ce indică că ruperea s-a produs printr-o alunecare, fără să mai apară forma caracteristică de trunchi de piramidă.

În legătură cu aceste particularități ale diatomitului nu se recomandă să se facă construcții pe terenuri în subsolul cărora se găsesc astfel de roce, deoarece fundațiile lor nu au stabilitate [5]. Interpretînd datele de rezistență precedente se desprind concluziile următoare:

1. Diatomitul de Tîrnova are proprietăți hidraulice, ceea ce indică prezența silicei reacționabile; dar aceste sînt mai slabe, din cauza proporției mari de argilă din masa sa, cum indică, de altfel, și conținutul redus de SiO_2 din compoziția acestuia situat la limita inferioară prevăzută de STAS 1427-50.

2. Totuși, acest diatomit poate fi întrebuințat cu succes ca adaos plastifiant la mortare, pentru a îmbunătăți lucrabilitatea lor, în care caz prezența argilei nu exercită o influență defavorabilă.

Ținînd seamă că diatomitul este în general un bun material decolorant și filtrant am socotit să determinăm și proprietățile adsorbante ale diatomitului de Tîrnova față de soluții de coloranți neelectroliți, cum este soluția de cristal violet.

Pentru a verifica caracterul de adsorbție tipică, ca și în cazul tufului bazaltic de Lucareț [6] și a tufului andezitic de Deva [7], am încercat

experimental dacă fenomenul de adsorbție se supune izotermei lui Freundlich formulată, cum se cunoaște, astfel : [8 ; 9 ; 10 ; 11]

$$\frac{x}{m} = \alpha \cdot c^{\frac{1}{n}}$$

în care x reprezintă cantitatea de substanță adsorbită exprimată în grame, determinată prin diferența dintre cantitatea de substanță colorantă dizolvată în soluția inițială și cantitatea rămasă după ce s-a ajuns la concentrația de echilibru ; m cantitatea de substanță adsorbantă, în grame ; c concentrația de echilibru, iar α și $\frac{1}{n}$ sînt două constante ce se pot stabili atît prin media unui număr mare de determinări cît și prin metoda grafică.

Astfel, am preparat o scară colorimetrică dintr-o serie de soluții etalon de cristal violet, de concentrații cunoscute, care ne-au servit ca termen de comparație la colorimetru Dubosque pentru concentrațiile de echilibru necunoscute. Acestea le-am obținut după ce am agitat puternic într-o fiolă cantități variabile de adsorbant (diatomit) cu același volum de soluție inițială de cristal violet, cu concentrația de 0,2 g/l, timp de 5 minute. Pentru a evita filtrarea care falsifică valoarea concentrației de echilibru, datorită adsorbției suplimentare a hîrtiei de filtru, am lăsat soluția să se limpezească prin sedimentarea adsorbantului cca. 10 ore, după care am putut determina concentrația de echilibru la colorimetrul Dubosque.

În încercările efectuate am întrebuințat două sorturi de diatomit, unul cernut prin sita de 320 ochiuri/cm², iar celălalt prin sita de 900 ochiuri/cm², pentru a observa influența ce o exercită gradul de dispersie al diatomitului asupra adsorbției colorantului de cristal violet.

Datele experimentale le-am reprezentat grafic în coordonate logaritmice $\log c — \log \frac{x}{m}$, și anume în cadranul valorilor negative, pentru a avea atît caracteristica cît și mantisa negativă în vederea calculării mai ușoare a constantei α, determinată grafic de intersecția dreptei logaritmice cu ordonata.

Cum se cunoaște, această dreaptă reprezintă ecuația logaritmică, obținută prin logaritmarea izotermei lui Freundlich, de felul :

$$\log \frac{x}{m} = \log \alpha + \frac{1}{n} \log c.$$

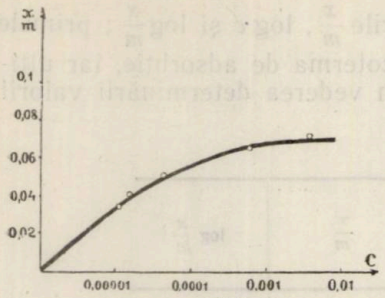
Înșirarea datelor experimentale pe o dreaptă (dreapta logaritmică) în sistemul de coordonate $\log c — \log \frac{x}{m}$ dovedește că este cazul unei adsorbții tipice.

În tabela următoare sînt notate datele experimentale, corespunzătoare agitării a 50 cmc soluție de cristal violet cu concentrația 0,2 g/l cu cantități variabile de diatomit de Tîrnova, cuprinse între 0,1—0,3 g, cernut prin sita de 320 ochiuri/cm². În aceeași tabelă sînt indicate de asemenea valorile

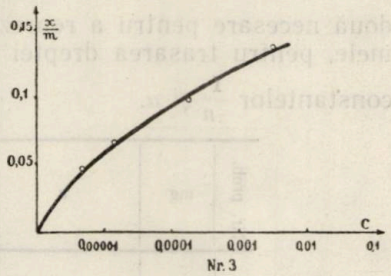
concentrației de echilibru c, precum și valorile $\frac{x}{m}$, $\log c$ și $\log\frac{x}{m}$; primele două necesare pentru a reprezenta grafic izoterma de adsorbție, iar ultimele, pentru trasarea dreptei logaritmice în vederea determinării valorii constantelor $\frac{1}{n}$ și α.

Nr. prob.	mg	c	$\log c$	$\frac{x}{m}$	$\log\frac{x}{m}$
I	0,1	0,005793	$\bar{3},76290$ $-2,23710$	0,071035	$\bar{2},85144$ $-1,14856$
II	0,15	0,0007811	$\bar{4},89271$ $-3,10729$	0,064063	$\bar{2},80659$ $-1,19341$
III	0,2	0,00006364	$\bar{5},80373$ $-4,19627$	0,0498409	$\bar{2},69758$ $-1,30242$
IV	0,25	0,00002439	$\bar{5},38721$ $-4,61279$	0,0399512	$\bar{2},60152$ $-1,39848$
V	0,3	0,000012885	$\bar{5},10992$ $-4,89008$	0,0331185	$\bar{2},51996$ $-1,48004$

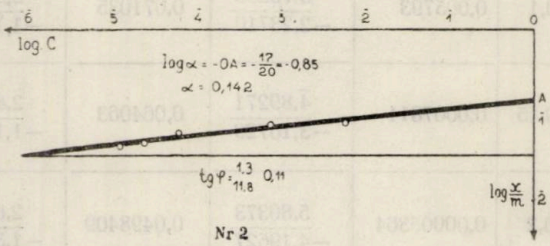
Nr. probei	Valoarea experimentală a raportului $\frac{x}{m}$	Valoarea medie a lui α	Valoarea raportului $\frac{x}{m}$ calc. cu formula izotermei	Valoarea lui α necesară pentru satisfacerea relației izotermei
1	0,071035	0,1420	0,0757712	0,13312
2	0,064063	0,1420	0,0618552	0,14707
3	0,0498409	0,1420	0,0462352	0,15307
4	0,0399512	0,1420	0,0413504	0,13719
5	0,0331185	0,1420	0,0383968	0,12247
			Media :	$\alpha=0,13858$



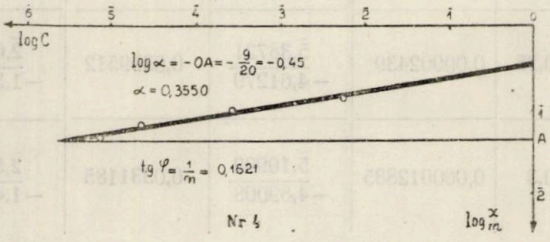
Nr 1



Nr. 3



Nr 2



Nr 4

Diagrama nr. 1 reprezintă izoterma de adsorbţie în coordonate c şi $\frac{x}{m}$. Diagrama nr. 2 reprezintă dreapta logaritmică în coordonate $\log c$—$\log \frac{x}{m}$ cu valorile corespunzătoare ale constantelor $\frac{1}{n}$ şi α, adică $\frac{1}{n} = \text{tg}\,\varphi = 0{,}11$ şi $\alpha = 0{,}142$.

La fel, s-a întrebuinţat pentru diatomitul cernut prin sita de 900 ochiuri/cm^2 cantităţi cuprinse între 0,05—0,2 g şi s-au agitat cu acelaşi volum de 50 cmc soluţie de cristal violet cu 0,2 g/l, obţinîndu-se datele experimentale cuprinse în tabelă (pag. 243).

Pe baza acestor valori am trasat izoterma de adsorbţie în coordonate c—$\frac{x}{m}$, cum se vede în diagrama nr. 3 şi dreapta logaritmică corespunzătoare în coordonate $\log c$—$\log \frac{x}{m}$ în diagrama nr. 4, care ne-a permis să determinăm de asemenea, valorile constantelor $\frac{1}{n}$ şi α, egale cu 0,1621, resp. 0,3550.

	m·g	c	$\log c$	$\frac{x}{m}$	$\log \frac{x}{m}$
I	0,05	0,005523	$\bar{3},74218$ $-2,25782$	0,14477	$\bar{1},15746$ $-0,84254$
II	0,1	0,0002657	$\bar{4},42439$ $-3,57561$	0,098671	$\bar{2},99419$ $-1,00581$
III	0,15	0,00002202	$\bar{5},34282$ $-4,65718$	0,066593	$\bar{2},82341$ $-1,17659$
IV	0,2	0,000007084	$\bar{6},85028$ $-5,14972$	0,049982	$\bar{2},69880$ $-1,30120$

Nr. probei	Valoarea experimentală a raportului $\frac{x}{m}$	Valoarea medie a lui α	Valoarea raportului $\frac{x}{m}$ calc. cu formula izotermei	Valoarea lui α necesară pentru satisfacerea relației izotermei
1	0,14477	0,3550	0,15265	0,3366
2	0,0986715	0,3550	0,0932585	0,3756
3	0,066593	0,3550	0,062267	0,3796
4	0,0499822	0,3550	0,0517945	0,34257
			Media:	$\alpha = 0,35857$

Făcînd încercări și cu diatomit cernut prin sita de 4900 ochiuri/cm² adsorbția a fost așa de intensă încît chiar pentru cantități mai mici de adsorbant a ieșit din scară, decolorîndu-se complet.

Comparînd valorile constantelor $\frac{1}{n}$ și α, corespunzătoare celor două grade de dispersie ale adsorbantului se constată că atît $\frac{1}{n}$ cît și α au valori mai mari în cazul diatomitului cernut prin sita de 900 ochiuri/cm², cum e de așteptat, mai ales α crescînd de la 0,142 pentru diatomitul cernut prin sita de 320 ochiuri/cm² la 0,355 0 pentru dispersia de 0,2 mm, cît corespunde sitei cu 900 ochiuri/cm², adică de cca. 3 ori.

Firește, valoarea lui α pentru gradul de dispersie corespunzător sitei cu 4 900 ochiuri/cm^2 este cu mult mai mare crescînd considerabil suprafața totală a adsorbantului.

In comparație cu tuful bazaltic de Lucareț și tuful andezitic de Deva, la care valoarea constantei α este de 0,028 2, resp. 0,1, constanta α este la diatomitul de Tîrnova de 14 ori mai mare ca în primul caz, și de cca. 4 ori în cazul al doilea.

Astfel se explică proprietățile adsorbante deosebite față de coloranți neelectroliți, care justifică întrebuințarea diatomitului la decolorare și filtrare în industrie, precum și la purificarea produselor de distilare fracționată a petrolului, a uleiurilor minerale și vegetale etc. Firește, este vorba de diatomitul natural, care însă prin anumite tratamente fizice și chimice își poate îmbunătăți considerabil proprietățile adsorbante prin activare, ca și în cazul unor tufuri vulcanice.

In general, coloranții cu caracter neutru, dar mai ales bazic, sînt adsorbiți mai intens decît coloranții cu caracter acid, diatomitul avînd o cantitate mare de silice (acid).

Aceste proprietăți adsorbante sînt determinate atît de starea predominant amorfă a diatomitului de Tîrnova, cît și de compoziția sa chimică, fiind mai bogat în silice coloidală și criptocristalină decît tufurile vulcanice obișnuite.

Dar diatomitul de Tîrnova prezintă, cum am arătat într-o altă lucrare [12], și o adsorbție de schimb față de ionii Ca^{2+} din soluția de $SO_4Ca \cdot 2H_2O$ de același ordin de mărime ca și la tuful bazaltic de Lucareț și tuful andezitic de Deva, care prin activare cu soluții alcaline la cald (100 °C) crește de cca. 4,5 ori; creștere, care la tuful bazaltic de Lucareț este numai de două ori, iar la cel andezitic de Deva de cca. 4 ori.

In această privință diatomitul de Pătîrlagele se comportă mai slab, avînd o adsorbție de schimb aproape jumătate din aceea a diatomitului de Tîrnova, iar prin activare cu soluții alcaline se dublează doar, fenomen ce s-ar putea explica prin conținutul mai redus în substanță argiloasă a ultimului și printr-un procent mai mic de alcalii în compoziția sa; în schimb are un procent mai mare de SiO_2 anume 82% față de 72% în cazul diatomitului de Tîrnova.

CONCLUZII

1. Diatomitul de Tîrnova are proprietăți hidraulice, relativ slabe, dar totuși poate fi întrebuințat cu succes ca adaos plastifiant la mortare cu var și ciment, îmbunătățindu-le considerabil lucrabilitatea și asigurînd o economie însemnată de ciment prin înlocuirea parțială a acestuia, (pentru a mări plasticitatea și lucrabilitatea mortarelor).

2. Diatomitul de Tîrnova prin proprietățile sale adsorbante deosebite față de coloranți neelectroliți etc., poate fi întrebuințat (în condiții bune) ca material decolorant în industrie, apoi ca produs filtrant și pentru purificarea uleiurilor minerale (petrol) și vegetale.

3. Avînd în vedere că prin activare alcalină își mărește considerabil adsorbția de schimb față de cationul Ca^{2+}, diatomitul de Tîrnova poate fi întrebuințat și la decalcificarea apelor în industrie. In acest scop poate fi utilizat chiar fără a fi activat.

LABORATORUL DE „MATERIALE DE CONSTRUCȚII" DE LA FACULTATEA DE CHIMIE INDUSTRIALĂ A INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN TIMIȘOARA

BIBLIOGRAFIE

1. L. Mrazec, *Curs general de minerale și roce.* Partea II. Ed. Fondului Universitar. L. Mrazec, București, 1938, p. 296.
2. Institutul de Construcții București, *Geologia tehnică I,* Ed. Tehnică, 1951, p. 197.
3. A. Steopoe, Revista materiale de Construcție. Ed. I. E. Torouțiu, București, 1942, nr. 1, p. 4.
4. A. Steopoe, Cercetări Științifice, vol. II, Materiale de Construcție, Ed. I. E. Torouțiu, București, 1939, p. 13—15.
5. Institutul de Construcții București, Op. cit., p. 198.
6. E. Lațiu și L. Meteș, Incercări asupra tufului bazaltic de Lucareț ca material de construcție și pămînt decolorant. Acad. R.P.R. Baza Timișoara, Studii și Cercetări Științ. Anul I (1953), nr. 1—4, p. 213.
7. E. Lațiu și L. Meteș, *Incercări asupra proprietăților hidraulice și adsorbante ale tufului andezitic de Deva.* In curs de tipărire.
8. A. V. Dumanschi, *Coloizii.* Ed. de Stat, București, 1949, p. 190. (Traducere din limba rusă).
9. K. Jellinek, *Lehrbuch der Physikalischen Chemie.* Bd. V. Verlag v. F. Enke, Stuttgart, 1937, p. 26.
10. B. A. Kireev, *Curs fizicescoi Chemii.* Goschimizdat, Moscva, 1951, p. 452.
11. W. Eitel, *Physikalische Chemie der Silikate.* I. Ambrosius Barth, Leipzig, 1941, p 233.
12. E. Lațiu și L. Meteș-Cicoare, *Adsorbția de schimb la tufuri, bentonite și diatomite indigene.* In curs de tipărire.

ESSAIS SUR LE DIATOMITE DE MINIȘ TIRNOVA-ARAD

(RÉSUMÉ)

Dans ce travail, après avoir effectué l'analyse de la composition chimique et de la structure du diatomite, on détermine ses propriétés hidrauliques dans des mortiers le dosage :

Une part de liant sur une part d'agrégat, et 1 part de liant sur 3 parts d'agrégat. On constate des propriétés hidrauliques faibles, quoique le diatomite ait un pourcent élevé de silice amorphe.

L'étude des proprietés adsorbantes du diatomite est basée sur l'isothreme de Freundlich. On constate que la constante a de la relation de l'isotherme d'absorbtion et beaucoup plus grande que celle du tuf basaltique de Lucaret et du tuf andézitique de Deva, ce que justific l'utilisation de ce diatomite comme matériel décolorant et filtrant, et comme agent purificateur des huiles minérales et végétales

ИСПЫТАНИЯ ДИАТОМИТА ИЗ МИНИШ-ТЫРНОВА АРАД

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Анализируя предварительно химический состав и определив микроструктуру диатомита из Миниш-Тырнова Арад, производятся испытания его гидравлических свойств в растворах при следующей дозировке :

Одна часть вяжущего вещества и одна часть агрегата и одна часть вяжущего вещества и 3 части агрегата.

Установлено, что несмотря на то что диатомит содержит значительный процент аморфного кремнезема, всетаки его гидравлические свойства относительно слабы.

Изучаются также абсорбирующие свойства диатомита из Миниш-Тырнова на основании изотермы Фреундлиха. Устанавливается что постоянная α из отношения абсорбирующей изотермы на много больше в случае базальтного туфа из Лукарец и андезитного туфа из Девы, которые были изучены автором, что позволяет рекомендовать использование этого диатомита в качестве обесцвечивающего и фильтрирующего материала для очистки минеральных и растительных масел.

IPT 19